Masteroppgåve

GeoGebra i matematikk 1T

Frå lærarane i faget sin synsvinkel

John Willy Klungre

Studium: ULMA306D – Master i undervisning og læring med spesialisering i matematikk
2019

Tal ord: 34 165

HØGSKULEN I VOLDA

Summary

For 25 years, calculators with graphical window and later software on PC have been used as a digital aid in mathematics in upper secondary schools in Norway. In the last 10 years it is GeoGebra that has largely become standard. Many of those who are starting in upper secondary school choose the mathematics subject 1T the first year at school, and there they meet digital tools in mathematics to a greater extent than they have experienced earlier. For their final exam, these pupils must use both graphing and CAS in GeoGebra.

I have used the quantitative method to ask teachers in the subject mathematics 1T of how they consider the digital aid GeoGebra. I do not find corresponding research with quantitative method in this context, and therefore I have little to compare with. The research I find that is similar, to a certain degree, is the research of Sigbjørn Hals from 2010.

My problem statement is: **How do the teachers consider the digital aid GeoGebra in mathematics 1T?**

The problem statement has been specified in these research questions:

1. What have the teachers received from GeoGebra training, and does this training provide basis for TPACK?
2. How do teachers organize teaching when GeoGebra is in use?
3. What opinions, and attitudes, do teachers have regarding GeoGebra and the 3 modules?
4. How much of the time spent using GeoGebra is used for each of the 3 modules CAS, dynamic geometry program and graphing?
5. What module would teachers choose to get rid of, if they had to choose one?

Important findings on how teachers evaluate the digital aid GeoGebra in mathematics 1T:

- The training in GeoGebra has largely been self-study and colleague collaboration. There has been lack of TPACK-related content in courses.
- Teachers have positive opinions about GeoGebra, and especially considering it a good tool for visualization
- Teachers consider graphing as the best tool for deep learning and understanding for students in mathematics 1T. Dynamic geometry program also gets good assessment, while CAS gets a significantly poorer assessment from the teachers as a good aid for deep learning and increased understanding.

In one year, there will be a revised curricula for the subjects in upper secondary education. In depth-learning is an important part of the new overall part of the curriculum. If those who design the curriculum and the exam believe in dept-learning is important, they should listen to what teachers in mathematics 1T say about what is a good digital aid for deep learning and increased understanding.

SAMANDRAG

I 25 år har kalkulator med grafisk vindu, og seinare programvare på PC vore i bruk som digitalt hjelpemiddel i matematikk i vidaregåande skule i Norge. Dei siste 10 åra er det GeoGebra som i stor grad har blitt standard. Mange av elevane vel matematikkfaget 1T første skuleåret, og der møter dei digitale hjelpemiddel i matematikk i større grad enn dei har opplevd tidlegare. Til eksamen skal desse elevane bruke både grafteiknar og CAS.

Eg har brukt kvantitativ metode til å spørje lærarane i faget matematikk 1T korleis dei vurderer det digitale hjelpemiddelet GeoGebra. Eg finn ikkje tilsvarande forsking med kvantitativ metode i denne konteksten, og har difor lite å samanlikne med. Den forskinga eg finn som liknar mest er forskinga til Sigbjørn Hals frå 2010.

Problemstilling mi er: **Korleis vurderer lærarane det digitale hjelpemiddelet GeoGebra i matematikk 1T?**

Problemstillinga har vore konkretisert i desse forskinsspørsmåla:

1. Kva har lærarane fått av opplæring i GeoGebra, og gir dette grunnlag for TPACK?
2. Korleis organiserer lærarane undervisning der GeoGebra er i bruk?
3. Kva meiningar om, og haldningar til, GeoGebra og dei 3 modulane, har lærarane?
4. Kor stor del av bruken av GeoGebra har kvar av dei 3 modulane CAS, dynamisk geometriprogram og grafteiknar?
5. Kva modul ville lærarane valt vekk om dei måtte velje vekk ein?

Viktige funn om korleis lærarane vurderer det digitale hjelpemiddelet GeoGebra i matematikk1T:

- Opplæringa i GeoGebra har i stor grad vore sjølvstudium og kollega-samarbeid. TPACK-relaterte innhald har det vore minst av i andre kurs.
- Lærarane har positive meiningar om GeoGebra, og spesielt med tanke på at det er eit godt verktøy for visualisering
- Lærarane vurderer grafteiknar som det beste hjelpemiddelet for djup læring og auka forståing for elevane på matematikk 1T. Dynamisk geometriprogram får og ei god vurdering, medan CAS får signifikant dårlegare vurdering frå lærarane som godt hjelpemiddel for djup læring og auka forståing.

Implikasjonar:

Det er eitt år til reviderte læreplanar skal gjelde for faga i vidaregåande skule. Djupnelæring er eit viktig omgrep i den nye overordna delen av læreplanen. Viss dei som utformar læreplan og eksamen meiner djupnelæring er viktig bør dei lytte til kva lærarane i matematikk 1T seier om kva som er gode digitale hjelpemiddel for djup læring og auka forståing.

FØREORD

Livet er på mange måtar ei reise gjennom tid og rom, som gir oss opplevingar og erfaringar innanfor ulike område. Det er ei slik reise som er grunnlaget for at denne masteroppgåva vart til.

Mi matematiske reise i skulesamanheng starta på 1960-talet i ein fullstendig analog kontekst. I 1978 vart kalkulatoren lovleg å bruke i undervisning i grunnskulen, med atterhald om godkjenning frå kommunestyret. Som elev på reallinja på vidaregåande skule hadde eg allereie 2 år tidlegare kjøpt min første kalkulator som var såpass avansert at eg kunne legge vekk dei trigonometriske tabellane i hefteform. For min del byrja den digitale delen av matematikkreisa mi med denne kalkulatoren, som eg kan hugse at eg mellom anna brukte til å utforsking. Etter at eg byrja som lærar i vidaregåande skule har eg halde fram med den reisa. Kalkulatoren vart avløyst av kalkulator med grafisk vindu ved innføringa av Reform 94', og rundt innføringa av LK06 kom det ulike meir eller mindre vellukka utgåver av matematisk programvare for PC. GeoGebra møtte eg første gang i 2007 og i 2009 kvitta vi oss med kalkulator gjekk over til berre GeoGebra i matematikk 1T på skulen der eg arbeider.

Eg har hatt mange refleksjonar rundt dette med digitale hjelpemiddel i matematikk, og no resulterer det i ei masteroppgåve der eg har spurt lærarar i matematikk 1T om korleis dei vurderer GeoGebra.

Eg har møtte mange på denne matematikkreisa fram til ferdig masteroppgåve:

- Alle elevane som eg har fått lov til å vere saman med har kanskje lært meg aller mest
- Arbeidsgjevar og kompetanse for kvalitet ga meg ein god start på masterstudiet
- 4 år med deltidsstudium ved høgskulen i Volda har vore både lærerike og til tider frustrasjonsfremjande, og lagt grunnlag for mange refleksjonar.

Frå den delen av studiet som har vore skriving av masteroppgåve vil eg spesielt takke:

- Rettleiarane mine: Odd Helge Mjellem Tonheim og Bjørn Smestad frå Høgskulen i Volda for gode innspel, refleksjonar og råd, og for å kalle ein spade for ein spade når det har vore behov for det.
- Skulane som svarte på ynsket mitt om å ha dei med på forsking
- Respondentane som ga meg den aller største oppturen under arbeidet ved at 289 respondentar svarte på heile eller delar av undersøkinga. Ein ekstra takk til dei som tok seg tid til å skrive i fritekstfelta og dermed ga ekstra innsikt i kva respondentane meiner. Takk også til dei som ynskte lukke til med arbeidet.
- Ester for støtte, fagdiskusjonar og korrekturlesing i ein krevjande periode med masteroppgåveskriving ved sida av jobb.

Innhald

Tabellar

1 INNLEIING

Dei 10 første åra i mi matematisk reise som eg omtalte i føreordet var heilt analoge. Hjelpemidla var papir, blyant, linjal og passar. Samstundes som eg møtte trigonometriske tabellar i papirform, vart eg også eigar av ein kalkulator, og eg fekk det første møtet med den digitale matematikkverda.

Sidan har eg fått utforska og opplevd den digitale matematikkverda både som elev, student og lærar i vidaregåande skule. Kalkulator vart avløyst av kalkulator med grafisk vindu i ulike modellar i Reform 94’ perioden som starta i 1994, og varte fram til det kom ny læreplan i Kunnskapsløftet LK06 i 2006. No hadde kalkulatorane med grafisk vindu vorte meir avanserte og meir brukarvennlege, og dei heldt stand nokre få år, til dei etter kvart vart avløyste av ulike former for programvare på PC. Dette vart og framskunda av at alle elevane no hadde eigen bærbar PC. Fleire utgåver at matematisk programvare vart etter kvart i større og større grad til at meir eller mindre alle skular brukar gratisprogrammet GeoGebra, som er utvikla med tanke på undervisning i matematikk. For meg har det ført til at eg dei siste 10 åra har brukt GeoGebra på digital tavle underviser i matematikk. Med tanke på kor effektive dei digitale verktøya er skulle ein kanskje tru at dei har ført til betre resultat for matematikkopplæringa i skuleverket, men dette stemmer ikkje med målingar som har vore gjort.

På denne reisa med endringar innafor faginnhald, eksamensordningar, endringar innanfor pedagogikk og didaktikk for ikkje å snakke om den rivande teknologiske utviklinga, har eg reflektert mykje over korleis vi brukar teknologi i undervisninga og over nytteverdien av denne undervisningsteknologien. Kontrasten mellom tavla med krit, og den digitale tavla kombinert med ulike typar programvare er stor med tanke på at vi no lett kan få fram grafar og geometriske figurar, og kan kan bruke ulike fargar der vi før hadde kritfargen. Så alt skulle ligge til rette for at elevane skulle kunne lære meir matematikk enn før.

I forordet til opplæringsbok for den grafiske kalkulatoren TEXAS TI-82 skriv Svorstøl (1994, s. 3) at når vi blir kjent med lommereknar med grafisk vindu vil vi oppleve den som eit nyttig hjelpemiddel i matematikkfaget. Men ikkje alle var einige i innføringa. Dette gjekk både på at dette var eit svært dyrt hjelpemiddel, og på at ein var redd for at kalkulatoren skulle føre til mindre djupnelæring.

Men etter kvart som lærarane fekk meir trening i bruken av den grafiske kalkulatoren og ein fekk utstyr til å vise skjermbiletet frå den grafiske kalkulatoren på lerret via ein eigen overheadskjerm, vart nok den grafiske kalkulatoren både stuerein og nyttig. Og det var den fram til den etter kvart vart gradvis avløyst av programvare på PC etter kunnskapsløftet LK06. GeoGebra møtte eg truleg for første gang i 2007. Eg hadde testa ut ulik programvare, og med GeoGebra vart eg begeistra over kor raskt og lett det var å kome i gang med programmet.

Som lærar har eg opplevd både dei elevane som slit med å bruke GeoGebra, og dei som brukar GeoGebra til eiga utforsking ved sida av undervisninga og som eit godt hjelpemiddel til å sjekke svar på prøver. Som lærar gjer ein seg også mange refleksjonar rundt kva læring og forståing er, gjerne i samband med opplevingar saman med elevar.

1.1 Problemstilling

Då eg starta med skriving av masteroppgåve i undervisning og læring med matematikk som spesialisering bestemte eg meg for å prøve å finne ut korleis dei som har mest erfaring med denne teknologien, lærarane, vurderer bruka av GeoGebra som er det verktøyet som er mest i bruk i dag. Fordi matematikk 1T er det faget eg har undervist mest i var det nærliggande å velje det faget. At det er i dette matematikkfaget elevane for første gang verkeleg tek i bruk GeoGebra, og har krav om bruk av 2 av modulane til eksamen, har og støtta dette valet.

Det var ein lang prosess å kome fram til ei god problemstilling. For kva kan ein eigentleg undersøke? Er det mogeleg å måle kvaliteten på den undervisninga som blir gitt der GeoGebra er i bruk? Basert på eigne erfaringar, arbeid med teorien, lesing av forskingsrapportar og ikkje minst råd frå vegleiarane kom eg etter kvart fram til følgjande tittel og problemstilling:

Tittel: GeoGebra i matematikk 1T – frå lærarane i faget sin synsvinkel:

Problemstilling: Korleis vurderer lærarane det digitale hjelpemiddelet GeoGebra i matematikk 1T?

Denne problemstillinga kan tolkast på mange ulike måtar, og difor har eg konkretisert og avgrensa dette til følgjande forskingsspørsmål:

Forskingsspørsmål	Spørsmål i spørjeskjema
1 – Kva har lærarane fått av opplæring i GeoGebra, og gir dette grunnlag for TPACK?	6 og 7
2 – Korleis organiserer lærarane undervisning der GeoGebra er i bruk?	9
3 – Kva meiningar om, og haldningar til, GeoGebra og dei 3 modulane, har lærarane?	8, 10, 11 og 12
4 – Kor stor del av bruken av GeoGebra har kvar av dei 3 modulane CAS, dynamisk geometriprogram og grafteiknar?	13
5 – Kva modul ville lærarane valt vekk om dei måtte velje vekk ein?	14

For å verte kvalifiserte til å undervise må ein ha utdanning både i fag og i i pedagogikk. Treng ein utdanning utover dette når ein skal ta i bruk digitale verktøy?

Shulman (1986) peikte på kor viktig det er at læraren har både fagkunnskap (content) og pedagogisk kunnskap og la grunnlaget for PCK-modellen (Pedagogical Content Knowledge) som Koehler & Mishra (2009) bygde på då dei lanserte TPACK-modellen. Når myndigheitene har krav til utdanning i fag og pedagogikk, syter dei då for å gi lærarane opplæring i teknologi når dei innfører krav til bruk av teknologi i læreplan og til eksamen. Og er dette TPACK-tilpassa kurs. Dette er grunnlaget for forskingsspørsmål 1.

Bakgrunnen for forskingsspørsmål 2 er mellom anna at forskarane tilrår at GeoGebra blir brukt til oppdaging og utforsking og helst i par eller smågrupper (Li & Ma, 2010) og seier og at ein skal skilje mellom korleis ein underviser avhengig om ein har opplæring i bruken av GeoGebra eller om ein brukar GeoGebra i utforsking (Teglskov, 2013). Utanomfagleg bruk av PC (Sæterås, 2011) er og eit tema som kjem inn under dette forskingsspørsmål 2.

Læreplanen i matematikk 1T (UDIR, 2013) omtalar t.d. å omforme uttrykk, lage teikningar og framstille funksjonar med digitale verktøy. Dei 3 modulane i GeoGebra som er aktuelle å bruke i GeoGebra er då CAS, dynamisk geometriprogram og grafteiknar. På eksamen har det vore eksplisitt krav om bruk av grafteiknar og CAS sidan 2015 (UDIR, 2015). Eg har difor i dei 3 siste forskingsspørsmåla spurt både om GeoGebra og desse 3 modulane.

I forskingsspørsmål 3 ynskjer eg å få vite kva meiningar lærarane har om GeoGebra, og når ein spør om meiningar får ein implisitt også eit inntrykk av haldningar.

Korleis fordeler lærarane bruken av GeoGebra på dei tre modulane tidsmessig er bakgrunnen for forskingsspørsmål 4. Og i staden for å spørje om kva modul dei likar best spør eg om kva modul dei ville velje vekk om dei måtte det.

1.2 Oppbygging av oppgåva

Oppgåva har 6 kapittel. Kvart kapittel frå kapittel 2 til og med kapittel 6 startar med ei kort beskriving av innhaldet i dette kapittelet.

2 Teori

Oppgåva mi tek føre seg bruk av det digitale hjelpemiddelet Geogebra i matematikkfaget 1T første året i vidaregåande skule. I dette teorikapittelet tek eg opp sentrale faktorar som er grunnlaget for forskingsmetode og drøfting i oppgåva. Teoridelen skal og gi eit oversyn over fagområdet og sentrale omgrep som er viktige for oppgåva. Oppgåva omhandlar bruk av det digitale hjelpemiddelet GeoGebra i matematikk 1T. For å setje dette inn i ein samanheng og for å få innsyn i fagfeltet tek eg difor for meg læreplanar (2.1), kompetanseomgrepet (2.2), kjenneteikn på god læring og undervisning (2.3),rammeverk for undervisning med teknologi – TPACK (2.4), IKT i matematikkundervisninga (2.5), ulike typar av digitale hjelpemiddel (2.6), og matematikk 1T (2.7). Teori eg treng for drøftinga har eg gitt mest plass, og det som har vist seg å vere mindre sentralt har fått mindre plass. Fordi ingen av spørsmåla i undersøkinga mi handlar om læringsteori, og dette difor blir lite viktig har eg med tungt hjarte kutta ut alt om læringsteori i teorikapittelet av plassomsyn.

2.1 Læreplanar

Ein læreplan er eit overordna styringsdokument for skulen Eit kort historisk oversyn over norske læreplanverk (figur 2-1) (NOU, 2014:7, s. 68):

Figur 2-1 Læreplanverka i kortform

Boks 6.1 Læreplanverkene

N39, Normalplanen for Byfolkeskolen og Normalplanen for Landsfolkeskolen, 1939. For den 7-årige folkeskolen.

L1960, Læreplan for forsøk med 9-årig ungdomsskole, 1960. Bygde på N39, utvidet med læreplaner i fag for den nye ungdomsskolen.

M74, Mønsterplanen for grunnskolen 1974. For barne- og ungdomsskolen.

M87, Mønsterplanen for grunnskolen 1987. For barne- og ungdomsskolen.

L93, Generell del av læreplanen 1993. Videreført i Kunnskapsløftet. For barneskolen, ungdomsskolen og videregående opplæring.

R94, Reform 94, ny struktur og nye læreplaner i fag for videregående opplæring.

L97, Læreplanverket for den 10-årige grunnskolen 1997, prinsipper for opplæringen og læreplaner for fag for den nye grunnskolen, der 6-åringene var inkludert. For barneskolen og ungdomsskolen.

LK06, Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2006 for grunnskolen og videregående opplæring. Prinsipper for opplæringen og læreplaner for fag, noen fag med gjennomgående læreplaner for hele grunnopplæringen.

Dette oversynet viser at det tok 55 år frå normalplanen for grunnskulen i 1939 til ein fekk den første felles læreplanen for vidaregåande skule i 1994. At stendig færre gjekk rett ut i arbeid etter grunnskulen, at vidaregåande skule hadde 109 mulige grunnkurs, at 16-åringane sto bakerst i køen og at det var mange ulike læreplanverk la grunnlag for ein reform (UDIR, 2012a).

2.1.1 Reform ‘94

Vidaregåande skule fekk nytt læreplanverk i 1994, med namnet Reform ’94 (KUF., 1994). Eitt av dei overordna måla var å binde dei to ulike tradisjonane frå katedralskulen og laugsopplæringa nærare kvarandre (NOU, 2014:7, s. 69)

Dette var ein reform på 3 plan (UDIR, 2012a):

1. **Rett** – alle mellom 16 og 19 år fekk rett til 3-årig vidaregåande utdanning. Denne retten måtte takast ut innan 4 år.
2. **Struktur** – talet på grunnkurs vart redusert frå 109 til 13 (15 frå år 2000) Dreiing frå tidleg spesialisering til ei breiare basiskompetanse. 2+2 modellen med 2 år i skule og 2 år i lære i bedrift vart innført på yrkesfag. Dette førte m.a. til at delen av yrkesfagelevar som oppnådde yrkeskompetanse steig frå 30% til 60%
3. **Innhald** – alle studieretningar fekk felles allmenne fag, og ein fekk nye læreplanar tilpassa ny struktur. Desse nye læreplanane var og nye på den måten at dei var målstyrte. Dette førte og til at «ansvar for eiga læring» for elevane kom inn som omgrep.

Grunnskulen fekk sitt nye læreplanverk i 1997. Då vart det og innført 10-årig grunnskule i Norge.

2.1.2 Kunnskapsløftet

I 2006 fekk ein for første gang eit læreplanverk som gjeld heile den 13-årige grunnutdanninga (Kunnskapsdepartementet, 2015). Det betyr at ein for første gang har ein læreplan i matematikk som gjeld den obligatoriske matematikkopplæringa frå 1. til 12. årssteget i skulen. Frå 1. klasse i grunnskulen, til og med 2. klasse i vidaregåande skule. (UDIR, 2012a).

Pisasjokket ved årtusenskiftet der ein oppdaga at tilstanden i norsk skule ikkje var så god som ein hadde trudd fekk no innverknad på læreplanarbeidet. «PISA-resultatene satte et politisk fokus på norske elevers faglige resultater i skolen» (UDIR, 2011, s. 1) og var nok ein medverkande årsak til at den nye læreplanverket fekk namnet Kunnskapsløftet og at elevane i vidaregåande fekk eitt år til med matematikk.

Ikkje alle er sikre på at det var rett at ein utvida matematikkfaget i vidaregåande skule slik at alle måtte ha matematikk både 1. og 2. året. Borge et al (2014, s. 17) stiller spørsmål om det var rett å utvide med eitt år ekstra med matematikk i vidaregåande i staden for å auke innsatsen tidlegare i den fasen der elevane gjerne misser grepet om faget.

2.1.3 Matematikk i læreplanverka

Læreplanane i matematikk i dei 3 læreplanverka etter 1970 omtalar kva som skal skje i matematikkundervisninga frå 3 ulike synspunkt. Ein har gått frå detaljert innhald i M74, via prosess (og prosjektarbeid) i R'94 og L97, til ein situasjon der det berre står kortfatta kompetansemål i LK06. Kunnskapsløftet har og lagt vekt på lokalt læreplanarbeid samtidig med at godkjenningsordninga for lærebøker er falle bort. Lokalt læreplanarbeid kan medføre entusiasme, men kan og føre til nedprioritering av viktige element i matematikken. Ulik progresjon mellom ulike kommunar kan og vere eit døme på uheldig verknad av lokalt læreplanarbeid. Land som gjer det langt betre enn oss i matematikktestar, som t.d. Singapore har mykje meir detaljerte læreplanar. Grønmo (2017, s. 74) oppsummerer det slik: «Det er interessant at mens man i Norge har gått fra innholdsorientering (M74) via prosessorientering (L97) til kompetanseorientering (L06), har man i Singapore altså brukt de to første, og til dels alle tre, parallelt». Grønmo peikar og på at systemet i Singapore gir større moglegheit til å styre langsiktig progresjon på tvers av trinn og dermed sikre at elevane får med seg det dei må kunne vidare.

2.1.4 Generelle digitale mål i kunnskapsløftet

Med Reform '94 kom faget Økonomi- og informasjonsbehandling der elevane m.a. lærte å bruke rekneark og tekstbehandling, og ein fekk kalkulator med grafisk vindu. Med kunnskapsløftet forsvann Økonomi- og informasjonsbehandling og opplæringa i rekneark og teksbehandling vart flytta nedover i årsstega. Digitaliseringa i samfunnet var no komen så langt at det var naturleg å få inn generelle digitale mål i læreplanane. Digitale ferdigheiter er ein av dei 5 grunnleggande ferdigheitene i Kunnskapsløftet (UDIR, 2012b, s. 5):

> Digitale ferdigheter vil si å kunne bruke digitale verktøy, medier og ressurser hensiktsmessig og forsvarlig for å løse praktiske oppgaver, innhente og behandle informasjon, skape digitale produkter og kommunisere. Digitale ferdigheter innebærer også å utvikle digital dømmekraft gjennom å tilegne seg kunnskap og gode strategier for nettbruk (UDIR, 2012b, s. 6).

2.1.5 Digitale mål i læreplanen i matematikk

Læreplanen i matematikk har digitale kompetansemål allereie frå 2. klasse. 11 stader er digitale verktøy omtalt. Den mest vanlege formuleringa er: «Både med og utan digitale verktøy» (UDIR, 2013, ss. 5-9). Det er med andre ord svært tydeleg ut i frå læreplanen at ein skal undervise både med og utan digitale hjelpemiddel i matematikkfaget. Når bruk av digitale hjelpemiddel i matematikkundervisninga er så tydeleg nedfelt i læreplanen allereie frå tidleg i barneskulen er ikkje spørsmålet lenger OM ein skal bruke digitale hjelpemiddel i matematikkundervisninga, men KORLEIS og KOR MYKJE ein skal bruke dei.

2.2 Matematisk kompetanse

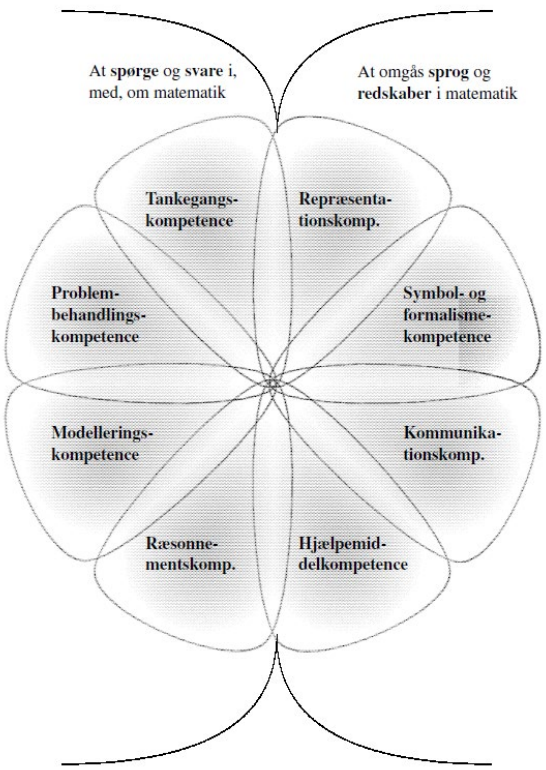
I følgje Dale (2011, s. 119) var forståinga av omgrepet matematisk kompetanse i Kunnskapsløftet bygd på ein rapport for Uddannelsesstyrelsen i Danmark. Denne rapporten (Niss & Jensen, 2002) vart publisert i 2002 med tittel: Kompetencer og matematiklæring – Ideer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark.

2.2.1 Niss & Jensen sine 8 matematiske kompetansar

Matematisk kompetanse kan i følgje Niss skildrast som: «matematisk kompetence er indsigtsfuld parathed til at handle hensigtsmæssigt i situationer, som rummer en bestemt slags matematiske udfordringer» (Niss & Jensen, 2002, s. 43). På same side blir matematisk kompetanse også omtalt som eit knutepunkt i ei klynge, og at ein matematisk kompetanse er noko ein ikkje kan få eller ha i isolasjon frå andre kompetansar. Dei to «overkompetansane» blir danna i eit felles bidrag frå 8 matematiske kompetansar, og blir med mi omsetjing formulert som (Niss & Jensen, 2002, s. 46):

A. Å spørje og svare i, med og om matematikk
    1. Tankegangskompetanse
    2. Problembehandlingskompetanse
    3. Modelleringskompetanse
    4. Resonnementskompetanse
B. Å handtere matematikken sitt språk og matematikken sine reiskap
    1. Representasjonskompetanse
    2. Symbol- og formalismekompetanse
    3. Kommunikasjonskompetanse
    4. Hjelpemiddelkompetanse

Figur 2-2 Matematisk kompetansemodell



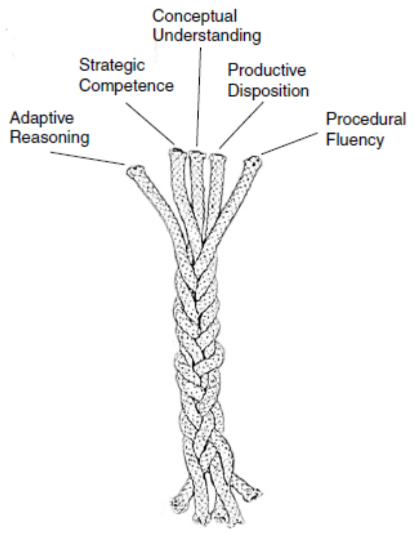
For å vise at det er overlapp mellom desse 8 kompetansane har Niss & Jensen ei grafisk framstilling (figur 2-2) som viser kvar dei meiner dei ulike 8 kompetansane høyrer saman. Overlappande figurar som i eit venndiagram, skal vise overlapp mellom kompetansane (Niss & Jensen, 2002, s. 45).

Dale (2011, s. 119) stiller spørsmål om alle desse kompetansane er fagspesifikke matematikk-kompetansar, eller om dette er meir generell kompetanse. Det blir og antyda at dei 5 grunnleggande ferdigheitene som skal integrerast i kompetansemåla i alle fag verkar litt «påhengt»

2.2.2 Kilpatrick sine 5 samanvevde trådar

Ein annan modell for matematisk kompetanse skildrar den matematiske kompetansen som eit flettverk av trådar (Kilpatrick, Swafford & Findell, 2001, s. 5). Forfattarane brukar omgrepet Mathematical Profiency som like gjerne kanskje kan omsetjast til matematisk ferdigheit, eller kyndigheit som til matematisk kompetanse. Med eit utgangspunkt i Kunnskapsløftet og matematisk kompetanse vel eg å bruke omgrepet kompetanse også i modellen til Kilpatrick. Etter forfattarane sitt syn er matematisk kompetanse oppbygd av eit flettverk av 5 trådar. Desse 5 trådane er likeverdige og innvevd i kvarandre (figur 2-3) (Kilpatrick, Swafford & Findell, 2001, s. 5).

Figur 2-3 Kilpatrick sin kompetansemodell



Det som først og fremst skil innhaldet i modellen til Kilpatrick frå innhaldet i modellen til Niss er punkt 5 i Kilpatrick sin modell som blir kalla productive disposition. Nedanfor tek eg føre meg punkta i Kilpatrick sin kompetansemodell og utdjupar desse punkta.

2.2.2.1 Conceptual understanding (omgrepsforståing)

Omgrepsforståing refererer til ei integrert og funksjonell forståing av matematiske idéar. Ein elev med omgrepsforståing har kjennskap til meir enn isolerte fakta og metodar, og forstår kvifor ein matematisk idé er viktig og i kva samanheng den er nyttig. Fordi fakta og metodar lært gjennom forståing heng saman vil desse vere lettare å hugse og eventuelt rekonstruere fordi ein elev med omgrepsforståing vil kunne vurdere om fakta og metodar verkar fornuftige. (Kilpatrick, Swafford & Findell, 2001, s. 118)

Den konseptuelle forståinga (omgrepsforståinga) i Kilpatrick sin modell har mange fellestrekk med det Skemp omtalar som relasjonell forståing. Kilpatrick har forståing av relasjonar som eit av underpunkta under conseptual understanding. Skemp (2006, s. 89) skil mellom instrumentell og relasjonell forståing i matematikk. Instrumentell forståing handlar om å lære eit aukande tal på reglar og formlar som gjer at ein elev kan finne løysing på oppgåver. Eleven har lært å bruke desse reglane og formlane i ulike samanhengar, og kan løyse oppgåver med desse verktøya. Relasjonell forståing handlar om å bygge opp omgrepsmessige strukturar og å sjå samanhengar mellom omgrepa. Eleven lærer både korleis ei oppgåve skal løysast, og kvifor det blir slik. Skemp refererer til den norske matematikkdidaktikaren Stieg Mellin-Olsen som inspirasjon for omgrepet instrumentell forståing, som han sjølv tidlegare hadde omtalt som «rules without reason» (Skemp, 2006, s. 89) Truleg er det for mange elevar som prøver å bli sterke i matematikk ved å pugge framgangsmåtar (Stipek, 2002, s. 202).

Hyppige prøver og testar kan truleg og medføre fokus på karakterar og fare for instrumentell læring.

Som døme på ei oppgåve som Solvang (1992, ss. 96-97) meiner kan løysast med berre instrumentell forståing er løysing av ei andregradslikning som t.d. $x^2 + 5x - 6 = 0$. Når denne blir løyst med løysingsformelen $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, som norske matematikkelevar møter første gang i matematikk 1T, er det etter Solvang sin definisjon berre eit døme på instrumentell forståing. Først når eleven kan løyse likninga på ein annan måte eller forklare ulike samanhengar med andregradslikningar, kan ein seie at dette er teikn på relasjonell forståing.

For å hjelpe elevane på vegen mot relasjonell forståing er det viktig å gi dei variert undervisning med flest mogleg koplingar, eller som Williams (1998, s. 414) seier det: “the more connections that exist among facts, ideas, and procedures, the better the understanding”.

2.2.2.2 Procedural fluency (prosedyreflyt)

Ei direkte omsetjing av omgrepet kan vere prosedyreflyt. Dette er kunnskap om prosedyrar, når ein skal bruke dei og korleis ein skal bruke dei. Det handlar og om ferdigheiter i å bruke dei fleksibelt, nøyaktig og effektivt (Kilpatrick, Swafford & Findell, 2001, s. 121). Ein elev som ikkje har prosedyreflyt vil lett bruke mykje energi på prosedyrar i staden for å utvikle relasjonell forståing.

Som forståing er også kunnskap ein viktig komponent i matematikklæringa, og kanskje spesielt når det gjeld prosedyreflyt. Difor tek eg inn kunnskapsomgrepet under prosedyreflyt. Også når det gjeld kunnskap kan ein peike på to ytterpunkt som t.d. kan bli kalla omgrepskunnskap og prosedyrekunnskap. Prosedyrekunnskap kan puggast og automatiserast, medan omgrepskunnskap krev ein annan form for innlæring om læringa skal bli god. Eit kvardagsuttrykk om dette kan vere å seie at omgrepskunnskap krev at elevane gjer kunnskapen til sin eigen kunnskap.
Eit døme på prosedyrekunnskap og omgrepskunnskap i matematikk 1T er andregradslikningar og løysingsformelen for andregradslikningar. Kunnskap om andregradslikningar og kva ein kan bruke løysingane til er omgrepskunnskap, medan kunnskap om korleis ein brukar løysingsformelen for andregradslikning er prosedyre-kunnskap.

Matematiske omgrep er ein viktig del av den matematiske kunnskapen. Engelske artiklar og forsking brukar både «mathematical concept» og «mathematical notion» i samband med matematiske omgrep. Eg skil ikkje så detaljert i denne oppgåva. Nokre matematiske omgrep er lette å fatte medan andre ikkje er det. «Unlike material objects, however, advanced mathematical constructs are totally inaccessible to our senses - they can only be seen with our mind's eyes» (Sfard, 1991, s. 3). Sfard (1991) skil mellom to måtar å oppfatte eit matematisk omgrep på:

1. Strukturell oppfatning ser på det matematiske omgrepet som eit abstrakt objekt eller eining.
2. Operasjonell oppfatning ser på omgrepet som ein prosess eller prosedyre.

Sfard (1991, s. 4) kjem med fleire døme på strukturell og operasjonell oppfatning av omgrep. I matematikk 1T kan hennar døme med funksjonar vere greitt å bruke. Ei operasjonell oppfatning av funksjonar er å definere det som ein prosess der ein reknar ut funksjonsverdiar. Strukturell oppfatning er å definere det som ei mengde med ordna par av argument og funksjonsverdiar, eller med elevspråk som ei ordna mengd med x- og y-verdiar. Sfard (1991) legg vekt på at ein kan ha både ein operasjonell og strukturell oppfatning av eit omgrep. «Let me stress once more: unlike "conceptual" and "procedural", or "algorithmic" and "abstract", the terms "operational" and "structural" refer to inseparable, though dramatically different, facets of the same thing. Thus, we are dealing here with duality rather than dichotomy» (Sfard, 1991, s. 9). Operasjonell oppfatning kjem før strukturell oppfatning, som er oppfatning på eit høgre nivå. Utviklinga frå operasjonell til strukturell oppfatning er ein lang og krevjande prosess gjennom 3 nivå: interiorization – condensation – reification (Sfard, 1991, s. 18).

1. **Interiorization – internalisering** – blir kjent med prosessar (som kan gi grunnlag for nye omgrep)
2. **Condensation – kondensering** – får meir oversikt, kan utføre fleire operasjonar, kan kombinere, samanlikne og generalisere. Så lenge ein ser omgrepet som ein prosess er ein på dette stadiet
3. **Reification – reifikasjon** – på dette stadiet ser ein på omgrepet i eit heilt anna lys: Eit ferdig utvikla objekt lausrive frå prosessar.

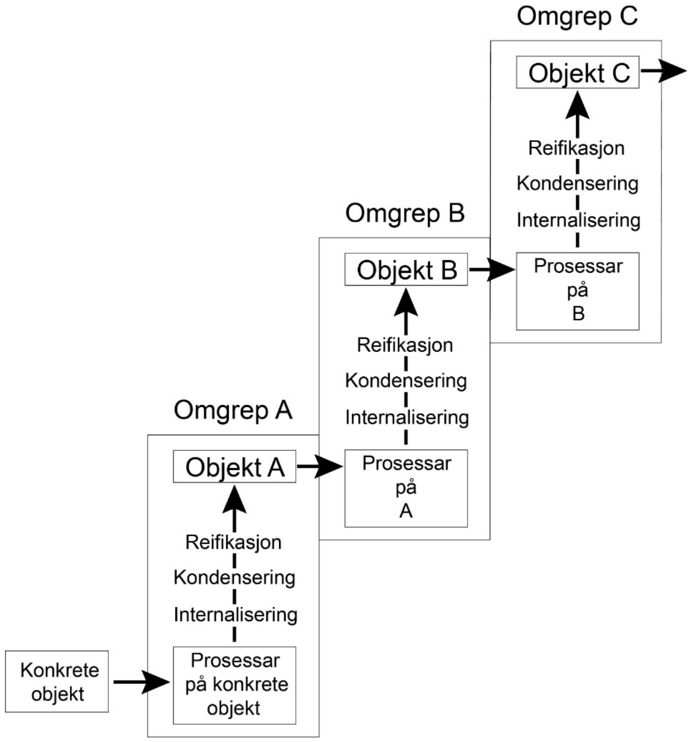
Reifikasjon er det høgste nivået, er vanskeleg å nå, og ein kan ofte oppleve å kome til dette høgste nivået etter ei a-ha oppleving som gjer at ein plutseleg er på dette nivået.

Skiljet, men og dualiteten, mellom operasjonell og strukturell oppfatning av omgrep kan truleg oppfattast på same måte som Skemp sitt skilje mellom instrumentell og relasjonell forståing.

Og med tanke på å gi variert undervisning for at elevane skal kunne oppleve overgangen frå operasjonell til strukturell oppfatning kan digitale hjelpemiddel vere med på å utvikle verktykassa. Men som alle andre verktøy kan også desse bli brukt på ein lite hensiktsmessig måte også når det gjeld oppfatning og forståing.

Figur 2-4 er mi norske omsetjing av generell modell for omgrepsdanning (Sfard, 1991, s. 22) Denne modellen poengterer at ein må ha reifikasjon innanfor eit omgrep A før ein kan bruke dette vidare med tanke på etter kvart å oppnå reifikasjon på eit omgrep B. Som eit matematikk 1T relatert døme kan ein seie at ein elev må ha reifikasjon på det matematiske objektet vekstfart/stigningstal før det gir meining å starte på objektet derivasjon.

Figur 2-4 Sfard sin modell for omgrepsdanning



Reifikasjon må til for å gi meining til prosessar på høgre nivå, og samtidig er prosessar på høgre nivå naudsynt for at reifikasjon på eit lågare nivå skal kunne skje. I følgje Sfard (1991, s. 31) fører dette til at i samanheng med å lære matematikk kan ein lett få ein vicious (vond) sirkel. Eit enkelt døme på dette er et ein ikkje får full forståing for addisjon før ein også har fått forståing for subtraksjon, men for å forstå subtraksjon må ein ha forstått addisjon. Prosessen frå internalisering via kondensering til reifikasjon tek tid, og kan truleg ta meir tid eller stoppe opp om ein ikkje får reifikasjon på lågare nivå. Faren for dette er kanskje ekstra stor om ein brukar hjelpemiddel som t.d. CAS på ein «uheldig» måte. Sitatet nedanfor gjeld «uheldig» bruk av CAS for å løyse differensiallikningar i dansk vidaregåande skule:

> Or, in the more general notion of Skemp (1976), if students merely possess what we have termed CAS-instrumental understanding of a given topic, the road towards any relational understanding of this topic is even longer than it is via the usual paper and pencil instrumental understanding, due to the black-boxing of arithmetical, algebraic or functional operations. In a sense, CAS enables Sfard's vicious circle to turn into a kind of vicious spiral, where more and more higher-level concepts are built on lower-level concepts that have not been reified. This spiral of course makes it very challenging for a teacher to observe and identify a student's problem or difficulty and address it (Jankvist & Misfeldt, 2015, s. 20).

2.2.2.3 Strategic competence (strategisk kompetanse)

Strategisk kompetanse betyr kompetanse i å formulere matematiske problem, representere dei, og løyse dei. Denne tråden i veven blir også ofte kalla for problemformulering og problemløysing (Kilpatrick, Swafford & Findell, 2001, s. 124).

2.2.2.4 Adaptive reasoning

Dette er kompetanse i logisk tenking, refleksjon, forklaring og grunngjeving. I matematikk er adaptivt resonnement limet som held alt saman, og leiestjerna som hjelper i navigasjonen gjennom fakta, prosedyrar, samanhengar og løysingsmetodar (Kilpatrick, Swafford & Findell, 2001, s. 129).

2.2.2.5 Productive disposition (Engasjement)

Dette er eit punkt som ikkje er med i Niss & Jensen sin modell for matematisk kompetanse. Ein elev med produktiv disposisjon ser på matematikk som fornuftig, nyttig og verdifullt, kombinert med tru på eiga mestringsevne (self-effiacy), og tru på at innsats gir resultat (Kilpatrick, Swafford & Findell, 2001, s. 131)

Produktiv disposisjon heng truleg ein del saman med motivasjon og tidlegare erfaringar i matematikkfaget. I følgje analysane av Elevundersøkinga 2012 er det uavhengig av nivå dei elevane som opplever å få utfordringar på skulen som også er mest motiverte for skulearbeidet (Skaalvik, 2014, s. 156). Utfordrande oppgåver får og støtte av Stipek fordi dette aukar den indre motivasjonen (Stipek, 2002, s. 175)

Av og til kan ein få intrykk av at nokre former for læring eller kunnskap i matematikk er viktigare enn andre typar, og då er det verdt å merke seg:

> Does real mathematics consist of algorithms or abstractions, and, when they are both present, which is more important? The answer is that **every mathematician must be both an effective calculator and an abstract thinker, and the relative importance of the two kinds of activities depends on the task at hand** (Halmos, 1985, s. 14).

2.2.3 TIMSS og Pisa – kompetansenivået til norske elevar i matematikk

Både Pisa og TIMSS måler elevar i grunnskulen, og i åra frå 1995 og fram til innføringa av Kunnskapsløftet var det ein jamn nedgang for norske grunnskuleelevar når det gjeld matematikk-kompetanse ut i frå desse målingane (Bergem & Kaarstein, 2016) (UDIR, 2011).

Det har vore færre målingar av matematikk-kompetanse i vidaregåande skule enn i grunnskulen. Der har ein målt kompetansen til R2 elevane. R2 er det teoretisk mest krevjande matematikkfaget siste året i vidaregåande skule. Resultata er som i grunnskulen. Det har vore ein nedgang frå 1995 og fram til innføringa av Kunnskapsløftet. Samtidig er det også ein prosentvis mindre del av elevkullet som tek matematikk R2 (UDIR, 2016) i dag enn i 1995.

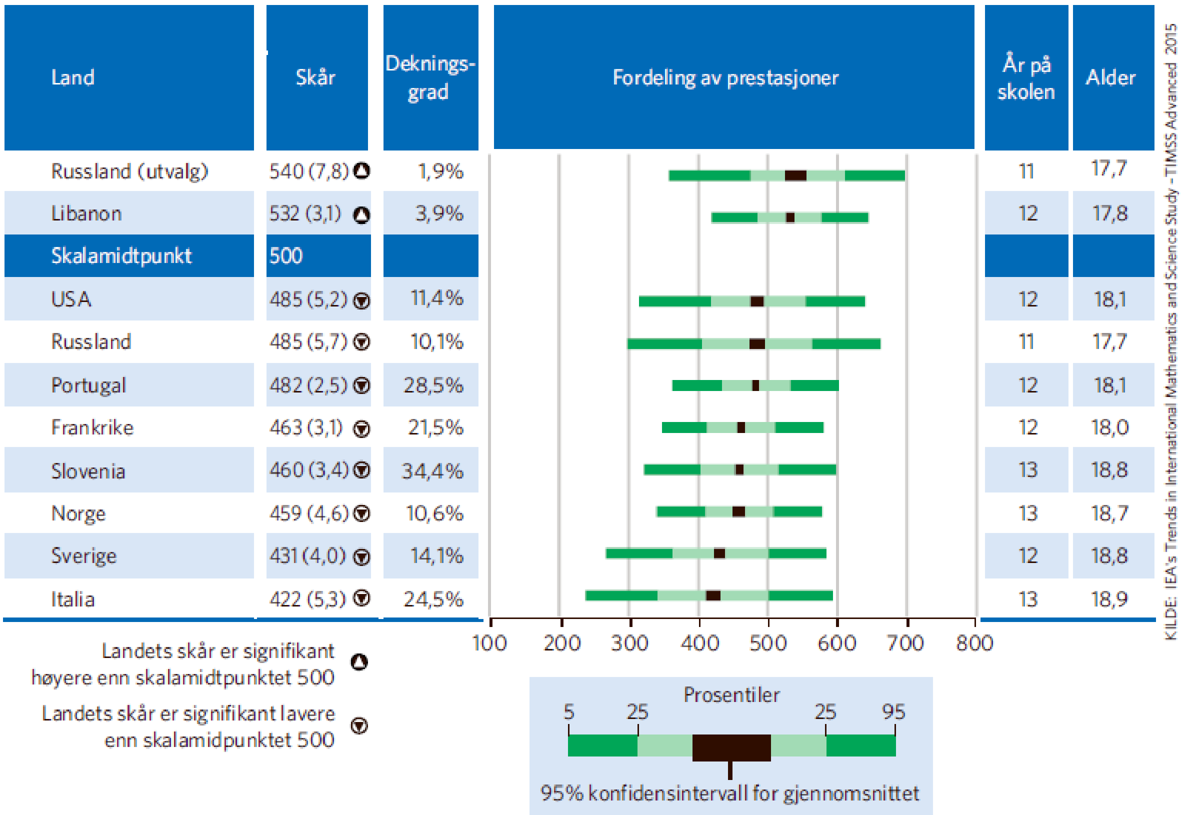
TIMSS 2015 si rangering i nivå for norske 15-åringar viser at dei skårar spesielt svakt i algebra i (Bergem & Kaarstein, 2016, s. 36). Grønmo (2017, s. 68) uttrykker dette veldig tydeleg: «Dette indikerer at på 8. trinn er Norges nedprioritering av formell matematikk ekstrem sammenliknet med andre land».

TIMSS Advanced er ei internasjonal komparativ studie av matematikk- og fysikkspesialistane siste året på vidaregåande skule. I matematikk har studien vore gjennomført i Norge i 1998 i 2008 og i 2015.

Norske elevar på høgste matematikknivå (R2) i vidaregåande skule har hatt ein nedgang i resultat frå 1998 (Grønmo, 2017, s. 34), men heldigvis har trenden snudd og resultatet for 2015 er betre enn i 2008. Den delen av årskullet som vel fordjuping i matematikk har minka, og i 2015 var det 10,6% av årskullet som tok matematikk R2.

Figur 2-5 (Grønmo, Hole & Onstad, 2016, s. 17) viser skår og dekningsgrad (prosent av årskullet som tek høgste nivå i matematikk) for landa som var med i TIMSS Advanced 2015. Det er gjenbruk av oppgåver frå test til test slik at ein kan samanlikne resultat. 500 poeng er snittresultat i 1995 med standardavvik på 100.

Figur 2-5 Skår og dekningsgrad frå TIMSS Advanced 2015



Verd å merke seg frå figur 2-5 er at i Norge er det ein relativt låg del av årskullet som fullfører den mest krevjande matematikkutdanninga på vidaregåande skule. Dei flinke jentene vel vekk matematikk på det mest krevjande nivået, noko som kan vere med på å oppretthalde ein relativ kjønnssegregert arbeidsmarknad i Norge. Også på høgste nivå i matematikk på vidaregåande skule er norske elevar er svake i algebra. Så manglande ferdigheiter i algebra er eit gjennomgåande problem i norsk skule.

2.2.4 Kvifor tilbakegang

I 1997 innførte Norge 10-årig skule og i 2006 kom det inn krav om grunnleggande digitale ferdigheiter. Kombinasjonen av eitt år meir på skule og digitale læremiddel skulle ein tru ville føre til at elevane nådde lenger i grunnutdanninga. Dette har ut i frå mellom annan TIMSS og PISA vist seg å ikkje slå til. Betyr det at ein må gjeninnføre 9-årig skule, kaste ut alle digitale hjelpemiddel og gå tilbake til mønsterplanen?

Truleg ville ikkje det ha vore eit klokt val. Samfunnet og teknologien i dag er noko anna enn i 1974, og det samfunnet ein lever i, og teknologien ein lever med, må også prege skulen. Det kan også tenkast at det er andre faktorar som har ført til nedgang.

Det ville vere overambisiøst å prøve å forklare grunnane til den nedgangen ein har sett i matematikkresultat, men eg vil peike på nokre element som kan vere delar av forklaringa på at elevane i dag har lågare kompetanse i matematikk enn i 1995, og som også gjer det vanskeleg å måle verknaden av innføringa av digitale hjelpemiddel i matematikk.

Kamp mot puggskulen – og for prosjektarbeid - Dette var ein av kongstankane i Reform 94'. Dei som planta ideen om prosjektarbeid endra etter kvart meining. «Grundlæggende enkeltfaglige skolekundskaber er ikke modsætningen til selvstændig indsigt, de er forudsætningen for selvstændig indsigt» (Poulsen, 2010). Poulsen avsluttar med å seie at utan kunnskap sit vi igjen med takkonstruksjonar utan grunnmur. I matematikken er grunnmuren ekstra viktig.

Ansvar for eiga læring var og eit omgrep som var mykje nytta i perioden fram mot Kunnskapsløftet. Dette skulle og medføre auka elevmedverknad. Kjærnsli et al. » (2004, ss. 60-61) advarte om at dette ikkje måtte medføre at vi fekk ein underhaldningsskule, og at fagleg framgang ligg i målbevisst arbeid mot definerte mål.

Individuelt tilpassa opplæring – etter arbeidsplan - «Framveksten av arbeidsplanar kan ikkje sporast tilbake til noka enkeltårsak som til dømes eit vedtak eller ei forskrift. (…) Mellom anna såg lærarar på slike planar som eit verktøy til å realisere (…) tilrettelegging for individuelt tilpassa opplæring» (Eikrem, 2012, s. 89). Intensjonen med desse arbeidsplanane var god, ein skulle gi elevar ei opplæring som var tilpassa i smal tyding, som tilpassing til enkelteleven. For å få til dette skulle elevane arbeide individuelt med oppgåver. Men meir individuell oppgåvejobbing fører ikkje nødvendigvis til betre tilpassing i smal tyding. Elevar som strevar såg ut til å få minst utbyte av denne måten å arbeide på (Haug, 2012, s. 289).

PC som tidstjuv. Med kunnskapsløftet i 2007 kom og regelen om at lærebøker og læremiddel i vidaregåande skule skulle vere gratis for elevane. Plutseleg hadde alle elvane tilgang til eigen PC heile skuledagen Korleis vart så desse PC-ane brukt? Sæterås (2011, s. 3) fann at det var mykje utanomfagleg bruk av PC i 3. klasse i vidaregåande, 63,5% av elevane svarte at dei brukar PC-en mest til ikkje-fagleg aktivitetar i skulen.

Nye krav - Då eg hadde eksamen i det som no er R2 i 1978 skulle vi rekne oppgåver, få rett svar og føre pent inn. I dag skal elevane meistre matematikk både med og utan hjelpemiddel til eksamen. Dei skal lage pene og forklarande digitale innleveringar. I tillegg skal dei også vere problemløysande under tidspress. Då må vi kunne stille spørsmål om kva kompetanse som blir målt. Er det hjelpemiddel-kompetanse, digital kompetanse eller matematisk kompetanse.

2.3 Kjenneteikn på god læring og undervisning

«Skule er samansett, komplisert og komplekst» (Haug, 2012, s. 285), og det fins ingen «resept» på god undervisning som alltid verkar (Hattie, 2013, s. 358). Dette avspeglar seg også i matematikkdidaktisk litteratur. Timesignaturane, eller det ein kan kalle ein «typisk time» er ulik frå land til land, eller mellom grupper av land (Topphol, 2012, s. 124). Men dette forklarer ikkje ulik score på testar. I følgje TIMSS 1999 er dei «typiske timane» svært ulike også i land som scorar høgt (Topphol, 2012, s. 140). Dermed kan ein ikkje konkludere med at det er ein spesiell måte å undervise på, ei spesiell oppskrift, som gir best resultat. Det er og ulike syn på kva som gir god læring «Undervisning i samsvar med et konstruktivistisk syn på læring, innebærer å **legge til rette** for aktiviteter der elevene får passende erfaringer for å bygge kunnskap» (Fuglestad, 2003, s. 211). Dette står i motsetning til: Læraren som **legg til rette** gir mindre læring enn læraren som **aktiviserer** og styrer (Hattie, 2013, s. 356). Kva som er god kvalitet i matematikkundervisninga endrar seg og på grunn av den fagdidaktiske utviklinga (Opsvik & Skorpen, 2012, s. 146).

Med grunnlag i (Kilpatrick, Swafford & Findell, 2001) sine 5 samanvevde kompetansar har NCTM (2014) utarbeida åtte prinsipp for god undervisningspraksis. Med Dolonen et al (2015, s. 16) si norske omsetjing er desse åtte undervisningsprinsippa:

1. Lage tydelige matematiske mål for å gjøre læreprosessen mer fokusert
2. Integrere oppgaver som legger til rette for resonnering og problemløsing
3. Bruke og se sammenhenger mellom ulike representasjoner
4. Legge til rette for en meningsfull matematisk diskurs
5. Stille målrettede spørsmål
6. Bygge prosedyreferdigheter basert på begrepsforståelse
7. Gi elevene produktiv motstand og mulighet til å strekke seg i læreprosessen
8. Diagnostisere og bruke elevenes tenkning

Matematisk kompetanse kan delast inn i ulike kompetanseområde. Nokre av dei utviklar ein best saman med andre, og andre kompetansar utviklar ein best med individuelt skriftleg arbeid. Skal ein få utvikle alle kompetansane på ein god måte bør ein truleg legge meir vekt på munnlege aktivitetar og redusere arbeidsplantida i matematikk (Eikrem, Grimstad, Opsvik, Skorpen & Topphol, 2012).

Eit alternativ til den tradisjonelle undervisning er omvendt undervisning der elevane ser videosnuttar med forklaringar heime i lekse, og arbeider med oppgåver (gjerne i samarbeid med andre) på skulen. Her kan ein stille spørsmål om kvar det blir av den matematiske samtalen. Eit anna alternativ til denne tradisjonelle undervisninga i matematikk er undersøkande matematikkundervisning (inquiry) Ein slik time følgjer ofte ein tredelt struktur (Goos, 2004) og timen startar med at elevane får ei ny og kognitivt krevjande oppgåve, som dei deretter får god tid til å arbeide med. Lærar observerer og oppmuntrar til å finne andre/fleire løysingar og forklaringar. Til slutt drøftar ein dei ulike løysingane i ein felles lærarstyrt avslutningsdel av timen. Her er det viktig at læraren styrer samtalen slik at ein peikar på korleis dei ulike løysingane heng saman. Fuglestad legg ikkje like mykje vekt på den tredelte strukturen, men omtalar undersøkande matematikkundervisning som: «Inquiry er ikke en bestemt metode eller noen prosedyrer, men heller en tilnærming og holdning til arbeidet preget av undring og utforsking for å finne svar» (Fuglestad, 2010a, s. 2). I samband med eit tre-årig samarbeidsprosjekt mellom lærarar og matematikkdidaktikarar les vi og: «Geogebra ble et aktuelt verktøy i utforskingen. Lærerne understreket i presentasjonen sin at slike utforskninger og diskusjoner får fram tenkning hos elevene som de ellers ikke ser i klassene» (Fuglestad, 2010, s. 14).

2.3.1 Matematikkundervisning i Norge – korleis er situasjonen i dag?

Matematikkopplæringa i Norge er prega av ein oppgåvediskurs der elevane brukar mykje tid på individuelt arbeid med oppgåver, gjerne etter ein arbeidsplan, men som truleg gir lite trening i problemløysing og lite auke i innsikt (Topphol, 2012). Tida brukt til individuell oppgåveløysing har auka i Norge frå 50% til 60% over nokre år (Skorpen, 2015).

Paulen (2016) har gjort ei kvantitativ undersøking av elevar i starten av 2. klasse i vidaregåande skule. Truleg vil då erfaringane frå første året på vidaregåande vere ein del av grunnlaget for svara elevane gir, og truleg seie nok om korleis matematikkundervisninga er første året på vidaregåande skule.

> Elevane i mi undersøking opplever undervisninga som veldig tradisjonell. Undervisningsmetodane «individuelt arbeid med oppgåver frå boka» og «læraren forklarer for klassen, skriv gjerne på tavla» er mest vanleg, medan «praktisk arbeid med matematikk, der vi må gjere eigne målingar» føregår sjeldan (Paulen, 2016, s. 62).

Tradisjonell matematikkundervisning har ikkje lært elevane matematikk med grunnlag i forståing (Romberg & Kaput, 1999, s. 5), og det er ikkje nødvendigvis ein klar samanheng mellom å lære ferdigheiter og det å utvikle grunnleggande fagleg forståing (Skott, 2008, s. 53). For å fremje forståing må ein truleg endre noko av den forma matematikkundervisninga i Norge har hatt. Når det no igjen er blitt god latin med felles undervisning frå kateteret (Haug, 2015, s. 15), kan vi t.d. la oss inspirere av den utforskande matematikkundervisninga i Japan (Opsal & Topphol, 2015, s. 155) og Geogebra i felles lærarstyrt utforsking og undring. «Det er viktig at det i tilknytning til arbeidet med datamaskiner stilles spørsmål som stimulerer utforsking. Spennende situasjoner oppstår ikke så ofte spontant, men med passende tips og utfordringer fra læreren kan elevene få hjelp til å oppdage interessante utfordringer: Måten vi tilrettelegger arbeidet på er derfor avgjørende» (Fuglestad, 2003, s. 230).

2.3.2 Lite kursing og etterutdanning for matematikklærarar

TIMSS ser og på lærarane sin situasjon, og det er lite etter- og vidareutdanning med matematikkfagleg innhald for lærarar i vidaregåande skule i Noreg. «Selv om lærerne våre har en god basiskompetanse i faget, synes vi det er betimelig å stille spørsmålet om det ikke er like viktig i Norge som i andre land å gi lærerne faglig påfyll» (Grønmo, Hole & Onstad, 2016, s. 124).

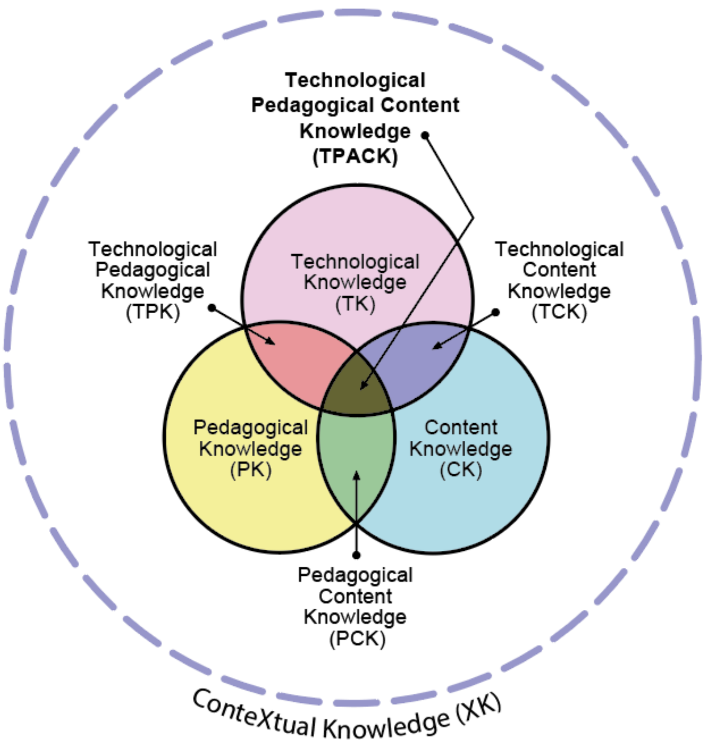
Tradisjonen med lite kurs ser ut til å også gjelde kurs i GeoGebra for lærarane i grunnskulen. Av 424 lærarar i grunnskulen som hadde elevar oppe i eksamen våren 2018 hadde om lag halvparten hatt 5 timar eller mindre med kursing, og 26% hadde hatt over 10 timar (Bjørnset, Fossum, Rogstad, Smestad & Talberg, 2018). Elevane til desse lærarane byrja i vidaregåande skule hausten 2018. Ser ein på kva opplæring elevane deira hadde fått i GeoGebra før dei starta i vidaregåande skule hausten 2018 kom det fram at 66% av dei hadde fått opplæring i grafteiknar i stor grad, tilsvarande tal for dynamisk geometriprogram er 24% og CAS 1%. 82% av elevane hadde ikkje fått noko opplæring i CAS (Bjørnset, Fossum, Rogstad, Smestad & Talberg, 2018, s. 57). Med andre ord er CAS i alle hovudsak noko nytt for elevane som byrjar på 1T

2.4 TPACK – teoretisk rammeverk for undervisning med teknologi

Shulman (1986) peikte på kor viktig det er at læraren har både fagkunnskap (content) og pedagogisk kunnskap og la grunnlaget for PCK-modellen (Pedagogical Content Knowledge).

Koehler & Mishra (2009) bygde på modellen til Shulman då dei lanserte TPACK-modellen. TPACK er eit rammeverk som skal identifisere den kunnskapen (kompetansen) lærarane treng for å undervise godt og effektivt med teknologi. TPACK kan og fungere som verktøy for lærarane når dei skal reflektere over eiga undervisning med teknologi (Mishra & Koehler, 2006). Figur 2-6 viser den visuelle versjonen av 2018 utgåva av TPACK. Her er det i figuren kome med ein ytre ring av ConteXtual Knowledge. Det tok nokre år før den ytre ringen

Figur 2-6 TPACK-modellen TPACK.org



kom i figuren, og då vart den først berre namngjeven med context. «An important part of the TPACK framework is that TPACK does not exist in a vacuum but rather is grounded and situated in specific contexts as represented by the outer dotted circle in the TPACK diagram» (Koehler, Mishra, Kereluik, Shin & Graham, 2014, s. 102). Det at ein har kunnskap (kompetanse) til å tilpasse undervisninga t.d. etter alder på elevane, forkunnskapen deira i faget og gruppedynamikken kan vere døme på ein slik ConteXtual Knowledge.

Koehler & Mishra skil ikkje mellom analog og digital, eller gamal og ny, teknologi. Men dei peikar på at tradisjonell teknologi gjerne er spesifikk som eit mikroskop, stabil og uendra som ei veggtavle og har ein transparent (synleg) funksjon som ein blyant. Digital teknologi er gjerne prega av det motsette, den kan brukast på ulike måtar som ein PC, med programvare som er ustabil i form av å vere i konstant endring. Dei er heller ikkje transparente, ein kan ikkje sjå på desse hjelpemidla kva dei kan brukast til slik ein kan med tradisjonelle analoge hjelpemiddel. Koehler & Mishra peikar på at ny teknologi er prega av mangel på stabilitet. Eit slikt døme på mangel på stabilitet kan vere stendige oppdateringar og endringar av programvare. For lærarar som skal bruke GeoGebra i undervisningsarbeid kan dette føre til frustrasjonar når ein opplever at kunnskap og kompetanse blir utdatert.

(Fag)Innhaldskunnskap CK (Content Knowledge) er læraren sin kunnskap om det som skal undervisast og lærast. God og vid innhaldskunnskap er viktig for å unngå feil-læring og misforståingar.

Pedagogisk kunnskap PK er læraren sin djupe kunnskap om prosessar og praksis eller metodar for undervisning og læring. Slik djup kunnskap krev m.a. forståing av kognitive, sosiale og utviklingsmessige teoriar og korleis desse kjem til uttrykk hjå elevane.

Teknologisk kunnskap kan vere vanskeleg å definere fordi teknologien heile tida endrar seg. Koehler & Mishra brukar ein definisjon av teknologisk kunnskap som handlar om at ein har brei nok forståing av teknologien til at ein kan bruke den produktivt i arbeid og kvardagsliv.

Teknologisk-(fag)innhalds-kunnskap TCK er kunnskap om interaksjonen mellom teknologi og faginnhald. Val av kva teknologi ein tek i bruk t.d. i matematikk-undervisning vil både gi og avgrense kva ein kan oppnå med å bruke denne teknologien. Djup forståing av TCK hjelper læraren til å velje rett teknologi og til å bruke den hensiktsmessig. Også for dei som utviklar teknologien er det viktig med slik kunnskap (Koehler & Mishra, 2009, s. 65). Eit interessant spørsmål i denne TCK-samanhengen er om ein skal bruke programvare som er utvikla med tanke på undervisning som GeoGebra, eller programvare som er utvikla for bruk i forretningslivet som Excel.

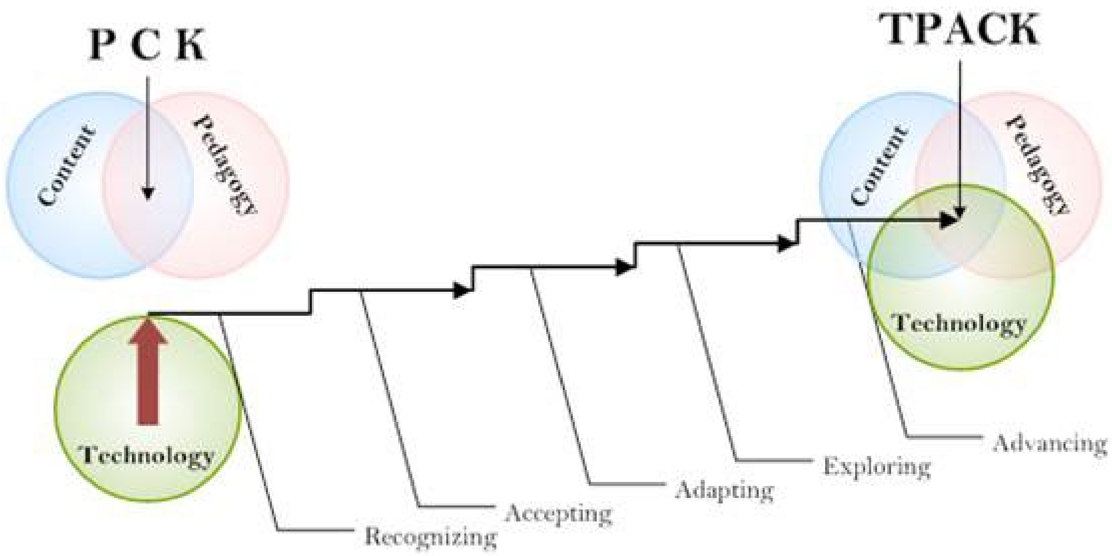
Teknologisk-Pedagogisk kunnskap TPK er forståinga av korleis undervisning og læring endrar seg når ein bestemt teknologi blir brukt på ein bestemt måte. Fordi teknologien er i rask endring er det viktig at læraren ser framover: «Thus, TPK requires a forward-looking, creative, and open-minded seeking of technology use, not for its own sake but for the sake of advancing student learning and understanding» (Koehler & Mishra, 2009, s. 66).

TPACK, Technology, Pedagogy, and Content Knowledge er basis for å få dei 3 kjerneelement til å spele på lag slik at ein får god og effektiv undervising med teknologi. Når læraren har fått djup, fleksibel, pragmatisk og nyansert forståing av undervisning med teknologi, TPACK-kunnskap, vil læraren kunne navigere godt i skjeringa mellom pedagogikk, (fag)innhald og teknologi. Og med stadige endringar i teknologien vil ein alltid måtte fornye seg (Koehler & Mishra, 2009, s. 67).

Mudzimiri (2012) har studert korleis TPACK blir utvikla hjå lærarstudentar. Ho peikar m.a. på at lærarstudentar overestimerer eigen TPACK-kunnskap. TPACK kan først utviklast når alle komponentane er på plass, og undervisningserfaring er viktig for å utvikle god TPACK. Gode rollemodellar er og viktig: «Lastly, it is equally important for mathematics teacher educators to model good teaching practices with technology since teachers have been reported to teach the way they were taught» (Mudzimiri, 2012, s. 47)

Niess et al. (2009, s. 9) har laga ein modell for korleis teknologi kan smeltast saman med pedagogikk og innhald og bli til TPACK i matematikkfagleg kontekst (figur 2-7). Modellen er bygd på erfaringar med lærarar som tek i bruk Excel i matematikk-undervisninga. Dette er ikkje ein rettlina modell, men 5 trappetrinn eller stadier ein må gjennom på veg mot TPACK. Desse trappetrinna er med mi omsetjing:

Figur 2-7 Visuell modell for læraren sin veg mot TPACK



1. *Recognizing* (knowledge): Lærarane er i stand til å bruke teknologien, og ser linken til faginnhaldet. Men integrerer ikkje teknologi i undervisning og læring av matematikk.

2. *Accepting* (persuasion): Steget der lærarar dannar ei haldning for eller imot å undervise og lære matematikk med høveleg teknologi.

3. *Adapting* (decision): Lærarane engasjerer seg i aktivitetar som fører til å bruke eller å avvise bruk av høveleg teknologi for å undervise og lære matematikk.

4. *Exploring* (implementation): Steget der lærarane aktivt integrerer teknologi i undervisning og læring av matematikk.

5. *Advancing* (confirmation): Lærarane evaluerer resultata av å integrere teknologi i undervisning og læring av matematikk.

Med tanke på bevisstgjering og utvikling er TPACK-rammeverket nyttig, men modellen har fått kritikk for at det er vanskeleg å skilje dei ulike områda i modellen frå kvarandre i praksis. Det er også heller ikkje så lett å lage klare definisjonar for dei ulike omgrepa som er brukt. (Archambault & Barnett, 2010, s. 1659)

Ein finn ulike rammeverk til bruk i ulike kontekstar. UDIR (2019b) listar opp 35 rammeverk til bruk i ulike kontekstar innanfor IKT i utdanning. Mange av desse rammeverka har t.d. sjølvevaluering og/eller ulike progresjonssteg. TPACK-modellen har ikkje noko av dette.

Eit døme på eit anna rammeverk er det senter for IKT i utdanningen, organisert som et forvaltningsorgan direkte under Kunnskapsdepartementet har: Rammeverk for lærerens Profesjonsfaglige digitale kompetanse. Denne legg vekt på at læraren må utvikle eigen profesjonsfagleg digital kompetanse for å undervise godt med digitale hjelpemiddel (TPACK) (Kelentrić, Helland & Arstorp, 2017, s. 4).

Går vi tilbake til TPACK så peikar også dei som introduserte TPACK rammeverket på at det ikkje er noko oppskrift på det å utvikle TPACK. «There is no “one best way” to integrate technology into curriculum. Rather, integration efforts should be creatively designed or structured for particular subject matter ideas in specific classroom contexts (Koehler & Mishra, 2009, s. 62).

Koehler et al (2014, s. 106) seier at forsking ikkje har funne ein ideell utviklings-rekkefølge i det å utvikle TPACK, sjølv om mange har teke opp spørsmålet. Dei anbefaler kollegalæring som ein av vegane mot TPACK. Teknologi kan introduserast som eit hjelpemiddel for å støtte og utvikle dei strategiane ein allereie har i bruk i klasserommet bygd på lærarane si årelange erfaring. Men ein fare med kollegalæring, seier dei, er at lærarar kan ta med seg oppfatningar som avgrensar kva visjonar dei har til, og i kor stor grad dei vil ta i bruk, ny teknologi.

I følgje Koehler et al (2014, s. 109) er samansette (komplekse) oppgåver der ein må bruke alle komponentane i TPACK samtidig med på å utvikle TPACK. Så i staden for å ha separate kurs i innhald (matematikk), pedagogikk og teknologi, er det viktig å lage arrangement der ein blir utfordra på alle desse tre komponentane samtidig. For lærarar som allereie underviser i matematikk er det i følgje (Mudzimiri, 2012, s. 17) krevjande å utvikle TPACK mellom anna på grunn av mangel på tid til å ta kurs, og mangel på tid og høve til å praktisere det ein har lært.

2.5 IKT i matematikkundervisninga

I "Principles and Standards for School Mathematics" vart teknologi (digitale verktøy) oppgitt som ein av nøkkelfaktorane med tanke på å betre kvaliteten på matematikkundervisninga i USA (NCTM, 2000, s. 21). Men korleis brukar vi teknologien?

2.5.1 Digitalt eller analogt? – PC eller papir?

Matematisk kompetanseutvikling er noko som skjer inne i elevane. I denne prosessen med å utvikle matematisk kompetanse brukar elevane mange hjelpemiddel som papir, blyant, linjal, kalkulator og PC. For elevar som t.d. likar å bruke blyanten til å teikne figurar for å aktivisere det visuelle arbeidsminnet under arbeid med matematikk vil papir i mange samanhengar vere betre enn PC (Reikerås, 2009, s. 30) (Boaler, 2017). Digitale hjelpemiddel slik dei fungerer i dag kan heller ikkje konkurrere med papir og blyant når ein skal lage raske tankeskisser, enkle figurar, skrive brøkar eller formlar som t.d. i $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$. Det fører til at vi er i, og truleg vil halde fram med å vere i ein situasjon der ein brukar både analoge og digitale hjelpemiddel i matematikkundervisninga. Utforsking med talrekker, teikning av nøyaktige grafar i høvelege vindauge og geometriske figurar får ein raskare og penare til digitalt. Og for dei elevane som slit med å lage «pene» teikningar, vil digitale produkt ofte vere kjekkare å bruke t.d. på ei innlevering eller ein presentasjon.

Dei digitalt innfødde elevane vi har i dag skriv så fort på tastatur at dei kan klare å skrive ordrett alt som blir sagt på ei førelesing, men i følgje (Mueller & Oppenheimer, 2014) vart det dårlegare resultat på omgrepsmessig testing for studentar som tok ordrette førelesingsnotatar på laptop i høve til dei som omformulerte og skreiv notatar for hand. Dette blir støtta av forsking på NTNU (van der Meer & van der Weel, 2017).

Både med tanke på læringa til elevane, og med tanke på å førebu dei for ein eksamen både med og utan hjelpemiddel, er det då viktig at ein lar elevane veksle mellom å bruke papir og blyant, og å bruke digitale hjelpemiddel.

2.5.2 Er gode rekne- og modelleringsverktøy gode undervisningsverktøy?

Simuleringar og databaserte modellar blir omtalt som den sterkaste ressursen for å utvikle matematikk og naturfag sidan utviklinga av matematisk modellering i renessansen (Romberg & Kaput, 1999, s. 12). Ei slik utsegn skulle då indikere at dette er gode verktøy også i matematikkundervisning. Blomhøj (2003) refererer til forsking som både er positiv (Blomhøj, 2003, s. 104) og negativ (Blomhøj, 2003, s. 135) til effekten av IKT i matematikkundervisninga. Noko av grunnen til negative erfaringar kan nok vere at dei digitale hjelpemidla på slutten av 1990-talet hadde ein langt høgre brukarterskel enn i dag.

Det har skjedd veldig mykje i positiv retning når det gjeld brukarterskel og kvalitet på digitale hjelpemiddel dei 20 åra sidan 1995, dermed blir det brukt mindre tid på å lære programvare og rom for meir tid til matematisk utforsking og læring. I tillegg har det vore eit skifte frå relativt statisk til dynamisk programvare som t.d. Geogebra.

«We suggest that teachers consider technology as a conscious component of each lesson and a regular strategy for enhancing student learning» (Van de Walle, Karp & Bay-Williams, 2013, s. 113). Van de Walle tilrår utstrekt bruk av teknologi (digitale hjelpemiddel) i matematikkundervisninga, men har og ein tydeleg bodskap i artikkelen om at ein skal bruke **rett** verktøy, på **rett** måte til **rett** tid.

Van de Walle et al. (2013, s. 123) seier at læraren skal bruke digitale hjelpemiddel for å nå undervisningsmåla, ha klare retningsliner der ein legg opp til utprøving og eksperimentering og bruker digitale hjelpemidlar i praktiske situasjonar.

Det er viktig kva oppgåver elevane får som skal oppmuntre og utfordre til reell eksperimentering og utforsking, og i tillegg at ein set av tid til refleksjon (Fuglestad, 2003, s. 232). Og sjølv om Jankvist stiller spørsmål ved om CAS kan føre til problem med relasjonell læring, blir det og presisert:

> If students appear to be having new kinds of difficulties, it is not the students who are to blame. Neither is it the teachers, nor necessarily CAS itself. The problem is, as far as we can tell, how CAS is used as a result of the way curriculum and policy documents prepare the grounds for its use and the way it is then implemented in textbooks (Jankvist & Misfeldt, 2015, s. 20).

Breiare kompetanse krev meir samtale og fagleg oppsummering, og færre, men meir utvalde individuelle oppgåver (Topphol, 2012, s. 141). Kombinasjonen av t.d. digital tavle og Geogebra er ypparleg i ein slik felles matematisk (lærarstyrt) samtale i klassen (Bergem & Klette, 2012) (Wistedt, 2003). Innanfor geometri t.d. kan læraren veldig raskt få fram ein eigna figur, med korrekt namnsetjing etc. som også er dynamisk, til bruk i ein samtale.

2.5.3 Engasjement – jmf. productive disposition

Hattie peikar på at vi som lærarar «kan holde elevene engasjerte og opptatte, men ikke sørge for at de faktisk lærer noe» (Hattie, 2013, s. 351). Dette kan vere eit problem med alle arbeidsmåtar. Det som engasjerer mest er ikkje nødvendigvis det som gir best læring. Dette gjeld også digitale hjelpemiddel. Eit døme på dette er undersøkinga: «Algebra som spill» der ein vurderer effekten av læringsspelet Dragon Box i høve til læringsressursen Kikora. Dragon Box var ein klar «vinnar» på elevengasjement, medan Kikora var klar «vinnar» på betring i algebra (Kluge & Dolonen, 2014).

2.5.4 Instrumentell bruk av digitale hjelpemiddel

Lærebøker kan ofte ha eit døme på løysing av ei oppgåve, og deretter fleire oppgåver av same type der elevane kan trene på å løyse denne typen oppgåve. Dette kan lett bli det som ein kan kalle imiterande eller instrumentell oppgåveløysing. Også digitale verktøy kan brukast på denne måten. Sandstad (2012) peikar på at elevar ofte må ha «triggerord» for å kunne finne ein måte å løyse ei oppgåve med digitale verktøy. For matematikk 1T elevane kan slike triggerord t.d. vere å finne skjeringspunkt, nullpunkt eller ekstremalpunkt. Då vil elevane ofte kjenne til ein måte å finne svara på utan nødvendigvis å forstå kva dei finn. Utan desse triggerorda kan det ofte vere vanskeleg for elevane å løyse eit problem. «Norske elever evner i liten grad å bruke hjelpemidlene kreativt dersom en løsningsalgoritme ikke er opplagt. «Dette kan skyldes at man bruker lite tid på å diskutere strategier for problemløsning i norsk matematikkundervisning, selv om forskning viser at utforskende og problembasert undervisning er en forutsetning for fruktbar bruk av digitale hjelpemidler» (Sandstad, 2012, s. V). Om lag same bodskap finn vi i:

> *In summary, students are more likely to benefit from a dynamic software's potential to enhance learning if they are working with and successfully solving tasks that do not include instructions on how to construct a solution method. Consequently, the challenge for teachers will be to design appropriate tasks and to provide feedback to support students to engage in productive struggles without turning unguided tasks into guided tasks* (Olsson & Granberg, 2018)

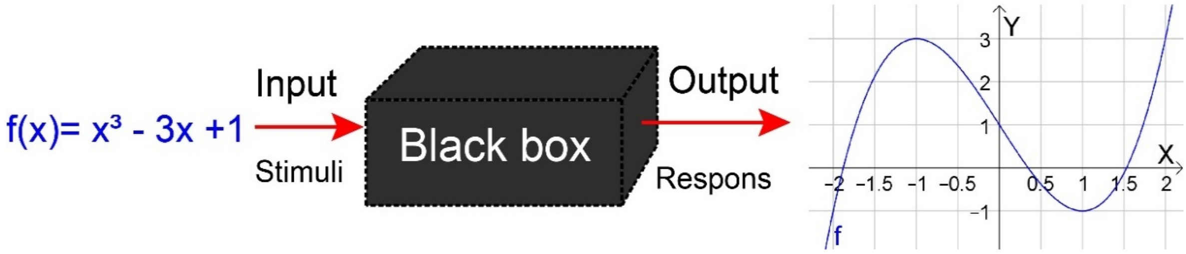
Ein slik bruk av digitale hjelpemiddel vil vere eit rimeleg klart brot med den oppgåvediskursen som fram til no har vore i norsk skule, der ein gjerne skal gjere mange oppgåver som er like ei oppgåve ein har gjort før. Det vil vere ei utfordring både å endre lærebøker, lærarpraksis og å klare å få elevar som er vande med å finne mange svar på kort tid til å arbeide lenge med ei oppgåve der ein ikkje har ein formulert løysingsmetode.

2.5.5 Black box

Fysisk Black box eller svart boks høyrer vi kanskje mest om i samband med flyulykker. Omgrepet Black box er og truleg meir brukt innanfor programmering og modellering enn innanfor skulematematikken, men eg tek føre meg omgrepet i matematisk kontekst fordi det femnar mykje av den grunnleggande debatten rundt bruken av digitale hjelpemiddel. På ein enkel kalkulator kan t.d. ein elev på 12 år skrive talet 30, deretter trykke på tasten som er merka med SIN, og ende opp med svaret 0,5. Truleg seier ikkje 0,5 noko som helst for 12-åringen. Denne eleven trykker på kalkulatoren og gir ein INPUT i form av eit stimuli, og får deretter respons i form av eit OUTPUT som eleven ikkje forstår. Eleven forstår heller ikkje kva som skjer inne i kalkulatoren. I dette tilfellet fungerer kalkulatoren som ein BLACK BOX.

3-4 år seinare kan det hende at same elev skriv inn $f(x) = x^3 – 3x + 1$ i innskrivingsfeltet i GeoGebra og får ut ein graf på skjermen. Slik figur 2-8 viser sender eleven eit input til den svarte boksen og får eit output, i denne samanhengen ein graf på ein skjerm.

Figur 2-8 Black box



Avhengig av kva bakgrunn denne eleven har vil GeoGebra i denne samanhengen både kunne fungere som ein Black-Box, eller det som Buchberger (1990) kallar ein White box. Viss eleven har fått ei god omgrepsforståing av funksjonar og grafar, ser samanhengen mellom funksjonsverdiar og grafisk avbilding, og kan finne t.d. ekstremalpunkt og nullpunkt med papir og blyant er GeoGebra blitt ein White-Box for eleven når det gjeld å teikne grafar av polynom av 3. grad. Eleven har forståing av både kva som går inn av input og kjem ut av output frå boksen.

Buchberger (1990, s. 3) tek opp om vi treng å lære integrasjonsreglar når ein no har fått programvare som gjer dette for oss. Dei to ytterpunkta seier han er:

1. Slutt å lære manuell integrering
2. Ikkje bruk programvare for integrering

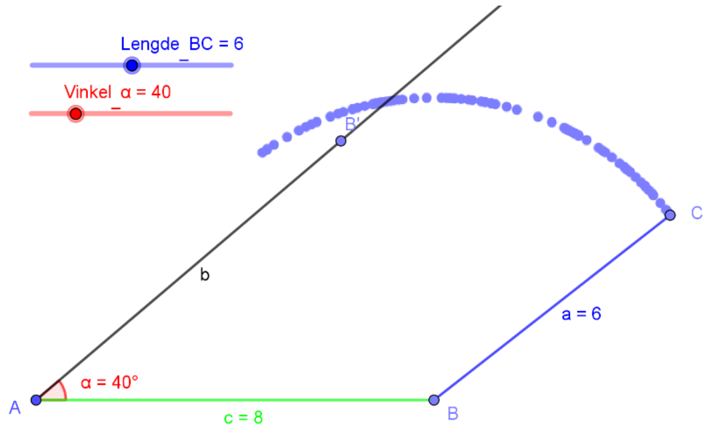
Buchberger argumenterer for at ein i staden for å ta eitt av desse to ekstreme standpunkta heller bør bruke eit White-Box/Black-Box prinsipp for symbolreknande programvare (CAS) i matematikkundervisninga.

Kortversjonen av prinsippet går ut på at ein skal skaffe seg matematisk innsikt og lære nye algoritmer ved å arbeide utan hjelpemiddel utover dei som blir brukt til å utføre trivielle oppgåver. Dette er White-Box fasen. Når ein har nådd nok innsikt og blitt god i aritmetikken kan ein la ein Black-Box ta over dei trivielle rutineoppgåvene. Dermed frigjer ein tid til å kome vidare i studiet. Dette samsvarar godt med Sfard sin reifikasjon.

2.5.6 Visualisering

Visualisering kan vere så mangt. I daglegtale og innanfor psykologi kan det handle om å lage eit indre bilete, medan ein i matematisk samanheng gjerne vil ha blyant og papir for å visualisere (Zimmermann & Cunningham, 1991, s. 3) Å telje på fingrane er ein måte å visualisere på. I følgje Boaler (2017) er bruk av fingrane essensielt i matematisk utvikling. Å hindre born i å bruke fingrane vil svekke den matematiske utviklinga deira. Ho vektlegg at visualisering er viktig for å lære matematikk, og ikkje berre for born og på lågt nivå. (Boaler, 2017). «Strong mathematics learners are those who think deeply, make connections and visualize» (Boaler, 2017, s. 11).

Figur 2-9 Visualisering i GeoGebra



I følgje Zimmermann og Cunningham (1991) er visualisering i matematikk forklaringar der ein brukar geometriske og grafiske representasjonar av omgrep, prinsipp eller problem. Grunnen til at ein bør bruke visualisering i matematikk-undervisninga er at det er med på å skape forståing, er ein måte å oppdage på, og til hjelp i problemløysing. Visualisering kan foregå mentalt, visuelt på papir eller med elektroniske hjelpemiddel: «Mathematical visualization is the process of forming images (mentally, or with pencil and paper, or with the aid of technology) and using such images effectively for mathematical discovery and understanding» (Zimmermann & Cunningham, 1991, s. 3).

2.5.7 Forsking om IKT i matematikkundervisninga?

Hodgen et al (2018, s. 93) har forska på metaanalyser av bruk av digitale hjelpemiddel innanfor matematikkundervisning, og seier det er vanskeleg å konkludere sikkert. Forskinga har vore gjort i tidsrommet frå 1977 til 2017. I denne perioden har det vore dramatiske endringar når det gjeld digitale hjelpemiddel med omsyn til teknisk yteevne, digitale ferdigheiter hjå brukarane, tilgjenge til utstyr mm. Dei peikar og på at det i England i 2018 er svært mange typar hardware og software i bruk i matematikkundervisninga. Tilgangen på hardware er truleg like god i Norge, men det er truleg eit litt mindre utval av software i Norge fordi ein gjerne vil bruke software på norsk

Li & Ma (2010, ss. 219-220) legg vekt på at utbyttet av å bruke programvare i matematikkundervisninga er kontekstavhengig. Utbyttet er større når undervisninga er oppdagings- og problemløysingsorientert enn ved tradisjonell undervisning. Utbyttet er og signifikant betre når elevane arbeider i smågrupper i staden for individuelt. Elevane i barneskulen hadde litt betre utbytte enn elevane høgre oppe i klassestega. Effekten var størst ved intervensjon opp til eit halvt år, og den var og større i u-land enn i i-land. Digitale hjelpemiddel har og ein god verknad når det gjeld elevar med spesiell tilrettelegging (Li & Ma, 2010, s. 226).

Li & Ma summerer opp mange studiar rundt bruk av digitale hjelpemiddel når dei uttalar: «When used in settings where teachers practiced constructivist approach to teaching, technology had much stronger effects on mathematics achievement than settings where teachers practiced traditional approach to teaching» (Li & Ma, 2010, s. 228). Også andre forskarar tilrår kombinasjonen IKT og konstruktivistisk pedagogikk: «The findings showed that computer assisted instruction as a supplement to constructivist instruction is more effective than constructivist teaching method. (…) After the study, it is found a difference between the mean scores of trigonometry achievement test of two groups and this difference is statistically meaningful in favor of GeoGebra group» (Zengin, Furkan & Kutluca, 2011).

Då Hals (2010) gjennomførte si forsking på 10. og 11. klassesteg i Norge var det krav om digitale hjelpemiddel i læreplanen, men ikkje nokon form for krav om å bruke det på eksamen. Digitale hjelpemiddel kunne like gjerne vere ein kalkulator med grafisk vindu som t.d. GeoGebra. Målet til Hals var å få større innsikt i kva faktorar som er avgjerande for at nokre lærarar vel å ta i bruk matematisk programvare i opplæringa og andre ikkje. I denne situasjonen med frivillig bruk av digitale hjelpemiddel kartlagde Hals m.a. kva argument lærarane brukt for å ta i bruk eller ikkje ta i bruk IKT i matematikkopplæringa.

For ikkje ta i bruk IKT oppga flest lærarane på 1P/1T tidspress som grunn. Andre grunnar for ikkje å ta i bruk IKT var elevar sin utanomfagleg bruk av IKT, lite læringsutbytte, for mykje bruk av tid i forhold til nytteverdi og mangel på eigen kompetanse.

Dei same lærarane brukte følgjande argument for å velje å ta i bruk IKT (programvare) i matematikkopplæringa. Nummerert etter rekkefølge og med tal på respondentar til slutt (Hals, 2010, s. 96):

1 - Det er godt egnet til visualisering, slik at elevene lettere ser sammenhenger - 48
2 - Læreplanen krever det - 37
3 - Det øker forståelsen/læringsutbyttet - 31
4 - Det motiverer elevene - 31
5 - Det gir variasjon i undervisningen – 28
6 - Programvaren er tilgjengelig og hensiktsmessig, med lav brukerterskel - 21
7 - Det er tidsbesparende - 17
8 - Det forenkler oppgaveløsningen og gjør arbeidet mer effektivt - 14
9 - En kan forandre parametere, slik at det er egnet til utforskende aktiviteter - 13
10 - Det er nyttig/tidsbesparende på eksamen - 11

Eg let Grønmo (2017) avslutte den generelle teorien rundt bruk av digitale verktøy. Ho peikar fleire stader i boka si på at sjølv om Norge og Sverige har god tilgang på digitalt utstyr i matematikkopplæringa i vidaregåande skule så viser dette ikkje igjen i resultata i TIMSS Advanced, og ho gir følgjande råd:

> Men vanskelige utfordringer som hvordan man skal lære elevene matematikk, har sjelden enkle løsninger som å gi dem en kalkulator eller en datamaskin. Det er rimelig å tro at riktig og gjennomtenkt bruk kan være til hjelp, men vi kommer ikke utenom at den grunnleggende faglige forståelsen fortsatt vil komme gjennom systematisk hardt arbeid. (Grønmo, 2017, s. 60)

2.6 Ulike typar av digitale hjelpemiddel

2.6.1 Kalkulator

«Elevane må få høve til å lære å bruke reknestav og eventuelt andre hjelpemiddel når dei arbeider med tal» heitte det i Mønsterplanen (KUD., 1974, s. 146). Eg kan hugse at ein av lærarane våre på gymnaset demonstrerte ein slik reknestav ein gang siste halvdel av 1970-talet, men det var eit anna hjelpemiddel som slo igjennom i matematikkundervisninga i denne perioden. I 1978 vart kalkulatoren lovleg å bruke i undervisning i grunnskulen, med atterhald om godkjenning frå kommunestyret (Alseth, Breiteg & Brekke, 2003). Den digitale æraen hadde starta.

«Kalkulatoren var det første digitale hjelpemiddelet som kom inn i matematikkundervisninga, og i den samanhengen er den framleis omstridd (Fuglestad, 2009, s. 119). Når skal den brukast?

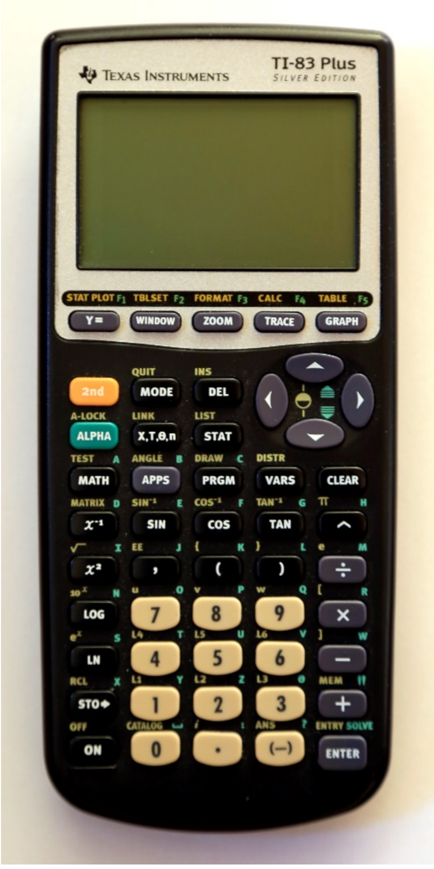
Effektforskarane seier dei har høg evidens på at elevar i vidaregåande skule jamt over skal ha fri tilgang til kalkulator, og at brukt på rette måte kan den vere med på å utvikle også kalkulasjonsferdigheiter utan kalkulator. Elevane blir betre i aritmetikk og vil etter kvart sjølve regulere bruken av kalkulatoren slik at den blir brukt mindre, men betre (Hodgen, Foster, Marks & Brown, 2018, s. 88).

2.6.2 Grafisk kalkulator

Med Reform '94 kom neste steg i den digitale utviklinga:

«IT-midler omfatter både lommeregnere og datamaskiner. Elevene skal lære å beherske lommeregneren, og skolene skal legge forholdene best mulig til rette for bruk av datamaskin i matematikkundervisningen. Elever på 5-timers-faget skal ha lommeregner med grafisk vindu» (KUF., 1994, s. 4 (171)).

Figur 2-10 Kalkulator med grafisk vindu



Då dei kom inn i skuleverket var desse kalkulatorane eit stort framsteg viss målet var å t.d. utforske grafar. Biletet (figur 2-10) er av ein TI-83 Plus Silver editon som ikkje var den første kalkulatoren med grafisk vindu eg brukte, men den var den første som hadde uttak for ekstern skjerm som kunne leggast på overheaden. Dermed kunne eg vise skjermbiletet på min kalkulator til elevane. Dette var eit stort framsteg, og til god hjelp i undervisninga.

På dei åra den grafiske kalkulatoren var i bruk, gjekk den frå å kunne teikne grafar og utføre numeriske berekningar til etter kvart å også kunne utføre eksakte berekningar og symbolmanipulasjon (Østerlie, 1999, s. 2). Den hadde mange av dei same funksjonane som det ein i dag finn i t.d. Geogebra, men hadde ein langt høgre brukarterskel.

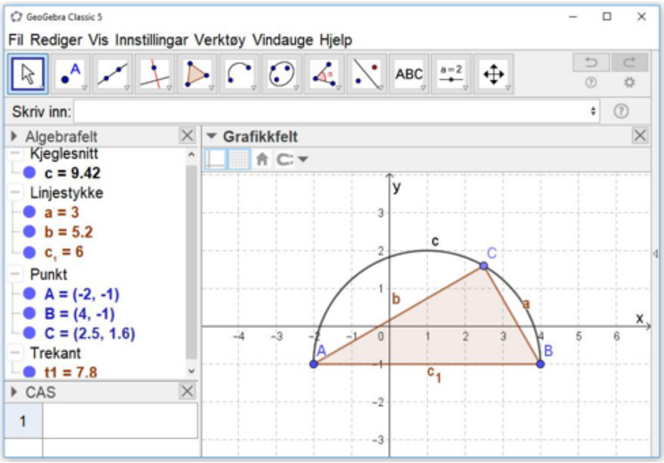
2.6.3 Matematisk programvare på PC

Som døme på matematisk programvare på PC presenterer eg dei 3 modulane i GeoGebra som er mest brukt i matematikk 1T.

2.6.3.1 Geogebra

Geogebra starta som ei prosjekt i masteroppgåve av Markus Hohenwarter. Versjon 1.0 kom i april 2002, og inneheldt verktøy for analytisk geometri, punkt, vektorar, liner og kjeglesnitt. At programmet heilt frå starten av var gratis var truleg ein av grunnane til at programmet spreidde seg raskt. Tidleg våren 2006 var programmet ferdig omsett til bokmål og nynorsk av Sigbjørn Hals. Hals framhevar det intuitive brukargrensesnittet, og kombinert med at GeoGebra var omsett til bokmål og nynorsk, og i tillegg var gratis, låg det godt til rette for å bli teke i bruk i skuleverket. Og allereie i 2010 refererte alle matematikklærebøkene i vidaregåande skule til GeoGebra (Hals, 2010, s. 1).

Figur 2-11 Skjermklipp GeoGebra



Figur 2-11 viser korleis GeoGebra versjon classic 5 ser ut på PC. Her er innstillingane justert slik at dei felta ein brukar mest i 1T ligg klar til bruk, og at skrifta i programmet er stor nok til at elevane på bakarste pult kan lese den utan problem. Ein kan stille inn og lagre korleis ein vil ha si utgåve at GeoGebra. Det gjer at ein t.d. kan ha eit utgangspunkt med berre grafikkfelt og lite som uroar t.d. i eit geometriemne. Dei som vil bruke GeoGebra på ein annan måte kan velje mellom mange ulike andre felt som sannsynskalkulator, rekneark og grafikkfelt 3D.

«Dynamisk programvare blir her definert som matematisk programvare der forbindelsen mellom et algebraisk utrykk og den tilhørende grafiske representasjonen fungerer begge veier. En forandring av den ene fører da til en umiddelbar oppjustering av den andre representasjonen» (Hals, 2010, s. 3). I programmet viser dette seg ved at ein endring i grafikkfeltet fører til ein endring i algebrafeltet, og motsett. Dette opnar opp for at ein lettare kan sjå samanhengen mellom dei 2 hovudområda algebra og geometri i matematikken (Banchoff, 2008, s. 99). Brukt på ein god måte kan GeoGebra hjelpe elevane til å sjå matematiske objekt i både algebraisk og geometrisk representasjon, og kan dermed vere med på å betre omgrepskunnskapen og den relasjonelle forståinga til elevane.

2012 kunne Martinovic et al. (2012, s. 38) i eit tilbakeskodande blikk på GeoGebra uttale: «Today, GeoGebra is a shining example of a successful open access project, one which involves thousands of people worldwide who are working together to develop, share, and apply new technological and pedagogical ideas of how to use GeoGebra to enhance mathematics learning and teaching»

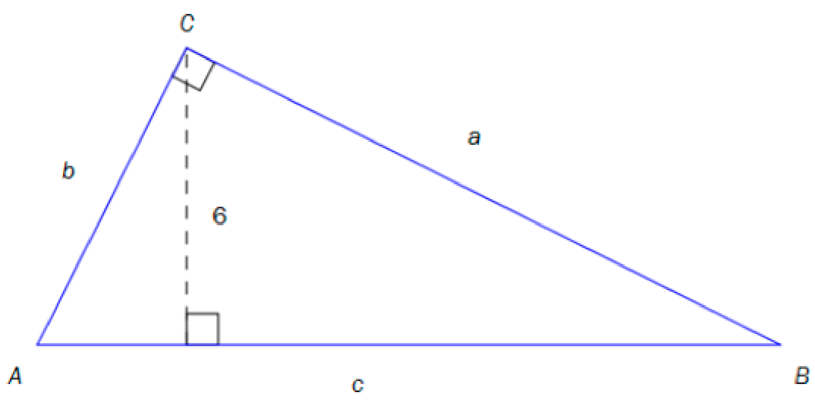
Teglskov (Teglskov, 2013, s. 7) anbefaler å ta i bruk GeoGebra allereie i barneskulen. Ho påpeiker og at ein må skilje bevisst mellom opplæring i, og bruk av, GeoGebra (2013, s. 3) Ho tilrår detaljerte instruksjonar i opplæringa i å bruke GeoGebra, men opne oppgåver utan løysingsframlegg til matematisk bruk.

Spesielt viktig er det at elevane har god nok hjelpemiddelkompetanse (kan bruke programmet) når dei skal drive utforskande og problemløysande aktivitet med GeoGebra. Viss denne aktiviteten stoppar opp på grunn av manglande hjelpemiddelkompetanse vil det vere vanskeleg å oppnå det ein ynskjer med denne undervisninga. GeoGebra fungerer godt ved innlæring av geometriske transformasjonar og i utforskingssamanheng (Vasquez, 2015, s. 52), men i matematikk 1T er det CAS og grafteiknar som får mest plass, spesielt på eksamen. Også for ein erfaren lærar er GeoGebra eit godt matematisk verktøy. Programmet er eit hjelpemiddel for læraren i undervisningsarbeidet, men og i læraren sin eigen matematiske utvikling (Bu, Mumba, Henson & Wright, 2013, s. 74).

2.6.3.2 CAS – Computer Algebra System

CAS står for computer algebra system. Nedanfor er det vist løysing av ei eksamensoppgåve frå matematikk 1T. Løysinga av oppgåve 1b viser i CAS-vindauget (figur 2-12) nede til høgre.

Oppgave 1 (4 poeng)



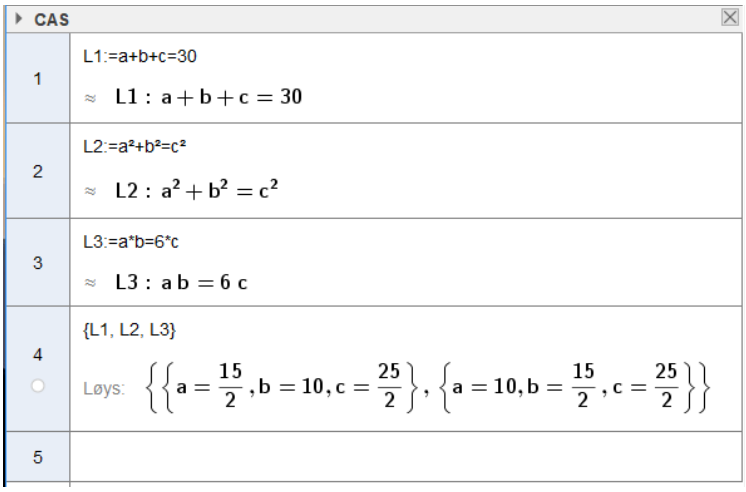
Gitt ΔABC ovenfor. Vi setter sidene i trekanten lik a, b og c.
Trekanten har omkrets 30. Høyden fra C på AB er 6.

a) Forklar hvorfor vi kan sette opp følgende likningssystem for å bestemme a, b og c.

$$\begin{bmatrix} a+b+c=30 \\ a^2+b^2=c^2 \\ ab=6c \end{bmatrix}$$

b) Bruk CAS til å bestemme a, b og c.

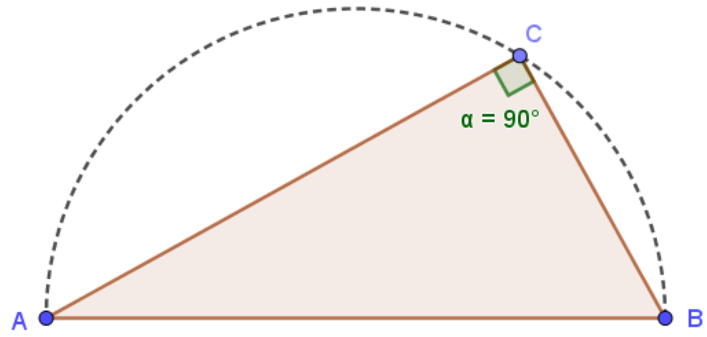
Figur 2-12 CAS i GeoGebra



2.6.3.3 Dynamisk geometriprogram

Bruk av konstruksjonsverktøy som blyant, passar og linjal til å konstruere ulike figurar har lang tradisjon. Det blir sagt at då Arkimedes vart drepen av ein romersk soldat var han først og fremst oppteken av at soldaten ikkje skulle øydelegge konstruksjons-teikningane han hadde laga i sanden. Innafor matematikkundervisninga er det og ein lang tradisjon med konstruksjon på papir eller tavle.

Figur 2-13 Dynamisk geometriprogram i GeoGebra

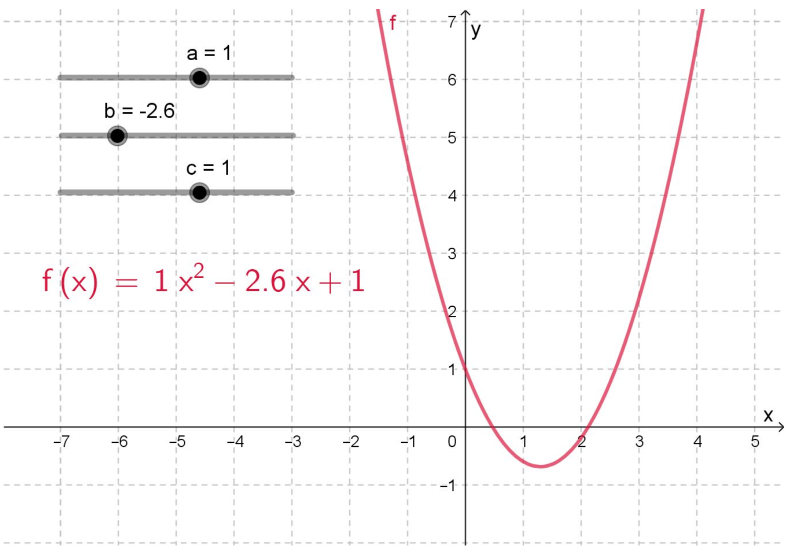


Alle desse har vore statiske konstruksjonar. For å gi dei liv har ein enten måtta laga mange ulike statiske konstruksjonar eller laga indre mentale bilete av dei. Indre mentale bilete er truleg eit teikn på reifikasjon, men det er slett ikkje alle som klarer å framstille desse indre bileta.

Figur 2-13 er frå eit dynamisk geometriprogram. Her er ein trekant innskriven I ein halvsirkel. Punkt C ligg på halvsirkelen. Her kan ein dra og flytte på både punkt A, B og C. Målet med ein slik figur kan vere å oppdage kva som skjer med vinkel C når ein flyttar punkt C langs sirkelbogen. Ved å teikne kvadrat på alle sidene kan ein og lett kome fram til (oppdage) ein kjent matematisk regel.

2.6.3.4 Grafteiknar

Figur 2-14 Grafteiknar i GeoGebra



Ein grafteiknar blir brukt til å teikne grafar. I dømet i figur 2-14 er det og lagt inn det ein kallar glidarar for verdiane (parametrane) a, b og c. Dermed kan også grafteikninga bli dynamisk og utforskande ved at ein kan utforske kva endring i ein eller fleire av parametrane får å seie for korleis grafen ser ut.

2.6.3.5 Utstyrssituasjon og bruk av PC i VGS

100% av elevane i vidaregåande skule i Norge har tilgang på PC (Grønmo, Hole & Onstad, 2016, s. 85). Alle elevar har eigen berbar PC. Når mange skular i tillegg har utlånsPCar i reserve når elevane sine ikkje fungerer, og nokre skular også har eigne datarom i spesielle fag er det bakgrunnen for at statistikk fortel at det er meir enn 1 PC pr elev.

Kor mykje desse PC-ane er brukt i matematikkundervisning finn eg ikkje gode tal på. Monitor skole lagar rapportar om den digitale tilstanden i norsk skule. Den nyaste rapporten som omtalar vidaregåande skule er monitor 2013 (Hatlevik, Egeberg, Guðmundsdóttir, Loftsgarden & Loi, 2013). Der har ein spurt elevane på Vg2 om kor ofte dei brukar datamaskin i 5 ulike fag. Matematikk er det faget der datamaskina er minst i bruk.

2.7 Matematikk 1T

2.7.1 Struktur i matematikkfaget i VGS

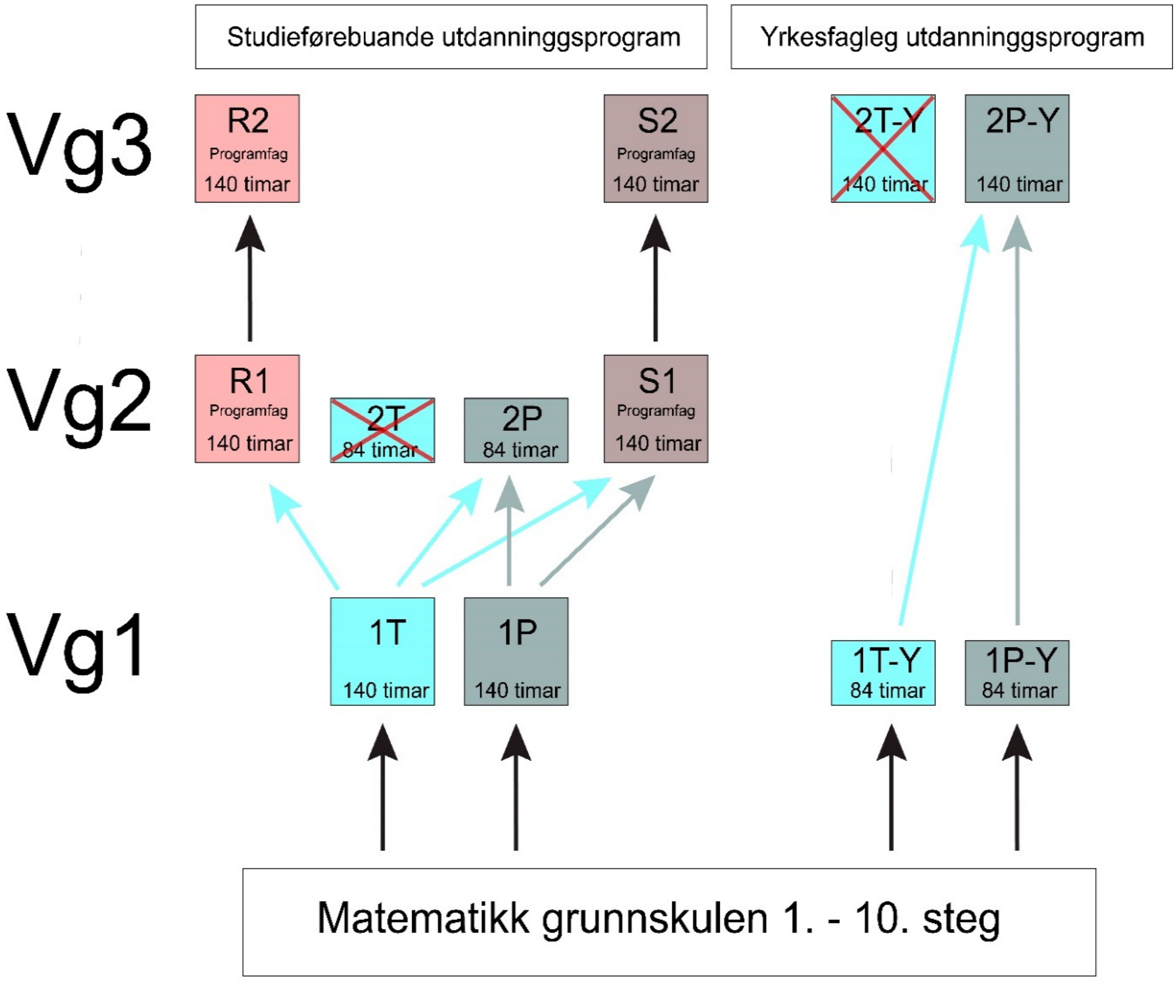
Pisasjokket var truleg medverkande til at ein auka minimumstimetalet for matematikk i vidaregåande skule. Yrkesfaglege utdanningsprogram fekk 3 undervisningstimar pr veke første året og 5 undervisningstimar pr veke i eit eventuelt påbyggingsår for å få studiekompetanse.

På studieførebuande kunne elevane velje mellom matematikk 1P (praktisk) og 1T (teoretisk) første skuleåret. Minimumsvarianten vidare var å ta enten 2P eller 2T andre skuleåret. Eventuelt kunne ein i staden for 2T eller 2P velje å ta programfaga R1 eller S1. Det viste seg etter kvart at talet på elevar som tok 2T hadde ein dramatisk nedgang. I staden for å ta 2T valde elevane heller å ta programfaget S1 eller R1. Allereie i 2009 kom det framlegg om å fjerne faget 2T, men først i 2016 gjekk faget ut, og sidan det har strukturen for matematikk i vidaregåande skule vore slik figur 2-15 viser.

Grovt rekna tek knappe 30% av elevane matematikk 1T første året på vidaregåande skule (UDIR, 2018), og av dei som byrjar på studieførebuande utdanningsprogram er det ei ca 50/50 fordeling mellom 1P og 1T. 1T er einaste inngangsporten til R1 og R2, og ca ein tredel av dei som byrjar på 1T fullfører R2.

Vidare i teksten tek eg for meg utviklinga i matematikk 1T når det gjeld læreplanar og eksamen. Frå 01.08.2006 og fram til i dag i 2018 har det vore 4 versjonar av læreplanen i matematikk. Det som blir omtalt om vurdering og eksamen i matematikk 1T nedanfor har desse 4 utgåvene (UDIR, 2006) (UDIR, 2009) (UDIR, 2010) (UDIR, 2013) av læreplanen som kjelde.

Figur 2-15 Matematikk-fagstruktur i VGS LK06 - Raudt kryss over fag som gjekk ut i 2016



2.7.2 Vurdering i matematikk 1T

Elevane fekk standpunktkarakter, men fram til 2010 var det berre karakteren på øvste nivå som kom fram på vitnemålet. Med andre ord vart karakteren frå 2T eller 2P ståande for ein elev som avslutta med eitt av desse 2 faga. Denne modellen viste seg å ha nokre uheldige sider, og frå og med våren 2010 fekk både 1T og 1P elevane standpunktkarakter som kom fram på sluttvitnemålet etter Vg3.

2.7.3 Eksamen i matematikk 1T

Det var ikkje eksamen i faget frå 2006. Då standpunktkarakter i faget vart innført våren 2010 kom det og eksamen i matematikk 1T. Og elevane kunne bli trekt ut til sentralgitt skriftleg eller lokalgitt munnleg eksamen.

Dei 3 første eksamenssetta (Matematikk.net) i matematikk 1T hadde ei oppgåve der elevane kunne velje mellom alternativ 1 eller 2. Den eine av desse oppgåvene var ei såkalla kreativ oppgåve der det kunne løne seg å bruke dynamisk geometriprogram. Motivasjonen for å lære elevane dynamisk geometriprogram vart truleg mindre av at desse oppgåvene vart tekne bort frå eksamen (Hals, 2010, s. 137).

Frå våren 2015 (UDIR, 2015) kom det tydelege endringar når det gjeld eksamen i matematikk 1T. I staden for 2 timar utan hjelpemiddel og 3 timar med hjelpemiddel vart det no innført 3 timar utan hjelpemiddel og 2 timar med hjelpemiddel. Med andre ord vart det lagt meir vekt på elevane skulle klare seg også utan hjelpemiddel. Fram til no hadde det vore opp til elevane kva digitale hjelpemiddel dei ville bruke, men no vart det eksplisitt kravt at ein skulle bruke grafteiknar og CAS og at ein skulle levere digitale utskrifter.

2.7.4 Matematikk 1T – krevjande – rask progresjon

Eg har allereie vist til PISA og TIMSS og at norske elevar er svake i algebra. I matematikk 1T møter dei algebra og formell matematikk i større grad enn dei er vande med. Grønmo et al (2017) viser til arbeidet til Draagen & Helvig (2015) som har samanlikna norske lærebøker i matematikk med lærebøker på tilsvarande årssteg i Singapore: «Progresjonen i Norge med hensyn til sentralt modningsstoff er ujevn. Sammenliknet med Singapore er den norske progresjonen tregere fram til omtrent avslutning av ungdomstrinnet, deretter er den raskere» (Grønmo, 2017, s. 75) . Det er verdt å merke seg at Grønmo her omtalar matematikk 1T, og ikkje matematikk 1P der det er mindre nytt lærestoff i høve til kva elevane har hatt i ungdomsskulen. I følgje Draagen & Helvig (2015, s. 112) har progresjonen i lærebøkene i Singapore form av ein spiral i dei årsstega som tilsvarer norsk ungdomsskule, medan dei opplever den norske progresjonen i dei same årsstega meir som ein sirkel. Lærebøkene i Singapore legg og opp til å arbeide lenger og meir grundig med beslekta tema. «Ved en slik tilnærmingsmåte er fokus på aktiv elevrolle og relasjonell forståelse viktig, noe vi ser tendenser til i de singaporeanske lærebøkene» (Draagen & Helvig, 2015, s. 112).

Elevane som tek 1T møter for første gang i livet sitt emne som logaritmar, trigonometri og derivasjon. Innanfor derivasjon er omgrepet stigningstal (vekstfart) sentralt. Frå elevane for første gang møter det matematiske omgrepet stigningstal definert som $a = \frac{\Delta y}{\Delta x}$ til dei skal gjere eit nytt omgrepssprang til ein grenseverdi som er definert som $\frac{\Delta y}{\Delta x}\ når\ \Delta x\ \rightarrow 0$ går det berre nokre månedar. I Singapore har elevane om lag 3 år på det same abstraksjonsspranget fordi omgrepet stigningstal blir introdusert tidlegare. «Eksempelvis introduseres den generelle formelen for stigningstall tre år før den introduseres i de norske lærebøkene, noe som vil gi lenger tid til reifikasjon og lenger tid til øving av ferdigheter knyttet til forkunnskapene. Dette kan tenkes å bedre muligheten for å lære derivasjon» (Draagen & Helvig, 2015, s. 116). Draagen & Helvig (2015) kjem og med tilsvarande døme frå algebra: «Konsekvensen av denne raske progresjonen, som i den norske tradisjonen kompenserer for manglende progresjon og modning gjennom ungdomstrinnet, kan bli at elevene faller av faglig» (Grønmo, 2017, ss. 76-77). Manglande forståing av variabelomgrepet og prosedyrekunnskap i algebra gjer ikkje dette lettare:

> Når teorien for derivasjon introduseres, kommer man til en type teori som ikke engang lar seg formulere uten utstrakt bruk av variabler. Har elevene

> mangelfullt utviklet forståelse for algebra på dette tidspunktet, er instrumentell læring i fortsettelsen en naturlig konsekvens. (Grønmo, 2017, s. 78)

Bratlie (2016) har sett på kva vanskar elevar opplever i overgangen mellom matematikk på ungdomsskulen og matematikk 1T. Han ser spesielt på elevar som har vore vande med å få gode karakterar i matematikk i ungdomsskulen og er motiverte, men som slit fagleg i matematikk 1T.

Bratlie peikar på at matematikk 1T er prega av rask progresjon, og tidspress, og elevane er ikkje vande med å arbeide med forståing av matematikk. Dette kan føre til at elevane prioriterer ei instrumentell læring som gir resultat på prøver her og no, men ikkje fører til relasjonell læring (Bratlie, 2016, ss. 98-99). I UDIR si høyring om fellesfaga frå 2009 heiter det at matematikk 1T er krevjande. Det inneheld mange emne, og det blir vanskeleg å finne tid til fordjuping og refleksjon (Borge I. C., et al., 2014, s. 54).

2.7.5 Digitale mål og hjelpemiddel i matematikk 1T

Dei første åra med matematikk 1T vart det brukt både grafiske kalkulatorar og ulike typar av matematisk programvare i undervisning og på eksamen. Frå og med våren 2015 kom det nye minstekrav til digitale verktøy på eksamen i matematikk 1T: Grafteiknar og CAS (UDIR, 2015, s. 1) Av dei 15 kulepunkta av i den delen av læreplanen i matematikk som omhandlar matematikk 1T finn ein 5 kulepunkt med kompetansemål for opplæringa (UDIR, 2013)(mi utheving) der digitale verktøy er omtala:

Tal og algebra

- omforme uttrykk og løyse likningar, ulikskapar og likningssystem av første og andre grad og enkle likningar med eksponential- og logaritmefunksjonar, **både ved rekning og med digitale verktøy**
- omforme ei praktisk problemstilling til ei likning, ein ulikskap eller eit likningssystem, løyse det matematiske problemet **både med og utan digitale verktøy**, presentere og grunngje løysinga og vurdere gyldigheitsområde og avgrensingar

Geometri

- lage og bruke skisser og teikningar til å formulere problemstillingar, i oppgåveløysing og til å presentere og grunngje løysingane, **med og utan bruk av digitale verktøy**

Funksjonar

- lage, tolke og gjere greie for funksjonar som beskriv praktiske problemstillingar, analysere empiriske funksjonar og finne uttrykk for tilnærma lineære samanhengar, **med og utan bruk av digitale verktøy**
- **bruke digitale verktøy** til å framstille og analysere kombinasjonar av polynomfunksjonar, rotfunksjonar, rasjonale funksjonar, eksponentialfunksjonar og potensfunksjonar

3 Metode

I dette kapittelet vil eg først presentere val av metode (3.1). Deretter vil eg gjere greie for forskingsetiske vurderingar og søknad til NSD (3.2) og korleis eg har arbeidd med å lage spørsmåla brukt i spørjeundersøkinga (3.3). Deretter gjer eg greie for korleis eg definerer populasjon og utval (3.4) og beskriv gjennomføring av datainnsamlinga (3.5). Så forklarer eg statistikkomgrep brukt seinare i oppgåva og diskuterer reliabilitet og validitet i undersøkinga (3.6), før eg til slutt skriv kort om etterarbeid av innsamla data.

3.1 Val av metode

Omgrepet metode kjem etymologisk av det greske methodos som betyr å følgje ein bestemt veg mot målet. Befring (2016, ss. 36-41) skil mellom 3 hovudtypar av forskingsmetodar innanfor utdanningsvitskap:

1. **Historisk metode** beskriv og analyserer idear om oppfostring og opplæring i fortids- og utviklingsperspektiv
2. **Kvalitativ metode** er forsking der materialet gjerne blir registrert som tekst eller som opptak av tale. Men det kan og vere analyse av anna materiell som lærebøker, læreplanar og liknande. Kvalitativ metode er ein fleksibel metode der ein kan grave djupare der ein finn noko interessant.
3. **Kvantitativ metode** har rot i naturvitskapleg forsking og har grunnleggande verdi med tanke på å skaffe generell kunnskap. Det er vanleg å skaffe informasjon/data frå mange informantar for eksempel ved spørjeundersøkingar.

Mitt mål var å få informasjon frå mange norske lærarar om GeoGebra i matematikk 1T. Då er den kvantitative metoden det naturlege valet. Det kan gi meg mykje generell kunnskap, men eg får i utgangspunktet ikkje svar på meir enn akkurat det eg spør om.

«Den mest typiske forskjellen mellom kvalitative og kvantitative metoder består i at kvalitative metoder er fleksible og lite formaliserte og bruker verbale uttrykk, mens kvantitative metoder er strengt formaliserte og benytter tallverdier og statistikk» (Befring, 2016, s. 40). Befring legg og vekt på at ein kan kombinere desse 3 metodane på ulikt vis. Metoden min er i utgangspunktet kvantitativ, men eg har 2 fritekstfelt der informantane, om dei ynskjer det, kan skrive tekst. Her kan informantane skrive det dei sjølve ynskjer å formidle, og data frå desse fritekstfelta kan reknast som kvalitative data til å utdjupe svar på strukturerte spørsmål (Ringdal, 2001, s. 111). Her vil eg presisere at eg brukar kvantitativ metode i forskinga mi. Eg har bevisst ikkje brukt kvalitative analyseteknikkar på data frå fritekstfelta. Men eg har lest fritekstfelta for å sjå om data derifrå gir meg informasjon som kan vere moglege forklaringar til det eg finn i kvantitative data.

Undersøkinga eg har gjort er ei tverrsnittsundersøking (Ringdal, 2001, ss. 25, 195 ff) utført i desember 2018 og januar 2019, og inneheld primærdata (Ringdal, 2001, s.

117) der eg sjølv har stått for innsamling av data. Ei tverrsnittsundersøking måler på eitt bestemt tidspunkt, og seier noko om tilstanden på det tidspunktet.

3.2 Forskingsetiske vurderingar og NSD

Undersøkinga slik den vart gjennomført er etter personopplysningslova av 20. juli 2018 meldepliktig til NSD, norsk senter for forskningsdata. Søknad og godkjenning finn ein som vedlegg 1 og vedlegg 2 i denne oppgåva.

Med tanke på at dette er ei anonym undersøking med mange og ressurssterke respondentar, og spørsmåla handlar om relativt ufarlege og ikkje sensitive emne, vurderer eg ikkje denne undersøkinga som forskingsetisk komplisert. Etter at undersøkinga var avslutta, vart alle data anonymisert før vidare bearbeiding.

3.3 Utforming av spørjeskjema

Arbeidet med masterstudiet og spesielt arbeidet med relevant teori til oppgåva har gitt det viktigaste bidraget til kva eg vil spørje om. Under arbeidet med å finne relevant bakgrunnskunnskap og teori til oppgåva fann eg berre ei norsk masteroppgåve der GeoGebra er sentral i problemstillinga, og der det er brukt kvantitativ metode. Hals (2010) brukte kvantitativ metode i: *IKT i matematikk-opplæringen: tidstjuv eller tryllemiddel?* Nokre av spørsmåla mine liknar på, eller er inspirerte av spørsmåla som Hals brukte i si undersøking. Over 30 år som matematikklærar i vidaregåande skule sidan før Reform94 har gitt meg høve til å oppleve innføringa av digitale hjelpemiddel i faget. Eigne refleksjonar rundt denne innføringa av digitale hjelpemiddel er og noko av grunnlaget for spørsmåla.

Mine eigne erfaringar som matematikklærar er sjølvsagt med på å forme mitt syn på digitale hjelpemiddel i faget. Som forskar er det viktig å vere klar over dette, og prøve å ha ei nøytral rolle. At digitale hjelpemiddel har vore i bruk i 25 år i faget, trur eg gjer det lettare for meg å ha ei pragmatisk haldning til digitale hjelpemiddel. Eg har inga rolle ut over det å vere lærar som kan påverke synet mitt på digitale hjelpemiddel ut over det at eg er IKT-ansvarleg på skulen der eg arbeider, og dermed kanskje har ei meir positiv grunnhaldning til digitale hjelpemiddel enn gjennomsnittslæraren.

Som lærar opplever ein at kvart skuleår er ulikt alle andre, og det er «tusen» variablar som til saman lagar ein skuledag og ein matematikktime. Det er ikkje lett å gå inn i denne komplekse skulekvardagen og måle korleis eit digitalt hjelpemiddel blir brukt og kor godt det blir brukt. Det eksisterer ingen objektive måleeiningar for å måle bruken av digitale hjelpemiddel i matematikk. Difor er mange av spørsmåla mine basert på å spørje lærarane om deira meiningar om, og haldningar til, ulike tema rundt GeoGebra i matematikk 1T. Desse meiningane og haldningane er ikkje fysisk målbare verdiar, og dei er vanskelege eller umogelege å måle eksakt.

Ei kvantitativ spørjeundersøking gir mange variablar som ein skal tolke, og det er viktig å vere medviten om kva målenivå dei ulike variablane har. Variablane eg har fått som resultat frå undersøkinga er på ulike målenivå (Ringdal, 2001, s. 89).

Ringdal (2001, s. 93) oppsummerer eigenskapane til dei 4 «vanlege» målenivåa ved kvantitative undersøkingar slik (Tabell 3-1):

Tabell 3-1 Målenivå på variablar (Ringdal)

Variablane sine verdiar er:				
MÅLENIVÅ	Kategoriar som er ulike	Kategoriar som kan rangordnast	Tal med like intervall mellom	Tal med eit absolutt nullpunkt
Nominal	X			
Ordinal	X	X		
Intervall	X	X	X	
Forholdstal	X	X	X	X
	Kategorivariablar		Kontinuerlege variablar	

Matematikarar vil gjerne rekne med variablar, og då kan Kleven (2014, s. 30) si oppsummering vere eit godt utgangspunkt for å vurdere korleis ein kan bruke variablane (Tabell 3-2):

Tabell 3-2 Målenivå på variablar (Kleven)

MÅLENIVÅ	Døme	Kjenneteikn	Operasjonar
Nominal	Kvinne – mann	Plassering i kategoriar	= ≠
Ordinal	Einig – nøytral – ueinig	Ordna i rekkefølgje	= ≠ < >
Intervall	Celsiusgrader	Like store skalaeiningar	= ≠ < > + —
Forholdstal	Kelvingrader	Absolutt nullpunkt	= ≠ < > + — · :

Oversikt over spørsmåla i undersøkinga og kva målenivå dei har (Tabell 3-3):

Tabell 3-3 Spørsmål og målenivå i undersøkinga

Nr	Spørsmål	Målenivå		
1	Kjønn	Nominal	Desse 5 spørsmåla gir informasjon om utval og populasjon	Bakgrunns-variablar
2	Aldersgruppe	Intervall		
3	Undervisningserfaring	Intervall		
4	Utdanning - studiepoeng	Intervall		
5	Anna matematikkundervisning	Nominal		
6	Opplæring i GeoGebra	Ordinal	Lærar si opp-læring i GeoGebra	
7	Innhaldet i opplæringa	Ordinal		
8	Generelt om GeoGebra	Ordinal		
9	Organisering av undervisning	Ordinal		
10	Grafteiknaren i GeoGebra	Ordinal	Meiningar om dei 3 modulane i GeoGebra	
11	Dynamisk geometriprogram	Ordinal		
12	CAS	Ordinal		
13	Tidsbruk pr modul i prosent	Forholdstal	Avrunda verdiar	
14	Vel vekk modul	Nominal		
15	Grunngi val i spørsmål 14	Nominal	Fritekstfelt	
16	Eventuell tilføying	Nominal		

Ein finn alle spørsmåla slik dei såg ut for respondentane på PC-skjermen i vedlegg 6, og spørsmåla med oppsummering av svar blir presentert i kapittel 4.

Ein må gjere nokre val når ein skal lage svarkategoriar til ei kvantitativ undersøking. Vala ein gjer kan påverke kva svar ein får. Eg har t.d. delt inn aldersgruppene i 10-årige intervall med 20-29 som første intervall. Dermed kan ein lett gruppere respondentane som t.d. i 30-åra. Grupper med 5-års intervall kunne gitt meir informasjon, medan grupper med 10-års intervall nok vil sikre anonymisering i større grad. Samtidig må ein rekne med at gruppa 20-29 og 60+ vil bli mindre enn dei andre fordi få respondentar er ferdig utdanna før i midten av 20-åra, og dei over 60 er på veg til å bli pensjonistar. Grupper med 5-års intervall kunne ha gitt ei 20-24 og ei 65+ gruppe, og det ville nok vere uheldig med tanke på anonymitet.

Mange av spørsmåla i undersøkinga er meining/haldnings-spørsmål der eg ber respondenten ta stilling til kor einig eller ueinig ein er i ein påstand. Der har eg brukt Likert-format (Ringdal, 2001, s. 202) med 5 svarkategoriar. Eg har gjort som Ringdal (2001, s. 206) tilrår og brukt lukka spørsmål ved måling av haldningar. Ein kan om ein ynskjer det «tvinge» respondentane til å ha ei meining med å unnlate eit svaralternativ som er nøytralt. Eg har vore bevisst på at respondentane skal kunne få vere nøytrale i si haldning. Nokre undersøkingar har og ein svarkategori der ein kan krysse av for at spørsmålet t.d. ikkje er relevant. Dette har eg ikkje brukt som eit svaralternativ i mi undersøking.

Spørsmål 14, der respondentane vart spurte om kva for ein modul i GeoGebra dei ville ha valt vekk om dei måtte velje vekk ein, var ut i frå det lærarane kommentere i fritekstfelta det mest kontroversielle spørsmålet.

Før eg gjennomførte undersøkinga vart spørjeskjemaet testa ut både på matematikk-lærarar og ein norsklærar. Dette førte til litt justering av språk og formuleringar. Likevel ser eg i ettertid at det er spørsmål som kunne vore tydelegare. Dette kjem eg tilbake til med døme på i kapittel 4.

3.4 Populasjon og utval

3.4.1 Populasjon

Populasjon er eit omgrep som er brukt i ulike samanhengar i ulike fag. Innanfor forsking er det forskaren som ut i frå problemstillinga definerer populasjonen (Kleven, Hjardemaal & Tveit, s. 125). Eg definerer populasjonen i undersøkinga som **matematikk 1T lærarar skuleåret 2018-2019**.

Skuleåret 2018-2019 var det 18 899 elevar i matematikk 1T i Noreg (UDIR, 2019a). Eg fann ikkje tal på kor mange lærarar det er som underviser desse elevane. For å lage eit estimat på kor mange lærarar det er som underviser i matematikk 1T har eg gjort følgjande:

Frå utdanningsavdelinga til Møre og Romsdal fylkeskommune har eg fått tilsendt data over klasser og elevar i matematikk 1T for dei skulane som fylkeskommunen er eigar av. 692 elevar er fordelt på 37 klasser på 14 skular. Dette gir eit snitt på 18,7 elevar pr klasse, og 49,4 elevar pr skule. Dei skulane som har størst elevtal har og i snitt dei største elevgruppene pr klasse. Ved å kombinere talet på skular som tilbyr matematikk 1T (VilBli, 2019) med talet på elevar (UDIR, 2019a) får ein oversikta i tabell 3-4. Denne tabellen er sortert etter snitt-talet på matematikk 1T elevar pr skule. 16 319 1T elevar (86,8%) går på skule i fylke der det er fleire elevar pr skule enn i Møre og Romsdal. Truleg er det då meir enn 18,7 elevar i snitt pr klasse med matematikk 1T, og dermed noko under 1000 lærarar i faget skuleåret 2018-2019. Eg har brukt talet 1000 når det gjeld populasjon i utrekningane mine.

Tabell 3-4 Oversikt over tal på skular og elevar i matematikk 1T

Fylke	Skular	Elevtal i matematikk 1T	Elevtal i matematikk 1T i snitt pr skule
Oslo	27	2676	99,1
Akershus	29	2664	91,9
Østfold	10	912	91,2
Rogaland	20	1782	89,1
Vestfold	10	887	88,7
Buskerud	13	948	72,9
Vest-Agder	10	689	68,9
Hordaland	29	1939	66,9
Oppland	10	619	61,9
Troms	10	596	59,6
Hedmark	10	572	57,2
Telemark	9	500	55,6
Trøndelag	30	1535	51,2
Møre og Romsdal	18	794	46,7
Nordland	17	777	45,7
Aust-Agder	8	346	43,3
Sogn og Fjordane	11	362	32,9
Finnmark	10	200	20,0
Norge	281	18798	67,1

3.4.2 Utval

Med ein så liten populasjon er det viktig å gå breitt ut for å skaffe nok respondentar med tanke på å få valide (truverdige) data. Rådet frå vegleiarane mine var minimum 100 respondentar. For å sleppe unna problemstillingane rundt trekking av utval (Ringdal, 2001, s. 209), valde eg å trekke heile populasjonen. Det ideelle for min del ville då sjølvsagt ha vore å kunne sende ut spørjeskjema til alle skular med matematikk 1T, og be dei syte for at alle lærarane i faget svarte på undersøkinga. Så enkelt er det diverre ikkje. Eg måtte få ja frå rektor til å kunne kontakte lærarane, eg måtte få e-postadresser, og ut i frå kravet om informert samtykke i personopplysningslova er det heilt opp til lærarane eg fekk e-postadresse til om dei ville svare eller ikkje. Eg kjem tilbake til datainnsamlingsprosessen.

«Et representativt utval er et utval som likner populasjonen så mye at de resultatene vi finner i utvalget, kan regnes som gyldige for populasjonen» (Kleven, Hjardemaal & Tveit, s. 125) Svar frå alle i populasjonen ville gitt få feilkjelder. Ved å bruke eit utval får ein feilkjelder (Ringdal, 2001, s. 219) som påverkar validiteten (truverdet) til undersøkinga. Ved å trekke heile populasjonen slik eg har gjort, slepp eg unna det Ringdal kallar dekningsfeil. Men når det er opp til rektor å svare ja eller nei kan det føre til at ein får eit skeivt utval av skular. Det kan tenkast at rektor på skular som har ei negativ haldning til GeoGebra bevisst har svart nei eller late vere å svare, men det kan og tenkast at det å svare på ei spørjeundersøking ikkje er det ein har prioritert i ein travel skulekvardag, og at ein i staden for å svare nei til å delta let vere å svare. Dette er ein utvalsfeil.

Figur 3-1 Prosentvis deltaking etter fylke

Mørk farge på eit fylke på figur 3-1 fortel at det er mange lærarar frå dette fylket med i utvalet. Ikkje alle fylka er like godt representert, og saman med at det truleg ikkje er alle lærarane som stemmer heilt med min definisjon av populasjonen, vil dette og vere utvalsfeil. Ut i frå personopplysningslova er det heilt opp til lærarane om dei vil svare eller ikkje, og dette gir ein fråfallsfeil. Det kan t.d. føre til at dei som har sterkast meiningar rundt GeoGebra vel å svare, medan andre ikkje svarar. Dette kan påverke resultata.

Ringdal skil mellom bruttoutval, dei som blir invitert til å svare, og nettoutval som er dei som svarer. Eg brukar utval om dei som er invitert i form av at eg har fått e-postadressene deira frå skulane, og dei som har svart på undersøkinga omtalar eg som respondentane. Eg gjer det slik fordi SurveyXact som eg har brukt som verktøy i innsamlinga av data, brukar omgrepet respondent på ein person som svarar på undersøkinga, og dette er og eit omgrep som går igjen i mange av diagramma.

3.5 Gjennomføring av datainnsamlinga

Etter å ha få klarering frå NSD byrja arbeidet med å gjennomføre datainnsamlinga. Eg brukte verktøyet SurveyXact som Høgskulen i Volda har databehandlaravtale med. Når ein har fått tak i e-postadresser til mogelege respondentar er SurveyXact eit effektivt og billeg verktøy å bruke for å samle inn forskingsdata.

3.5.1 Skaffe respondentar frå skulane.

Etter å ha samla e-postadresse til alle skular i Norge som tilbyr matematikk 1T på vilbli.no, sende eg individuell e-post til skulane (vedlegg 3), orienterte om forskingsprosjektet og bad om e-postadresser til lærarar i matematikk 1T som ville vere med på forskinga.

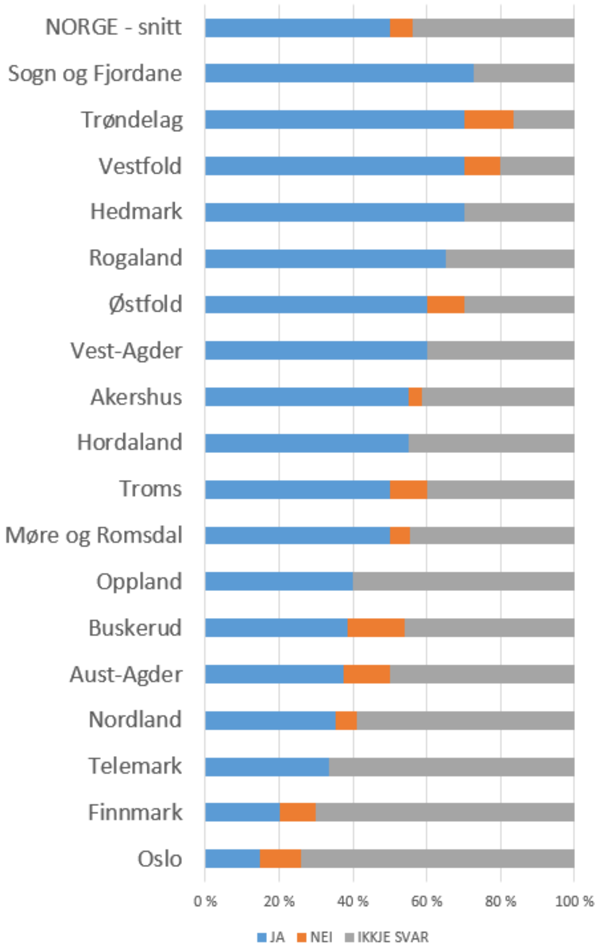
Eg valde å skrive under e-posten som lærar og kollega i vidaregåande skule. Dette kan ha betydd fleire ja-svar, med tanke på at det kanskje er noko vanskelegare å svare nei til ein kollega enn til ein annan forskar. Dei skulane som ikkje svarte fekk ei høfleg purring etter 4 veker. Av 281 skular som tilbyr matematikk 1T var det 142 som svarte ja og 17 som svarte nei.

Det var store fylkesvise skilnader i svarprosent frå skulane (figur 3-2). Skulane i Trøndelag var flinkast med 83% som svarte ja eller nei, medan Sogn og Fjordane var mest positive med 73% av skulane som svarte ja.

Møre og Romsdal som er heimfylket mitt, og der eg arbeider i vidaregåande skule hadde den svarprosenten som var nærast gjennomsnittet for Norge. Dermed slapp eg unna ei problemstilling som kunne oppstått om svarprosenten var ekstra høg i det fylket eg arbeider i.

Svara frå skulane inneheldt e-postadresser til aktuelle lærarar. Desse fekk tilsendt ein e-post med informasjon om undersøkinga (vedlegg 4), og nokre dagar seinare fekk dei e-post med link til undersøkinga (vedlegg 5). Spørje-skjemaet slik respondentane såg det på skjermen finn ein i vedlegg 6.

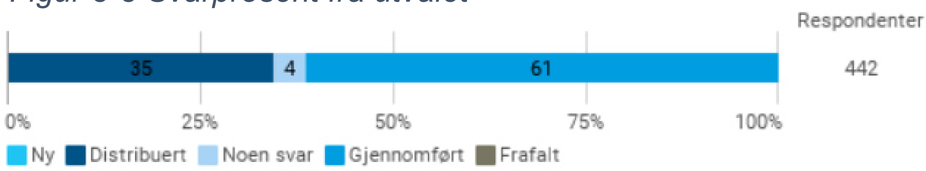
Figur 3-2 Svarprosent frå skulane



Både i svarprosessen og i etterarbeidet vart nokre frå utvalet sletta. Dette var personar som sjølve bad om å bli sletta, og personar som eg fann ut ikkje stemte med kriteria for å vere med populasjonen. Dette gjeld både personar som ikkje har svart og personar som har svart. Etter justeringane var det 442 personar igjen i utvalet. Nokre av dei 153 som ikkje svarte på undersøkinga, reknar eg med definerte seg sjølv som å ikkje vere med i populasjonen, og difor valde å ikkje svare.

Etter at svarperioden var over, hadde 289 av dei 442 i utvalet starta å svare på undersøkinga og 271 hadde fullført heile undersøkinga (figur 3-3). Desse 271 (nettoutvalet) blir i resten av masteroppgåva omtalt som respondentane.

Figur 3-3 Svarprosent frå utvalet



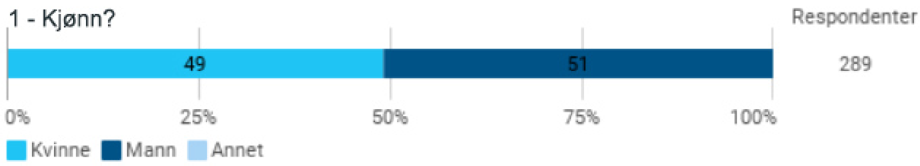
Den respondenten som brukte minst tid på å svare brukte 3 minutt og 36 sekund, medan den store gruppa med respondentar brukte mellom 8 og 12 minutt. Kvar gong det vart sendt ut e-post til ei gruppe med respondentar kom det rask respons med svar på undersøkinga frå mange av dei innan få timar, før det flata ut med svaraktivitet. Det same skjedde når eg purra dei som ikkje hadde svart. Alle som ikkje svarte fekk 2 purringar. Dei som hadde starta å svare men ikkje fullført vart og purra.

3.5.2 Respondentane

Spørsmåla 1 – 5 i undersøkinga er bakgrunnsvariablar om utvalet, og eg vel å presentere utvalet her i metodekapittelet.

1 - Kjønn?

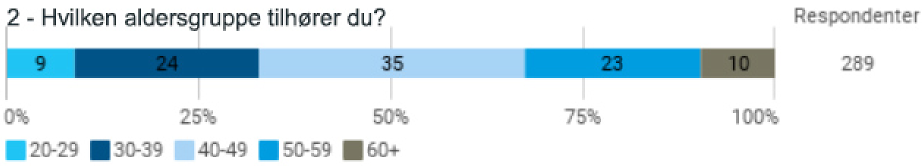
Figur 3-4 Kjønnsfordeling hjå respondentane



Alle respondentane svarte at dei var enten kvinne eller mann, og difor ser eg sett vekk frå kategorien «Annet» etter dette.

2 - Hvilken aldersgruppe tilhører du?

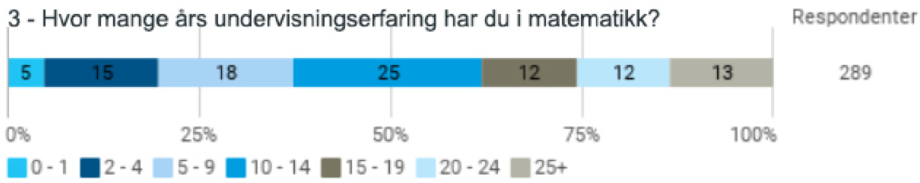
Figur 3-5 Aldersfordeling hjå respondentane



Det er flest respondentar i 40-åra. Yngste og eldste aldersgruppe blir nok relativt små fordi det truleg er få som er ferdig utdanna før dei er 25, og det er truleg relativt få som arbeider til dei er over 65. Viser elles til det eg skreiv om dette om utforming av spørjeskjema.

3 - Hvor mange års undervisningserfaring har du i matematikk? (Ikke regn med ev. praksis i utdanningen.)

Figur 3-6 Undervisningserfaring hjå respondentane

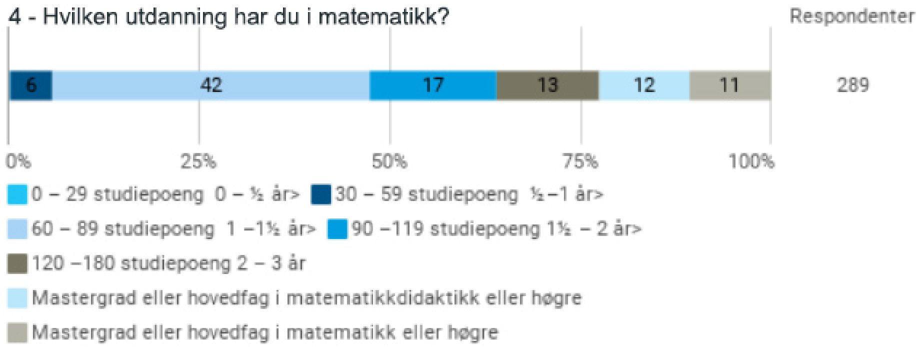


Undervisningserfaring samsvarar relativt godt med aldersfordeling.

4 - Hvilken utdanning har du i matematikk? Vennligst velg ett alternativ. (30 studiepoeng = 10 vekttall)

94% av lærarane oppfyller dei formelle minstekrava til å undervise i matematikk på vidaregåande skule, og 53% har 2 år eller meir med kompetansegjevande utdanning i matematikk.

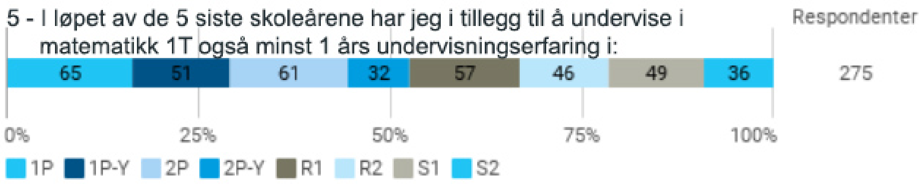
Figur 3-7 Matematikkutdanning hjå respondentane



5 - I løpet av de 5 siste skoleårene har jeg i tillegg til å undervise i matematikk 1T også minst 1 års undervisningserfaring i:

Dei aller fleste lærarane underviser i andre matematikkurs enn matematikk 1T. Ut i frå talet på respondentar på spørsmål 5 samanlikna med spørsmål 4 og 6 betyr det truleg at det er 13-14 lærarar som har undervist berre i matematikk 1T dei siste 5 åra.

Figur 3-8 Undervisningsfag i matematikk hjå respondentane



3.6 Statistikkomgrep

Nedanfor forklarer eg kort også nokre andre statistiske omgrep som er brukt i denne masteroppgåva.

3.6.1 Korrelasjon

Korrelasjon går på samsvar mellom kva ein svarar på ulike spørsmål t.d. i ei undersøking. Ikkje overraskande finn eg eit samsvar i mine data mellom undervisningserfaring og alder. Korrelasjon kan brukast som årsaksforklaring. Om ein t.d. finn ut at skuleprestasjonar korrelerer med foreldra sine sosioøkonomisk status kan ein bruke sosioøkonomisk status som ei mogleg forklaring på skuleresultat. Ser ein på i kor stor grad det er samsvar mellom sosioøkonomisk status og skuleresultat har ein eit spørsmål om korrelasjon. Spør ein om kor sikkert det er at det i det heile tatt er ein slik samanheng har ein eit signifikansspørsmål. Eg er svært forsiktig med å bruke korrelasjon til å finne årsaker, men brukar korrelasjon for å vurdere kor pålitelege (reliable) målingane mine er. Korrelasjon kan målast og brukast vidare i andre berekningar. Eg har i stor grad utført desse berekningane i statistikkprogrammet SPSS.

3.6.2 Reliabilitet

Måler vi fysiske storleikar som t.d. lengde og vekt kan vi rekne med å få reliable (pålitelege) måledata viss måleutstyret er godt nok. «Måling ved hjelp av spørsmål i spørreundersøkelser er langt mer unøyaktige enn naturvitenskapens måleinstrumenter» (Ringdal, s. 88). Når eg spør respondentane om kjønn og alder kan eg rekne med å få reliable måledata, medan eit spørsmål om kor einig eller ueinig ein er i påstandar om GeoGebra er eit spørsmål der det ikkje er eksakte måleeiningar. Og når svara ein får inn ikkje kan målast med eksakte måleeiningar er dei dermed mindre reliable. Ei oppteljing av kor mange som svarar t.d. nokså einig vil vere påliteleg (reliabel). Men vi kan ikkje måle skilnad på det å vere svært einig og nokså einig i ein påstand ut over det at det å være svært einig er lenger vekk frå ueinig enn det nokså einig er. Om ein t.d. definerer inn svært einig som dobbelt så einig og lagar utrekningar ut i frå ein slik måleskala kan ein få det ein kallar målefeil.

Eit anna døme på målefeil er at respondentar relativt systematisk kryssar av på alternativ 2 frå venstre i spørjeskjemaet. Spørjeskjema som tek lang tid å svare på kan føre til redusert konsentrasjon om kva det eigentleg blir spurt om. At ein føler seg forplikta eller pressa til å svare på eit spørjeskjema kan truleg føre til det same.

Det fins metodar for å vurdere kor stor grad av målefeil det er i ei undersøking. Ved å utføre same undersøking på to tidspunkt med kort tid i mellom kan ein vurdere i kor stor grad respondentane svarer det same begge gangane. Ringdal (2001, s. 356) viser til eit døme med ein slik test-retest der det viser seg at det er godt samsvar (god korrelasjon) mellom test og retest når det gjeld faktaspørsmål, men i mindre grad når det gjeld haldningsspørsmål. Eg vurderte ikkje å bruke test-retest, men har brukt statistikkprogramvaren SPSS til å berekne Cronbachs alfa som er eit mykje brukt mål på reliabilitet.

For å kunne måle Cronbachs alfa må ein først ha eit samansett mål. Når eg stiller spørsmål der eg skal få fram respondentane si haldning til GeoGebra kan eg kombinere desse svara i eit samla «svar» samansett av svar frå fleire spørsmål. Eit slikt samansett mål blir omtalt som ein indeks eller ein skala. Svara på indikatorane (delspørsmåla) i indeksen brukar ein så til å måle intern konsistens. «Intern konsistens måles med Cronbachs alfa, en statistisk størrelse som varierer frå 0 til 1. En indeks har en tilfredsstillende reliabilitet viss alfa har en høy verdi, helst over 0,7. Jo sterkere sammenhenger mellom indikatorene, og jo flere de er, jo bedre blir reliabiliteten målt med Cronbachs alfa» (Ringdal, 2001, s. 98). Befring (2016, s. 54) omtalar Cronbachs alfa som: «Det er et reliabilitetsmål som gir uttrykk for den gjennomsnittlige korrelasjonen når en test blir delt og innbyrdes korrelert på alle mulige måter»

For å forklare noko av det som skjer i analysen av data nyttar eg her eit døme med analyse av nokre av spørsmåla om grafteiknaren i GeoGebra. I analyse-arbeidet med mine data laga eg m.a. ein skala basert på 6 av delspørsmåla om grafteiknaren i GeoGebra. Når eg analysere denne skalaen med SPSS får eg ut mykje informasjon, og noko av det eg er mest interessert i er Cronbachs alfa. Tabell 3-5 fortel meg at alfa=0,86 og at det er brukt 6 delspørsmål for å lage denne skalaen.

Tabell 3-5 Cronbachs Alfa info frå SPSS

Reliability Statistics

Cronbach's Alpha	Cronbach's Alpha Based on Standardized Items	N of Items
,860	,862	6

SPSS gir og informasjon om korrelasjonen mellom dei ulike delspørsmåla slik tabell 3-6 viser. Her ser ein at det t.d. er 0,64 i korrelasjon mellom variablane (delspørsmåla) s_10a og s_10b. Best mogeleg korrelasjon gir verdien 1,0 som ein sjølvsagt får om ein samanliknar s_10a med seg sjølv. 5 av dei 6 delspørsmåla var å ta stilling til positive utsegn om grafteiknaren i GeoGebra. Delspørsmål s_10d er eit negativt utsegn, og der må ein kode om (snu) skalaen for å kunne samanlikne med dei andre delspørsmåla. Denne rekodinga har eg gjort i SPSS, og har gitt den nye variabelen ei REcode-ending for å skilje den frå variablar som ikkje er omkoda.

Tabell 3-6 Korrelasjonsinfo frå SPSS

Inter-Item Correlation Matrix

	s_10a_god_hjelp	s_10b_hjelp_undv	s_10c_auka_lering	s_10d_overflatisk_REcode	s_10e_utforsk_mang	s_10f_GOD_HJELP
s_10a_god_hjelp	1,000	,640	,508	,462	,368	,607
s_10b_hjelp_undv	,640	1,000	,657	,472	,399	,594
s_10c_auka_lering	,508	,657	1,000	,530	,458	,578
s_10d_overflatisk_REcode	,462	,472	,530	1,000	,390	,525
s_10e_utforsk_mang	,368	,399	,458	,390	1,000	,475
s_10f_GOD_HJELP	,607	,594	,578	,525	,475	1,000

Tabell 3-7 Anna info frå SPSS

Item-Total Statistics

	Scale Mean if Item Deleted	Scale Variance if Item Deleted	Corrected Item-Total Correlation	Squared Multiple Correlation	Cronbach's Alpha if Item Deleted
s_10a_god_hjelp	10,4745	10,639	,662	,498	,835
s_10b_hjelp_undv	10,6752	11,019	,718	,572	,826
s_10c_auka_lering	10,4745	10,844	,706	,533	,827
s_10d_overflatisk_REcode	9,8248	10,760	,603	,375	,848
s_10e_utforsk_mang	10,4051	11,861	,519	,287	,859
s_10f_GOD_HJELP	10,2993	10,884	,724	,528	,824

SPSS gir t.d. og informasjon om kva som ville ha skjedd med alfa-verdien om eg fjerna eitt av delspørsmåla, slik siste kolonne i tabell 3-7 viser.

Cronbachs alfa verdien kan verte betre av å ha mange indikatorar (delspørsmål) og også ved å stille mange «like» spørsmål. Difor kan ein ikkje utan vidare seie nøyaktig kva som er gode verdiar. Tabell 3-8 er relativt typisk for det eg finn i ulike kjelder. Når eg i seinare i oppgåva omtalar t.d. ein Cronbachs alfa verdi som god tek eg utgangspunkt verdiane i tabell 3-8.

Tabell 3-8 Cronbachs Alfa www.statisticshowto.datasciencecentral.com/cronbachs-alpha-spss/

Cronbach's alpha	Internal consistency
$\alpha \geq 0.9$	Excellent
$0.9 > \alpha \geq 0.8$	Good
$0.8 > \alpha \geq 0.7$	Acceptable
$0.7 > \alpha \geq 0.6$	Questionable
$0.6 > \alpha \geq 0.5$	Poor
$0.5 > \alpha$	Unacceptable

3.6.3 Validitet

Måler vi fysisk lengde kan vi rekne med at vi får målt det vi vil måle. Men skal vi måle haldningar er det ikkje sikkert at vi får svar på det vi ynskjer å få svar på. Då må vi utføre indirekte målingar og det er ikkje sikkert at måten vi måler på gir god validitet (gyldigheit) (Befring, s. 48) Vi må stille oss spørsmålet om vi eigentleg måler det vi vil måle.

Ringdal (2001, s. 117) peikar på at spørjeundersøkingar (survey) gir høg grad av standardisering, men låg grad av nærleik. Standardiseringa er ein fordel når ein skal telje opp resultat. Nærleik i denne samanhengen går på at respondenten ikkje møter forskaren. Dette kan vere både eit pluss og eit minus. Ved at avstanden mellom respondenten og forskaren er stor vil det truleg vere lettare for respondenten å svare ærleg og ikkje vere «politisk korrekt». På den andre sida vil stor avstand mellom respondent og forskar truleg gjere det mindre forpliktande å svare. Dette kan både gi stor fråfallsprosent og føre til at respondenten brukar minst mogeleg tid på å svare.

Eg ser i SurveyXact at ein stor del av respondentane har svart i arbeidstida på skulen. Dette er ei tid der ein ikkje nødvendigvis kan avslutte eit arbeid i ro og fred utan å bli forstyrra. Sjølv om det var opplyst i informasjonen om undersøkinga at ein kunne avslutte og seinare gå tilbake der ein var komen, har det nok truleg vore nokon som har avslutta under tidspress fordi dei t.d. må nå ein avtale.

At ein del respondentar har byrja å svare, men ikkje fullført undersøkinga kan bety at motivasjonen har minka undervegs. Då kan ein samstundes stille seg spørsmål om kor vidt også andre som har opplevd det same har svart seriøst på dei siste spørsmåla. Men tydelegvis har ikkje alle opplevd manglande motivasjon på slutten av undersøkinga. Det var heilt opp til respondentane å svare eller ikkje svare på dei 2 siste spørsmåla som er fritekstfelt. Her er det mange som har brukt mykje tid på å svare, og dette tolkar eg som stort engasjement rundt GeoGebra og matematikk.

Det er fleire faktorar som kan vere med på å påverke validiteten i ei undersøking:

3.6.3.1 Omgrepsvaliditet

Omgrepsvaliditet er grad av samsvar mellom definert omgrep og gjennomført "måling" (Kleven, Hjardemaal & Tveit, s. 86). Eit problem her kan vere skilnaden på kvardagsspråk og forskarspråk. Då kan det t.d. vere vanskeleg å lage eit spørjeskjema der omgrepa som blir brukt passar både for respondentar og forskarar. Respondentane mine er fagfolk innanfor undervisning i matematikk, og eg har prøvd å bruke det som eg vil kalle kvardagsspråk for matematikklærarar i vidaregåande skule i spørjeskjemaet. Men kvardagsspråket til matematikklærarar i eitt område treng ikkje å vere det same som i eit anna, og ein kan legge litt ulik tyding i same omgrep.

3.6.3.2 Indre validitet

«God indre validitet innebærer at man kan stole på den tolkningen som framsettes om relasjoner mellom variabler» (Kleven, Hjardemaal & Tveit, s. 104). Viser ein til statistiske samanhengar er det ikkje spørsmål rundt indre validitet, men indre validitet blir ei aktuell problemstilling når ein startar å tolke inn årsaksforhold mellom variablar.

3.6.3.3 Ytre validitet

Ytre validitet handlar om kva kontekst resultata ein får er gyldige for. Er resultata for ei spørjeundersøking med matematikk 1T lærarar også valid (gyldig) for R1 lærarar, eller matematikklærarar i ungdomsskulen?

Viktig for god ytre validitet er om dei ein spør er representative for gruppa ein skal uttale seg om.

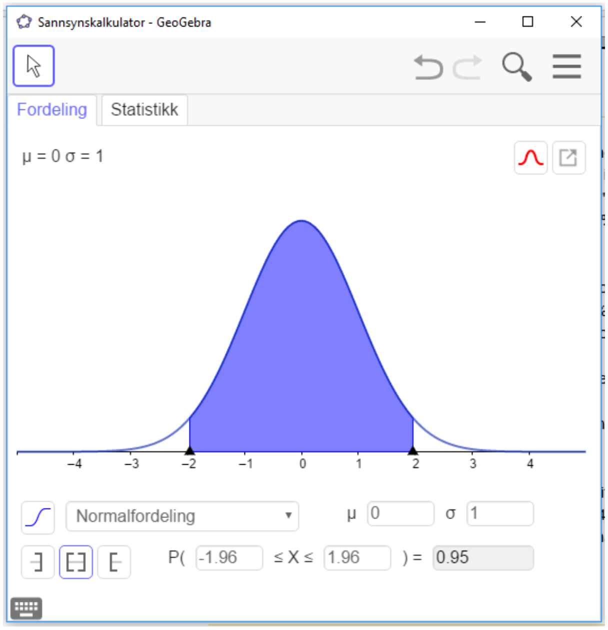
Slik eg ser det er spørsmålet rundt ytre validitet lite aktuelt for meg fordi eg ikkje prøver å overføre resultata frå undersøkinga til andre grupper eller populasjonar.

3.6.4 Konfidensintervall – feilmargin

For å vurdere kor sannsynleg det er at svara frå utvalet stemmer med kva populasjonen ville ha svart, kan ein t.d. rekne ut konfidensintervall. I forsking er eit 95% konfidensintervall mykje brukt. «Et 95 prosent konfidensintervall vil inneholde den sanne verdien i 95 av 100 tilfeller» (Ringdal, 2001, s. 372).

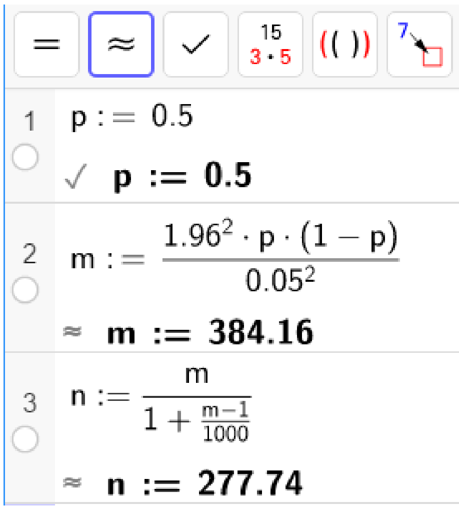
Er det over 30 respondentar kan vi rekne med at svara er normalfordelt. Viss data er normalfordelte tilsvarer 95% (0,95) til 1,96 standardavvik til begge sider for middelverdi P=1,96. Frå politiske meiningsmålingar er vi vande med at dei som utfører meiningsmålingane opererer med feilmargin. For parti med stor oppslutning i prosent av veljarmassen vil det vere ein større feilmargin enn for parti med liten oppslutning.

Figur 3-9 Normalfordelingskurve - GeoGebra



Feilmarginen ved generalisering frå meiningsmåling til val er størst ved ei oppslutning på rundt 50%. På same måte vil feilmarginen ved generalisering frå spørjeundersøking frå utval (respondentar til spørjeskjema om GeoGebra i matematikk 1T) til populasjon (lærarar i matematikk 1T) vere størst når ein har svarprosent rundt 50%.

Figur 3-10 Utrekning av utvalsstorleik i CAS - GeoGebra



Difor brukar eg eit tenkt 50% svar (p=0,5) som utgangspunkt for å finne storleiken på kor mange respondentar som må svare viss ein skal få ein feilmargin på under 5% (0.05). Deretter reknar eg ut med CAS i GeoGebra.

Finn først m som er utvalet i ein populasjon (stor) som vi ikkje kjenner storleiken for. Reknar deretter ut for ein populasjon på 1000.

Svara (figur 3-10) fortel at 278 respondentar i ein populasjon på 1000 gir 95% konfidensintervall med ein feilmargin på 5% for ei oppslutning på 50%. Eg har mellom 271 og 289 respondentar på dei ulike spørsmåla, og vurderer det slik at i utgangspunktet har eg nok respondentar til å kunne generalisere (seie noko) om populasjonen som er lærarane i matematikk 1T. I kapittelet om analyse og funn har eg brukt tal frå kalkulatoren på https://www.surveysystem.com/sscalc.htm for å finne konfidensintervall og feilmargin.

Ei generalisering frå utval (respondentar) til populasjon (alle lærarar i matematikk 1T) gir minst feilmargin når utvalet er stort. Det fører til at t.d. ei måling basert på alle respondentane har mindre feilmargin enn ei måling basert på ei undergruppe av respondentane.

3.6.5 Signifikans

«I vitenskapelige publikasjoner finner en ofte utsagn om at en forskjell eller korrelasjon er statistisk signifikant. Dette betyr at sammenhengen i utvalget kan generaliseres til populasjonen» (Ringdal, 2001, s. 267). I mi undersøking betyr dette at om eg finn at skilnader er statistisk signifikante kan eg generalisere frå respondentane sine svar til populasjonen. M.a.o. kan eg seie noko om lærarane i matematikk 1T ut i frå svara i populasjonen.

«Viss formålet er å teste om det er sammenheng mellom to variabler i populasjonen på grunnlag av en krysstabell fra utvalget, er kjikvadrattesten det naturlige valget» (Ringdal, 2001, s. 267). Eg brukar ein slik kjikvadrattest. I følgje Ringdal (2001, s. 339) er det i vitskaplege publikasjonar den moderne varianten ein nyttar, og der ein tek utgangspunkt i signifikanssannsynet eller p-verdien for å uttale seg om signifikansen.

Eg har laga eit tenkt talmateriale i tabell 3-9 for å forklare korleis eg har rekna på signifikans. Tenk at vi først spør 60 kvinner og 40 menn om deira meining om ein påstand. Då kan vi lage ein krysstabell med observert frekvens. 19 kvinner og 16 menn var einige i påstanden. Summen av einige er 35, og ut i frå at det er 60% kvinner og 40% menn skulle ein då forvente av det var same fordeling i svara, noko som ville gitt 21 kvinner og 14 menn i kategorien einig.. Dermed kan ein lage ein krysstabell med forventa frekvens. Kjikvadrattesten som eg utfører i Excel samanliknar observert og forventa frekvens og bereknar ein p-verdi. Den p-verdien eg får med 100 respondentar er 0,58 (58%). Det betyr at sjølv om det er skilnader mellom kvinner og menn av dei vi spør er det statistisk sett 58% sjanse for at dette er basert på tilfeldigheiter ut i frå kven vi spør. Her kan vi på ingen måte seie at det er ein signifikant skilnad på kvinner og menn om den påstanden vi ba dei ta stilling til.

Tabell 3-9 Krysstabell og kjikvadrattest

Spørjeundersøking med 100 respondentar							
Observert frekvens				Forventa frekvens			
	Kvinner	Menn	SUM		Kvinner	Menn	SUM
Einig	19	16	35	Einig	21	14	35
Nøytral	14	10	24	Nøytral	14,4	9,6	24
Ueinig	27	14	41	Ueinig	24,6	16,4	41
SUM	60	40	100	SUM	60	40	100

Spørjeundersøking med 1000 respondentar							
Observert frekvens				Forventa frekvens			
	Kvinner	Menn	SUM		Kvinner	Menn	SUM
Einig	190	160	350	Einig	210	140	350
Nøytral	140	100	240	Nøytral	144	96	240
Ueinig	270	140	410	Ueinig	246	164	410
SUM	600	400	1000	SUM	600	400	1000

Før vi går over på spørjeundersøkinga med 1000 respondentar skal vi tenke oss eit lite terningeksperiment: Om ein kastar ein terning 10 gangar og får 4 seksarar blir ein litt overraska, men tenker at slikt kan skje. Får vi 40 seksarar på 100 kast eller 400 seksarar på 1000 kast blir vi nok mykje meir overraska. Her vil nok dei fleste ha ein intuitiv oppfatning av at når det er mange kast skal vi få ei jamnare fordeling mellom dei ulike utfalla. Mange kast vil t.d. lettare kunne avsløre ein jukseterning.

Utvidar vi spørjeundersøkinga i tabell 3-9 til 1000 personar og får dei same relative frekvensane, vil denne likevel vere meir truverdig med omsyn på å generalisere om skilnader på kvinner og menn.

Ein kjikvadrattest på materialet med 1000 respondentar gir ein p-verdi på 0,0043. Dette kan uttrykkast som at det er 0,43% sjanse for at skilnadane vi finn er basert på tilfeldigheiter, eller sagt på ein annan måte er det 99,57% sjanse for at det verkeleg er skilnad mellom kvinner og menn når det gjeld meining om påstanden dei skulle ta stilling til. I vitskaplege publikasjonar er det vanleg å uttrykke at samanhengar mellom variablar er statistisk signifikante når p-verdien er mindre enn 0,05 (Ringdal, 2001, s. 339). Dermed ville konklusjonen på kor vidt spørjeundersøkinga med 1000 respondentar i tabell 3-9 er statistisk signifikant vore at: Det er den fordi p-verdien er mindre enn 0,05.

3.7 Etterarbeid av innsamla data

Data vart samla inn i, og det første etterarbeidet vart og gjort med SurveyXact. Mange av diagramma i oppgåva er laga i SurveyXact, men i stor grad er tekst lagt på i Adobe Photoshop for å gjere det lettare å lese diagramma.

Alle data er og eksportert til Excel og SPSS. Der har eg i større grad kontroll når eg skal få ut detaljerte data. Excel og SPSS har og blitt brukt til å lage diagram.

Undersøkinga mi er ei kvantitativ undersøking. Den inneheld to fritekstfelt som er det ein kallar kvalitative data. Det respondentane har skrive inn i desse fritekstfelta skal kaste lys på den kvantitative undersøkinga. Her kan respondentane sjølv formulere svara sine, og skrive det dei meiner er viktig. Teksten i fritekstfelta vart først grundig lest og kategorisert i utsegner frå respondentane som har relevans for oppgåva. Eg omtalar ikkje data frå fritekstfelta som funn, og presiserer at dette er ei kvantitativ undersøking. Nokre av svara frå fritekstfelta vil likevel bli presentert som sitat i drøftinga. Og ei oppteljing av kategoriserte data frå fritekstfelta finn ein i vedlegg 7.

4 Analyse av, og funn frå data

Grunnlagsdata om respondentane og spørsmål 1 – 5 vart presentert i førre kapittel. I dette kapittelet presenterer eg resten av spørsmåla og hovudsvara frå desse. I tillegg til hovudsvara som blir presentert som diagram frå SurveyXact brukar eg og diagram frå Excel og SPSS der eg utdjupar funna. Det kan t.d. vere skilnader basert på grunnlagsdata som t.d. kjønn eller alder. For å oppsummere t.d. meiningane til respondentane om grafteiknaren brukar eg samansette indeksar (skala) der eg «slår saman» innhaldet frå fleire svar om same emne.

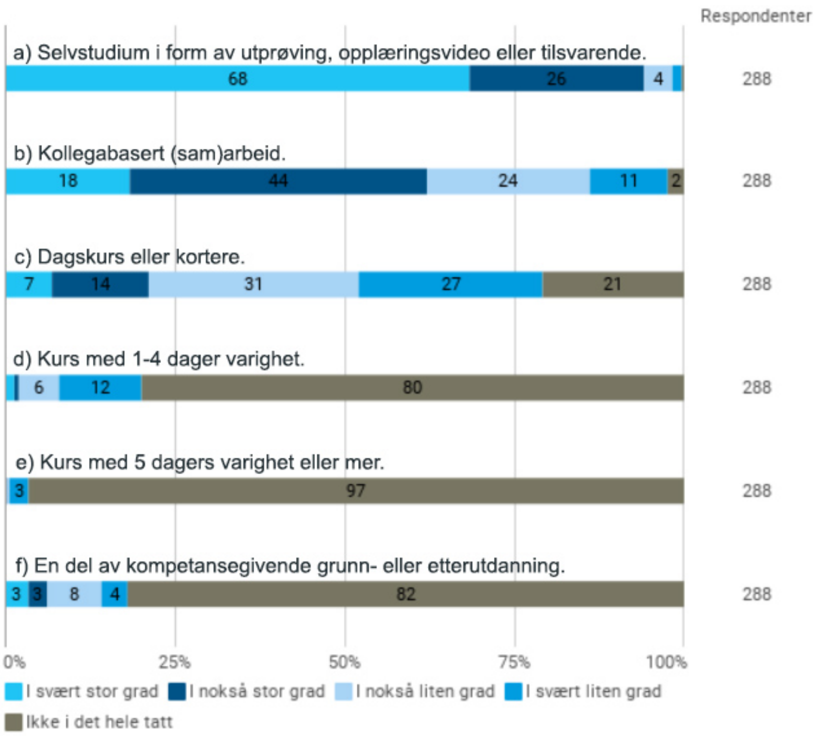
4.1 tek føre seg lærarane si opplæring i GeoGebra. 4.2 ser på organisering av undervisning med GeoGebra. 4.3 ser på meiningar om, og haldningar til GeoGebra og dei 3 modulane CAS, dynamisk geometriprogram og grafteiknar. 4.4 ser på kor mykje dei ulike modulane i GeoGebra blir brukt, og 4.5 kva lærarane ville valt å velje vekk om dei måtte velje vekk ein av modulane i GeoGebra. Til sluttar av i 4.6 med nokre korte kommentarar rundt innhaldet i fritekstfelta.

4.1 Lærarane si opplæring i GeoGebra

Spørsmål 6 - Hva har du hatt av opplæring i GeoGebra?

Hovudinntrykket (figur 4-1) er at det har vore mykje opplæring i form av sjølvstudium. Berre 20% av lærarane har vore på kurs som har vore lenger enn 1 dag, og 18% har hatt opplæring i GeoGebra som del av kompetansegivande grunn- eller etterutdanning.

Figur 4-1 Hva har du hatt av opplæring i GeoGebra?



Går ein djupare ned i materien rapporterer kvinner i større grad (figur 4-2) enn menn at dei har samarbeidd med kollegaer for å få opplæring i GeoGebra. Særleg gjeld dette dei som svarer at dei i svært stor grad har hatt kollegabasert (sam)arbeid i si eiga opplæring i GeoGebra.

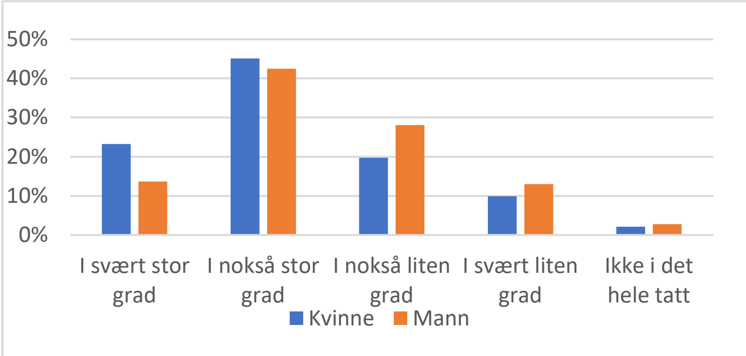
Med tanke på at digitale hjelpemiddel kom inn i matematikken på vidaregåande skule i 1994 kan det vere interessant å sjå på skilnader basert på alder. I reform94' perioden var det kalkulator med grafisk vindu som var det digitale hjelpemiddelet, og GeoGebra tok etter kvart gradvis over som mest brukte digitale hjelpemiddel etter LK06. GeoGebra har vore i bruk i matematikkundervisninga i Norge i om lag 10 år, og figur 4-3 kan tolkast som om mykje av kursinga for lærarar i regi av arbeidsgjevar kom i samband med innføringa, fordi respondentar som er under 40 år har hatt tydeleg minst kursing i regi av arbeidsgjevar.

Dei som byrja som elevar i vidaregåande skule i 1994 då digitale hjelpemiddel vart innført i matematikk i det som no tilsvarer matematikk 1T, vart 40 år i 2018 då undersøkinga mi vart utført, og dei har brukt digitale hjelpemiddel i si eiga utdanning i matematikk frå og med då dei starta på vidaregåande skule. Det kan ha ført til at arbeidsgjevar vurderer behovet for kurs som mindre for denne gruppa.

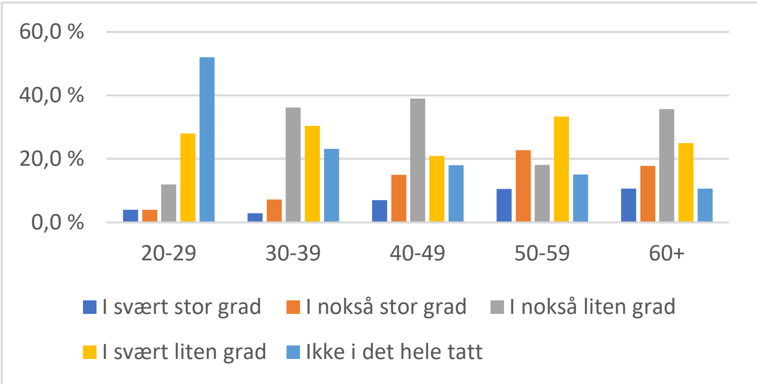
Når det gjeld opplæring i GeoGebra som ein del av kompetansegjevande grunn- eller vidareutdanning er det respondentar under 40 år som har hatt mest. (figur 4-4)

Slår ein saman spørsmåla 6d og 6e (figur 4-5) ser ein at svært få av respondentane har hatt kurs på over 1 dag i GeoGebra.

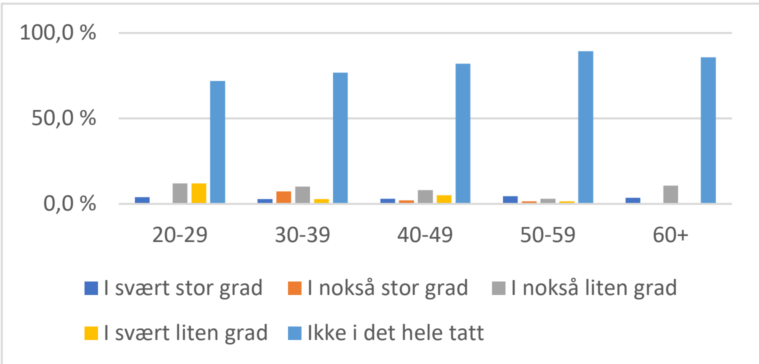
Figur 4-2 GeoGebraopplæring i form av kollegabasert (sam)arbeid



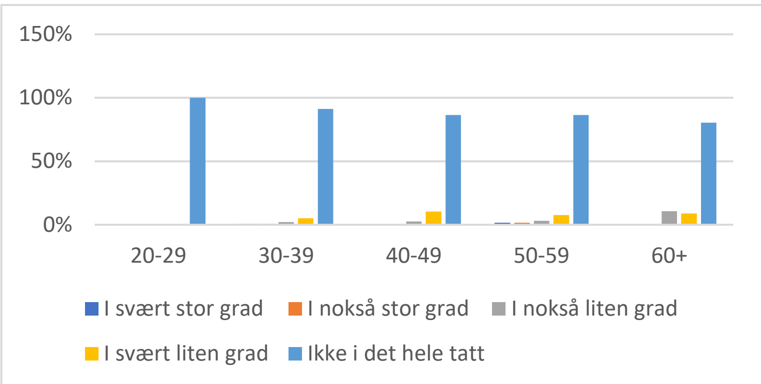
Figur 4-3 Dagskurs i GeoGebra eller kortare



Figur 4-4 GeoGebra - som del av kompetansegjevande grunn- eller vidareutdanning



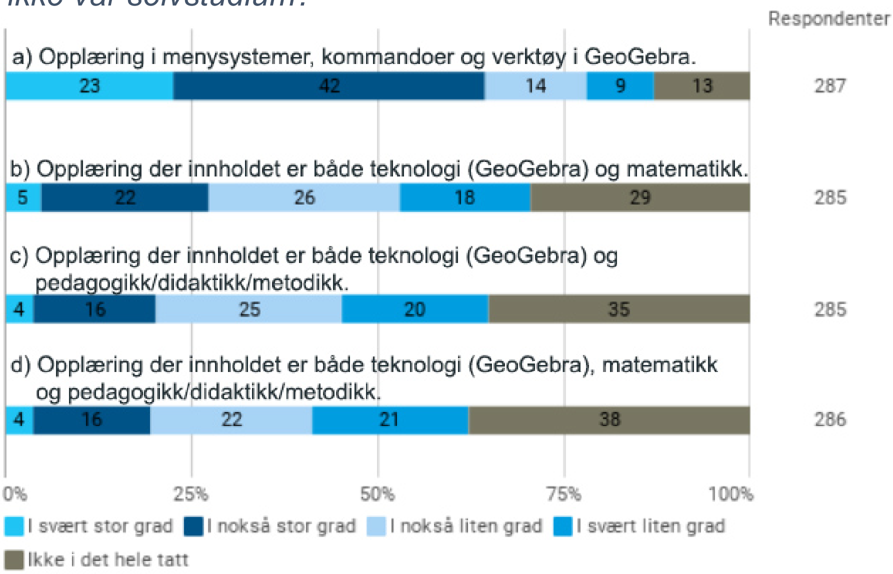
Figur 4-5 Kurs i GeoGebra på over 1 dag



Spørsmål 7 - Hva var hovedinnholdet i opplæringen som ikke var selvstudium?

Svara (figur 4-6) indikerer at opplæring utanom sjølvstudium først og fremst er opplæring i menysystem, kommandoar og verktøy.

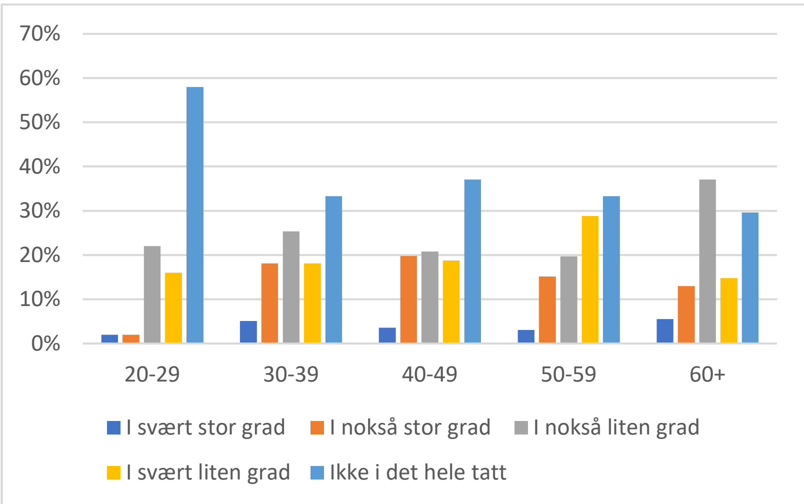
Figur 4-6 Hva var hovedinnholdet i opplæringen som ikke var selvstudium?



I 7c og 7d blir det spurt etter i kor stor grad matematikk og pedagogikk/didaktikk/-metodikk har vore ein del av innhaldet i opplæringa i GeoGebra.

7d inkluderer alle dei 3 komponentane i rammeverket TPACK. Det å undervise med teknologi: Teknologi, pedagogikk og faginnhald (content). Det er korrelasjon på 0,81 mellom 7c og 7d, og Cronbachs alfa på 0,895 for ein skala sett saman av 7c og 7d. Med andre ord er det ei relativt stor gruppe lærarar i matematikk 1T som rapporterer at dei aldri har vore på kurs der TPACK er ein del av innhaldet. Ut i frå talmaterialet ser ein at 20% av respondentane har hatt TPACK innhald i nokså stor eller stor grad på dei få dagane dei har hatt med kursing.

Figur 4-7 Grad av TPACK innhald i GeoGebrakurs



Generalisert til populasjonen lærarar i matematikk 1T betyr det at ein kan vere 95% sikker på at mellom 16,1% og 23,9% av lærarane i matematikk har hatt TPACK innhald i nokså eller stor grad dei dagane dei har vore på kurs.

Det kan nok vere vanskeleg å hugse detaljar i innhaldet i kurs ein kanskje var på langt tilbake i tid. Men ser ein på det respondentane rapporterer, og ser på 7c og 7d i forhold til alder (figur 4-7) ser ein at det er dei yngste og dei eldste respondentane som rapporterer at dei har fått minst TPACK-relatert innhald i den kursinga dei har hatt i GeoGebra.

4.2 Organisering av undervisning med GeoGebra

Spørsmål 9 - Vennligst merk av hvor vanlig eller uvanlig dette er i måten du organiserer undervisningen der GeoGebra blir brukt.

Intensjonen med spørsmål 9 (figur 4-8) var å finne ut noko om korleis lærarane organiserer undervisninga der GeoGebra blir brukt.

Desse spørsmåla er så ulike at det ikkje vil vere relevant å berekne indre konsistens i form av Cronbachs alfa. Ved å studerer svara kan ein få inntrykk av at respondentane av og til motseier seg sjølve. Dette kan ein tolke som at respondentane har tenkt litt lite gjennom spørsmåla når dei har svart, men truleg vil det vere rettast å tolke det som at spørsmåla i spørjeskjemaet ikkje er godt nok utforma til å analysere ein skulekvardag som er svært kompleks.

Figur 4-8 Hvor vanlig eller uvanlig er dette i måten du organiserer undervisningen der GeoGebra blir brukt.

Eit døme på dette er delspørsmåla 9h og 9i. Ein respondent som har svart at det er svært vanleg at elevane arbeider i par eller smågrupper burde ein forvente at også svarte at det er svært uvanleg at elevane arbeider åleine. Korrelasjonen mellom 9h og ein rekoda (snudd) 9i er på 0,47. Det betyr at respondentar som t.d. har svart at det er svært vanleg at elevane arbeider i par eller smågrupper også kan ha svart at det er nokså vanleg at elevane arbeider åleine. Og sjølv om dette «statistisk sett» ikkje er rett, stemmer det nok med ein skulekvardag der ein i nokre timar t.d. let elevane arbeide i smågrupper for å diskutere og reflektere i lag, for så å la dei same elevane arbeide åleine i nokre timar med tanke på å førebu dei på t.d. ei prøve der dei skal arbeide åleine. Eg kjem tilbake til nokre av delspørsmåla under drøftinga i kapittel 5.

4.3 Meining om, og haldning til, GeoGebra og dei 3 modulane CAS, dynamisk geometriprogram og grafteiknar

4.3.1 GeoGebra generelt

Spørsmål 8 - Vennligst merk av hvor enig eller uenig du er i påstandene nedenfor.

Figur 4-9 Hvor enig eller uenig du er i påstandene nedenfor.

Påstandane i spørsmål 8 (figur 4-9) kan på mange måtar delast i 2 hovudgrupper. 8a-e går mest på korleis lærar vurderer GeoGebra som verktøy i matematikk-undervisninga, medan resten av påstandane går på lærarane si meining om elevane og GeoGebra.

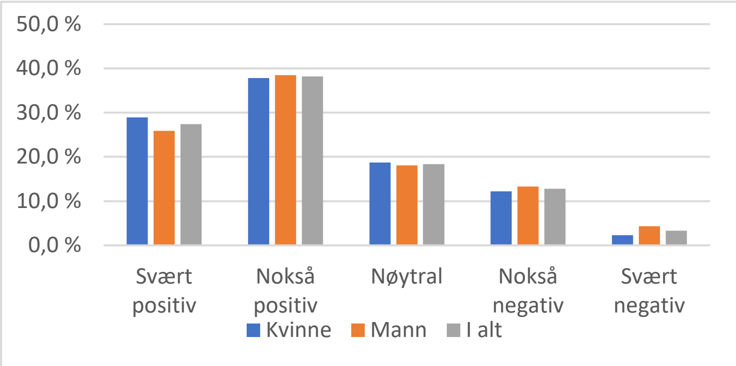
Aller tydelegast er respondentane på at det er læraren som bestemmer når elevane skal ha PC tilgjengeleg. Respondentane er også tydelege på at det er fleire fordeler enn ulemper ved å bruke GeoGebra i matematikk 1T, at GeoGebra er godt egna til visualisering, gir auka læringsutbyte og at tid ein brukar på GeoGebra er verdt tidsbruken. Men GeoGebra fører i følgje svara til respondentane ikkje til at elevane arbeider meir med matematikk. Alt i alt er det ei relativt sett 50-50 haldning mellom respondentane til kor vidt GeoGebra fører til auka motivasjon eller auka distraksjon hjå elevane.

Ein skala av delspørsmåla 8a-8e (8b og 8d er rekoda) med svara frå 282 respondentar oppsummerer lærarane si meining om, og dermed implisitt haldning til, GeoGebra. Dette er ein skala med Cronbachs alfa 0,83, og den har dermed god indre konsistens. For å unngå for mykje tekst i overskriftene i diagramma nedanfor har eg «slått saman» haldning til, og meining om, til berre meining om. Reknar ein på konfidensintervall og feilmargin på dette talmaterialet ser ein at ein ikkje kan generalisere frå utval til populasjon når det gjeld skilnad mellom grupper i delkapittel 4.3.1. Diagramma er dermed ei oversikt over kva respondentane har svart, men kan ikkje generaliserast til populasjonen som at det t.d. er skilnad mellom kvinner og menn når det gjeld meining om GeoGebra. Ein kan derimot ut i frå talmaterialet generalisere t.d. at det er 95% sjanse for at under 20% av matematikk 1T lærarane i Norge har negativ meining om GeoGebra.

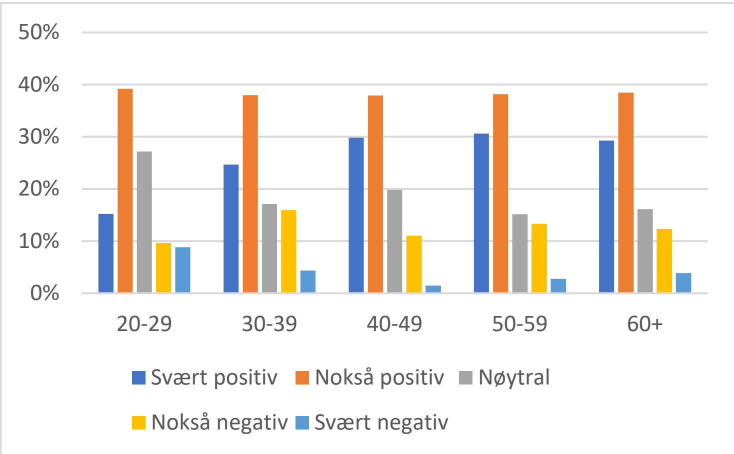
Ser ein på kva respondentane svarer er kvinner (figur 4-10) noko meir positive til GeoGebra enn menn. Aukande alder (figur 4-11) samsvarar med litt meir positiv meining om GeoGebra. Det er verdt å merke seg at dei i aldersgruppa 60+ ikkje hadde digitale hjelpemiddel i matematikkopplæringa si. Respondentane i 40- og 50-åra hadde nok i stor grad kalkulator. Dei som var 16 år og ferske elevar i vidaregåande skule i 1994 vart 40 år i 2018, så difor kan ein kategorisere respondentane i 30-åra som dei som i eigen vidaregåande skulegang brukte kalkulator med grafisk vising. Og mange av dei under 30 år har nok brukt GeoGebra eller tilsvarande i si matematikkutdanning.

Ser ein på tala basert på utdanninga til respondentane (figur 4-12) viser den at det prosentvis er dei som har lengst utdanning som har den mest negative meininga om GeoGebra. Det er og størst sprik i meiningane i denne gruppa.

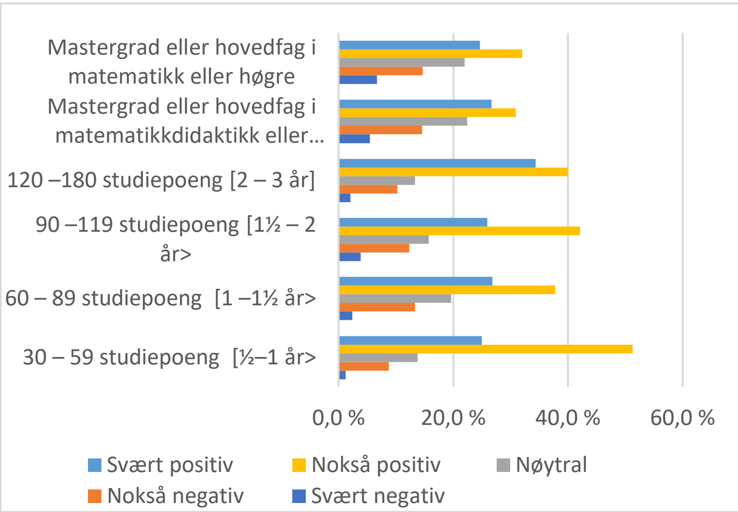
Figur 4-10 Meining om GeoGebra - etter kjønn



Figur 4-11 Meining om GeoGebra - etter alder



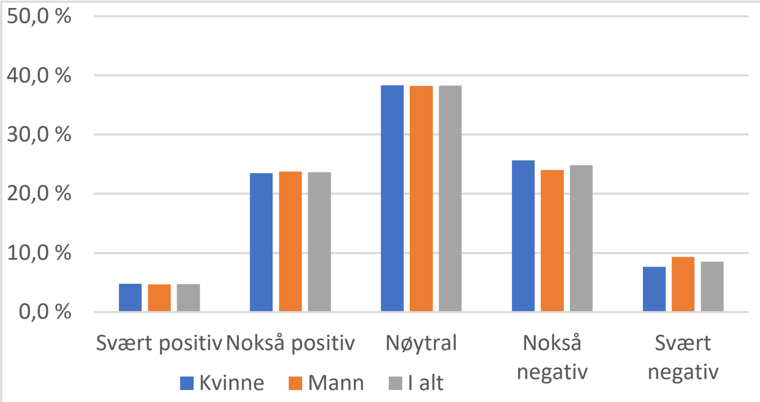
Figur 4-12 Meining om GeoGebra - etter utdanning



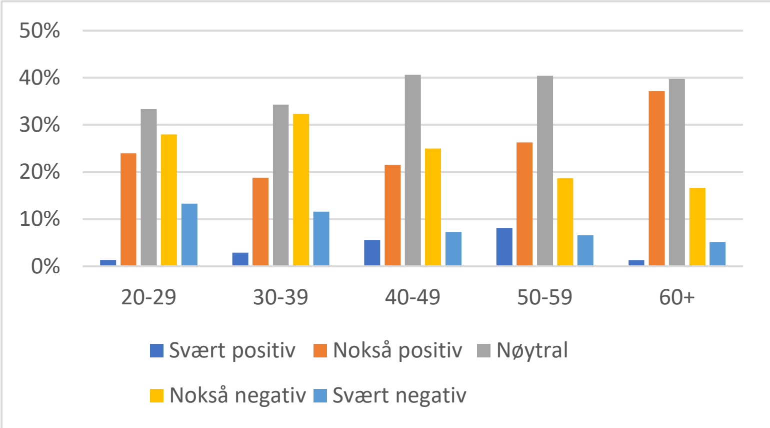
Ein skala av 8g-8i der 8h er rekoda oppsummere korleis respondentane vurderer elevane i GeoGebrakontekst. Der vurderer respondentane elevane sin arbeidsinnsats og motivasjon. Ein respondent som meiner at lærar bestemmer når PC skal brukast, at elevane ikkje lett blir freista til utanomfagleg PC-bruk, at GeoGebra fører til at elevane jobbar meir med matematikk og fører til auke i motivasjon og uthald, vil vere ein positiv respondent på denne skalaen. Denne skalaen har ein dårleg indre konsistens med Cronbachs alfa på 0,52. Det er godt samsvar (korrelasjon) på kva dei 282 respondentane svarar når det gjeld motivasjon og arbeidsinnsats hjå elevane, men elles er det lite samsvar.

Som diagramma (figur 4-13 – 4-15) viser er det relativt små utslag etter kjønn, alder og utdanning når det gjeld respondentane si oppfatning av elevar i GeoGebra-kontekst.

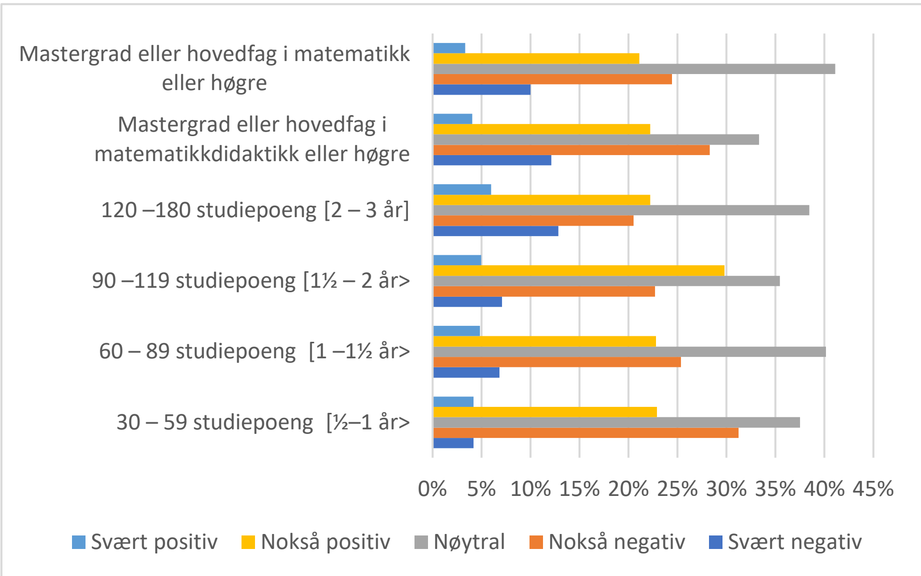
Figur 4-13 Meining om 1T elevar i GeoGebrakontekst - etter kjønn



Figur 4-14 Meining om 1T elevar i GeoGebrakontekst - etter alder



Figur 4-15 Meining om 1T elevar i GeoGebrakontekst - etter utdanning

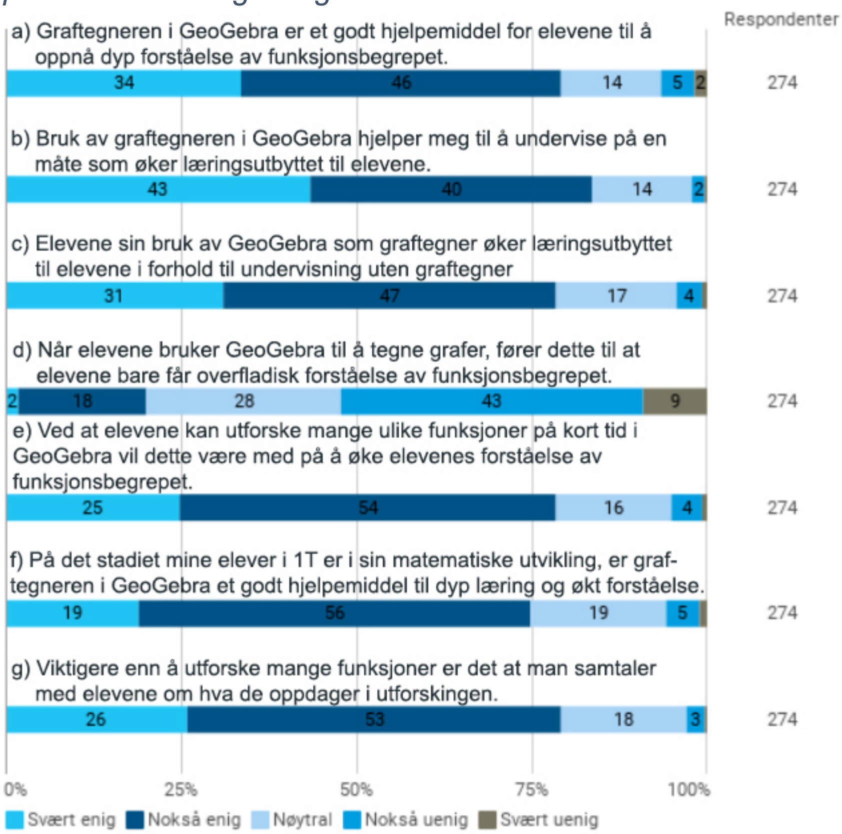


4.3.2 Grafteiknaren i GeoGebra

Spørsmål 10 - Vennligst merk av hvor enig eller uenig du er i påstandene om graftegneren i GeoGebra nedenfor.

Hovudinntrykket er at respondentane i stor grad er positive til grafteiknaren. (figur 4-16) T.d. er det heile 83% av respondentane som er svært eller nokså einige i at grafteiknaren hjelper dei til å undervise på ein måte som aukar læringsutbyttet til elevane. Grafteiknar i form av kalkulator med grafisk vising, eller programvare på PC eller nettbrett har vore læreplanfesta og gitt på eksamen heilt sidan reform 94' vart innført. Dermed har grafteiknaren ei historie på 25 år i det som i dag heiter matematikk 1T.

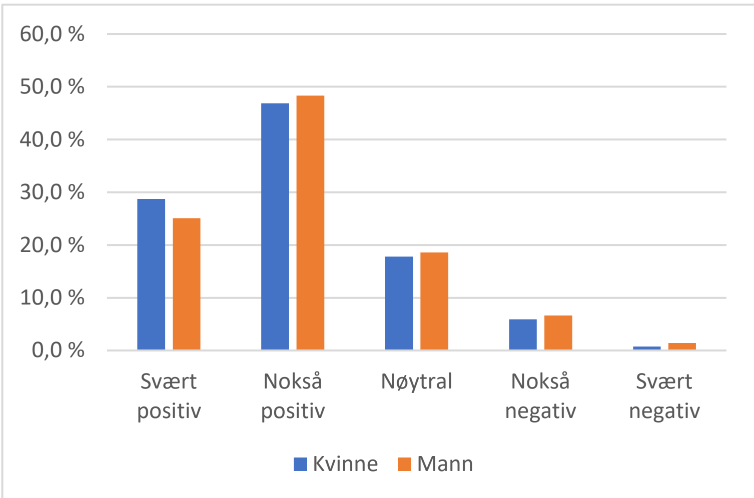
Figur 4-16 Hvor enig eller uenig er du i påstandene om graftegneren i GeoGebra



10a-f er spørsmål om grafteiknaren i GeoGebra. Ein skala med rekoda 10d bygd på desse spørsmåla (figur 4-17) gir Cronbachs alfa verdien 0,86 noko som betyr god indre konsistens, og at meiningane som kjem fram på ein skala frå respondentane kan sjåast på som reliable (pålitelege).

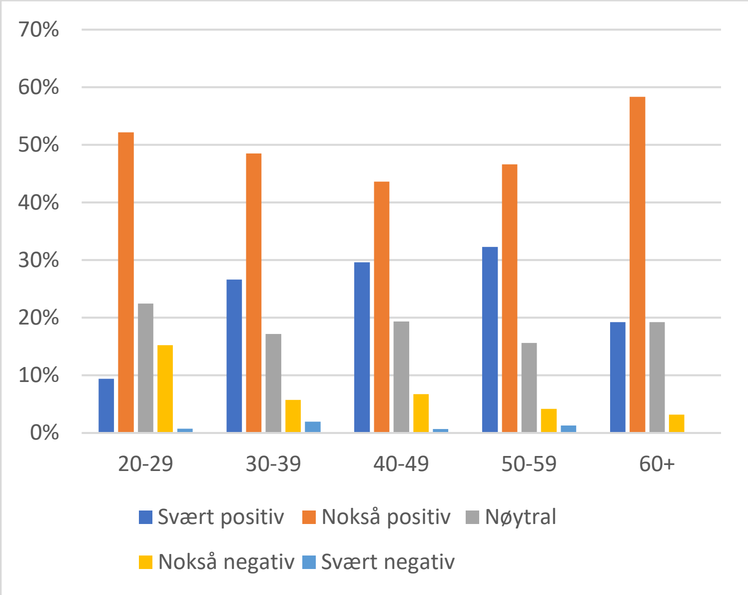
74,5% av respondentane er nokså eller svært positive til grafteiknaren i GeoGebra. Statistisk sett betyr det at 3 av 4 matematikk 1T-lærarar er nokså eller svært positive til grafteiknaren, med ein feilmargin på 2,2. Med andre ord kan ein vere 95% sikker på at mellom 72,3 og 76,7 % av matematikk 1T-lærarane er nokså eller svært positive.

Figur 4-17 Meining om grafteiknar - etter kjønn



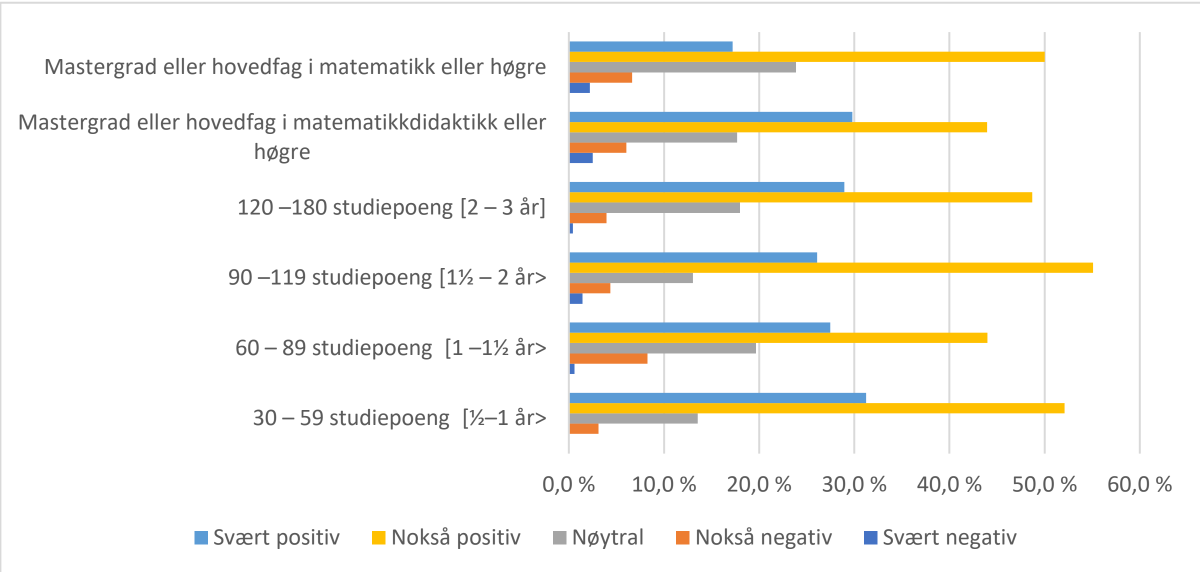
Det er og 95% sikkert at mellom 5,4% og 9,4% av desse lærarane er nokså eller svært negative til graf-teiknaren. Men sjølv om ein kan generalisere frå utval til populasjon for heile gruppa er det ikkje statistisk grunnlag til å generalisere om skilnader bygd på t.d. kjønn eller alder.

Figur 4-18 Meining om grafteiknar - etter alder



Det er små skilnader mellom respondentgruppene basert på kjønn, alder og utdanning. (figur 4-18 og 4-19). Størst sprik i meiningane er det mellom dei som har mest utdanning. Det er nokre grupper med relativt få respondentar, og der vil kvar einskild respondent gi stort utslag på den prosentvise fordelinga i av gruppa. Oversikt over storleiken på dei ulike gruppene finn ein i kapittel 3.5.

Figur 4-19 Meining om grafteiknar - etter utdanning

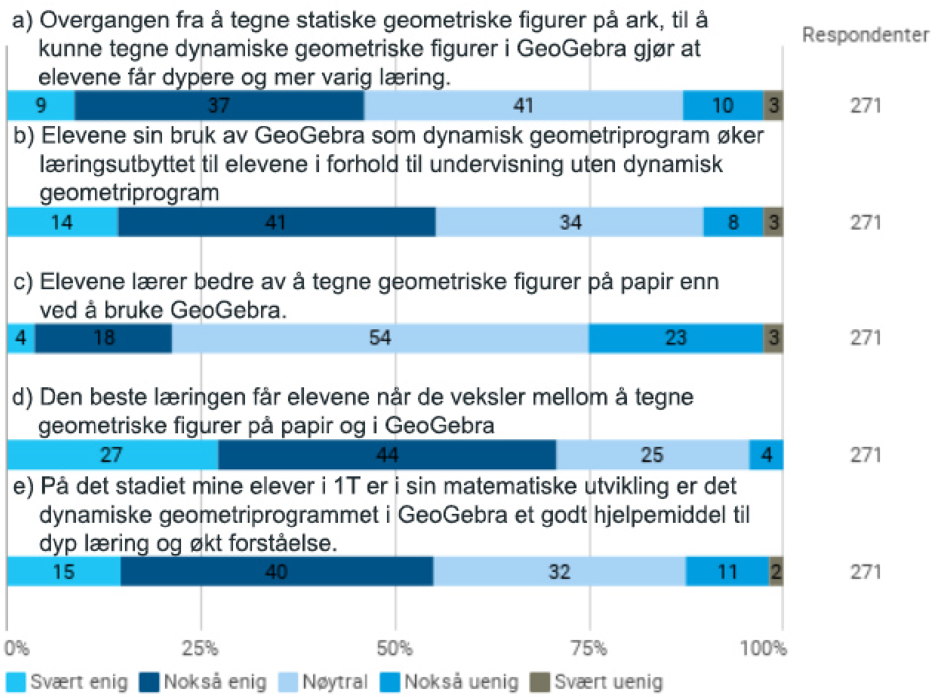


4.3.3 Dynamisk geometriprogram i GeoGebra

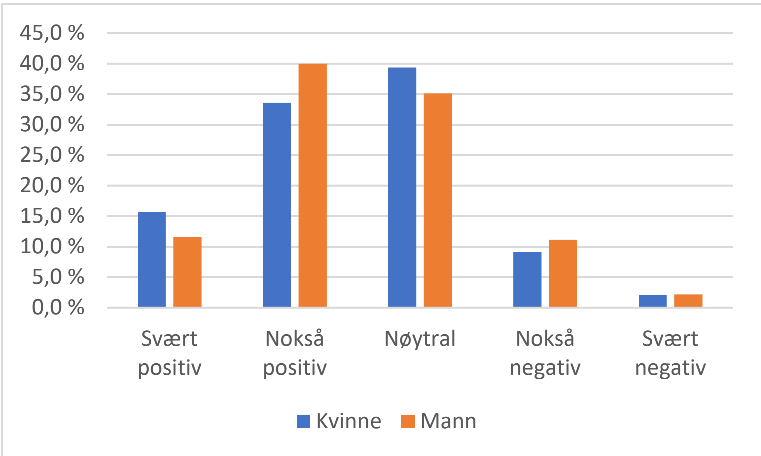
Spørsmål 11 - Vennligst merk av hvor enig eller uenig du er i påstandene om det dynamiske geometriprogrammet i GeoGebra nedenfor.

Figur 4-20 viser spørsmåla og svara frå respondentane om dynamisk geometriprogram. Bruk av digitale hjelpemiddel for å teikne figurar er omtalt i den 4. utgåva av læreplanen for matematikk 1T: «lage og bruke skisser og teikningar til å formulere problemstillingar, i oppgåveløysing og til å presentere og grunngje løysingane, med og utan bruk av digitale verktøy» (UDIR, 2013, s. 10). Men omgrepet «dynamisk geometriprogram» er ikkje brukt i denne læreplanen. Omgrepet er heller ikkje brukt i eksamen i 1T. Derimot er både grafteiknar og CAS eksplisitt brukt i teksten til skriftleg eksamen dei siste åra. Difor kan ein truleg forvente at respondentane ikkje er like kjent med omgrepet, og ikkje har like klare meiningar om dynamisk geometri-program som dei har om CAS og grafteiknar. Seinare i dette kapittelet kjem eg tilbake til at det er ein relativt stor del av respondentane som rapporterer at dei ikkje brukar dynamisk geometriprogram, spesielt av dei yngste. Dette kan vere noko av grunnen til at det er mange respondentar som har kryssa av for nøytral i spørsmåla om dynamisk geometriprogram.

Figur 4-20 Hvor enig eller uenig er du i påstandene om det dynamiske geometriprogrammet i GeoGebra.

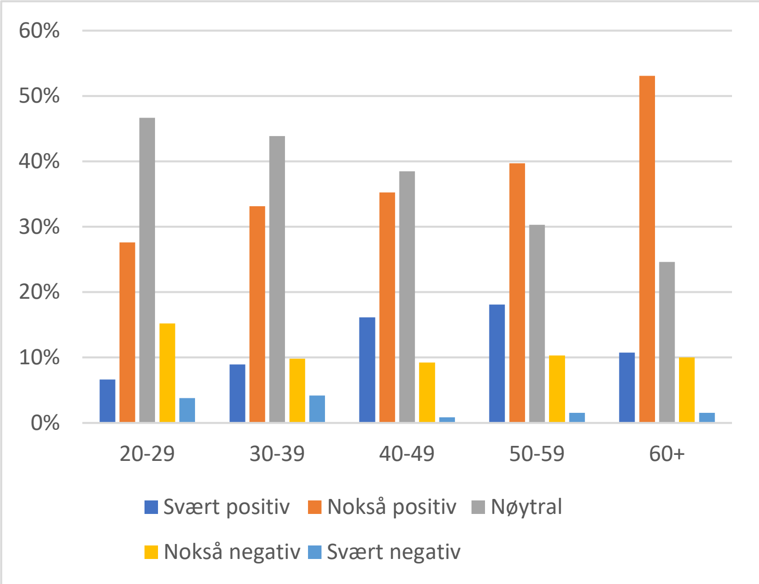


Figur 4-21 Meining om dynamisk geometriprogram - etter kjønn



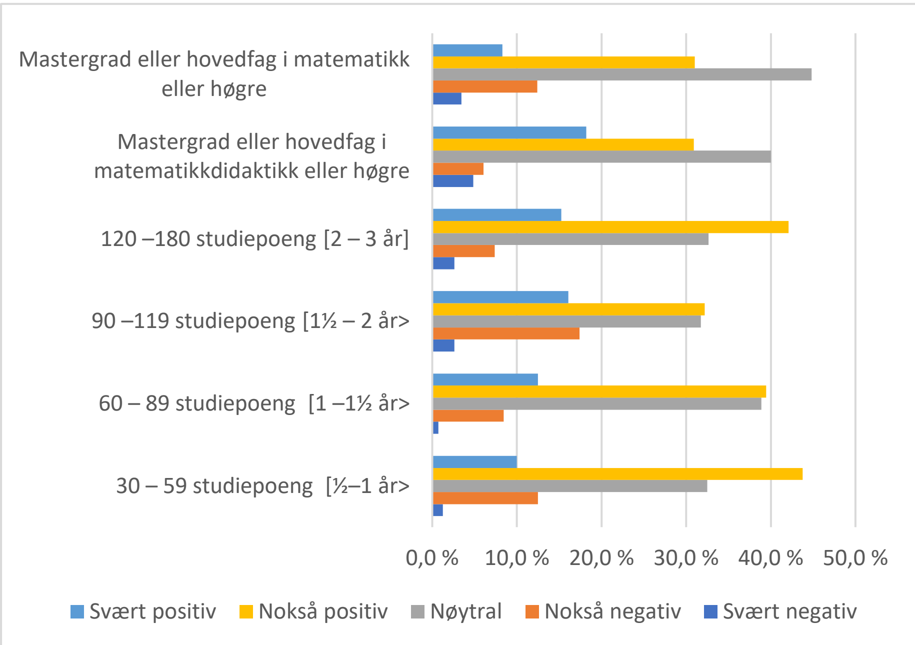
Ein skala av 11a-e med rekoda 11c oppsummerer meiningane om, og haldningane til, dynamisk geometriprogram hjå respondentane. Den har god indre konsistens med Cronbachs alfa på 0,81. Spørsmål 11d er kanskje ikkje så godt formulert med tanke på å kartlegge respondentane si meining om dynamisk geometriprogram. Ein respondent som er ueinig i å ha matematikkopplæring både med og utan digitale hjelpemiddel kan ha det som argument for å svare negativt på 11d. Som figurane 4-21 – 4-23 viser er det ingen store skilnader basert på kjønn, alder eller utdanning, men t.d. minskar prosentdelen av dei som har ei nøytral meining om dynamisk geometriprogram jamt med stigande alder. Dette kan nok kome av at det er ei relativt stor gruppe av dei yngste som ikkje brukar dynamisk geometriprogram, og difor lett kan velje nøytral som svaralternativ.

Figur 4-22 Meining om dynamisk geometriprogram - etter alder



Generaliserer ein frå utval til populasjon er det det 95% sikkert at under 15.5% av matematikk 1T lærarane har ei nokså eller svært negativ meining om dynamisk geometriprogram. Men sjølv om ein kan generalisere frå utval til populasjon for heile gruppa er det ikkje statistisk grunnlag til å generalisere om skilnader bygd på t.d. kjønn eller alder.

Figur 4-23 Meining om dynamisk geometriprogram - etter utdanning

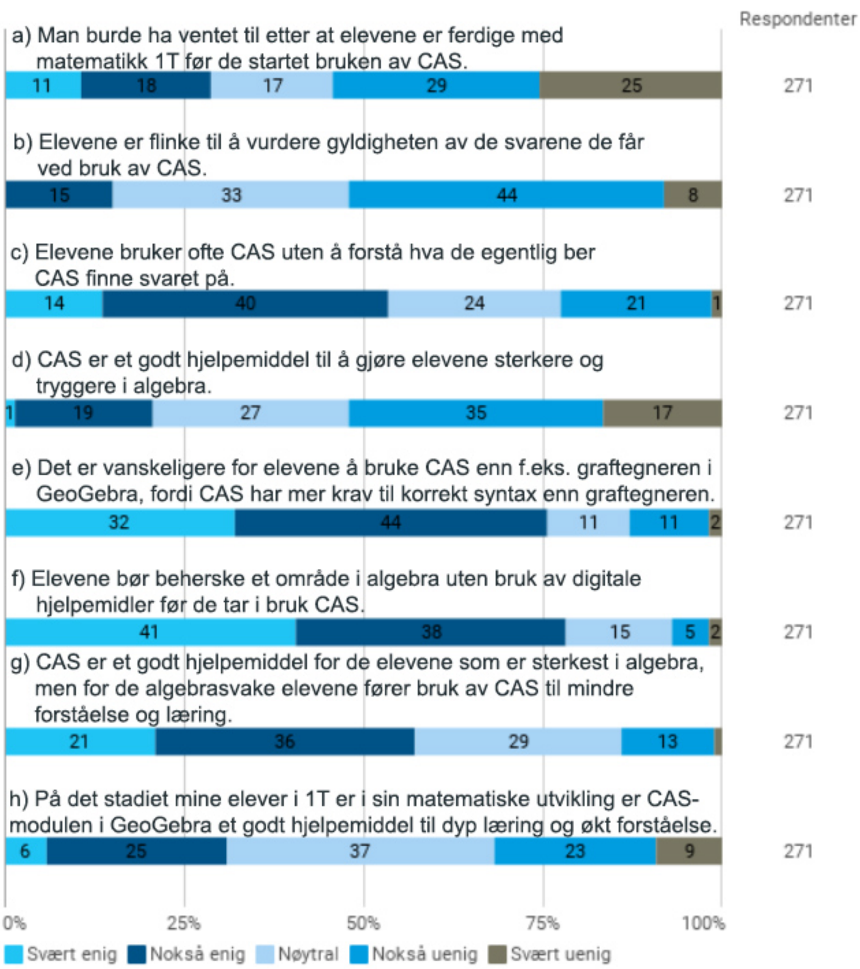


4.3.4 CAS i GeoGebra

Spørsmål 12 - Vennligst merk av hvor enig eller uenig du er i påstandene om CAS i Geogebra nedenfor.

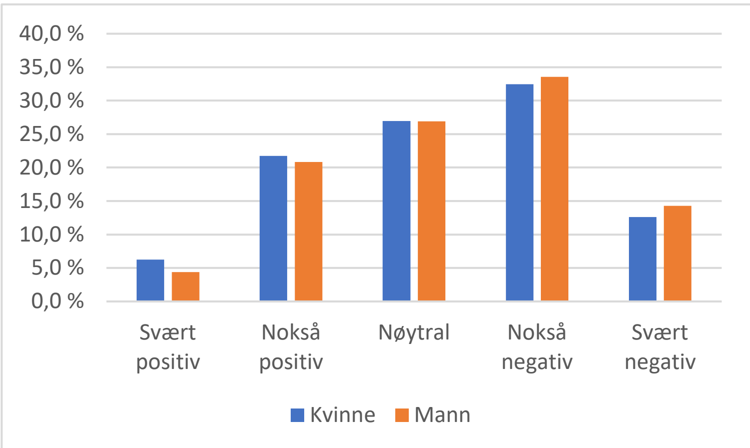
Omgrepet CAS er ikkje brukt i gjeldande læreplan for matematikk 1T, men når det i læreplanen t.d. er angitt at ein skal omforme med digitale verktøy er CAS eit naturleg val. Frå og med våren 2015 har det på eksamen i faget vorte brukt følgjande formulering: «Bruk CAS til ..» Denne formuleringa har vore brukt til saman 20 gangar på dei 8 eksamenssetta som er brukt i faget frå og med våren 2015. Både det at omgrepet CAS er eksplisitt brukt på eksamen, og at ein opnar CAS i eit eige vindauge i med namnet CAS i GeoGebra, gjer at CAS i GeoGebra er godt kjent for respondentane.

Figur 4-24 Hvor enig eller uenig er du i påstandene om CAS i Geogebra



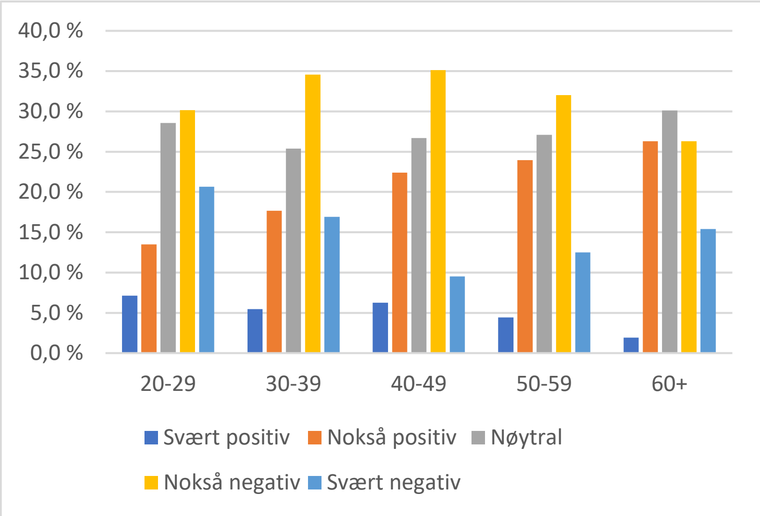
Ser ein på kva respondentane har svart om CAS (figur 4-24) ser ein at det ikkje er like positive meiningar om CAS som om dei to andre modulane.

Figur 4-25 Meining om CAS - etter kjønn



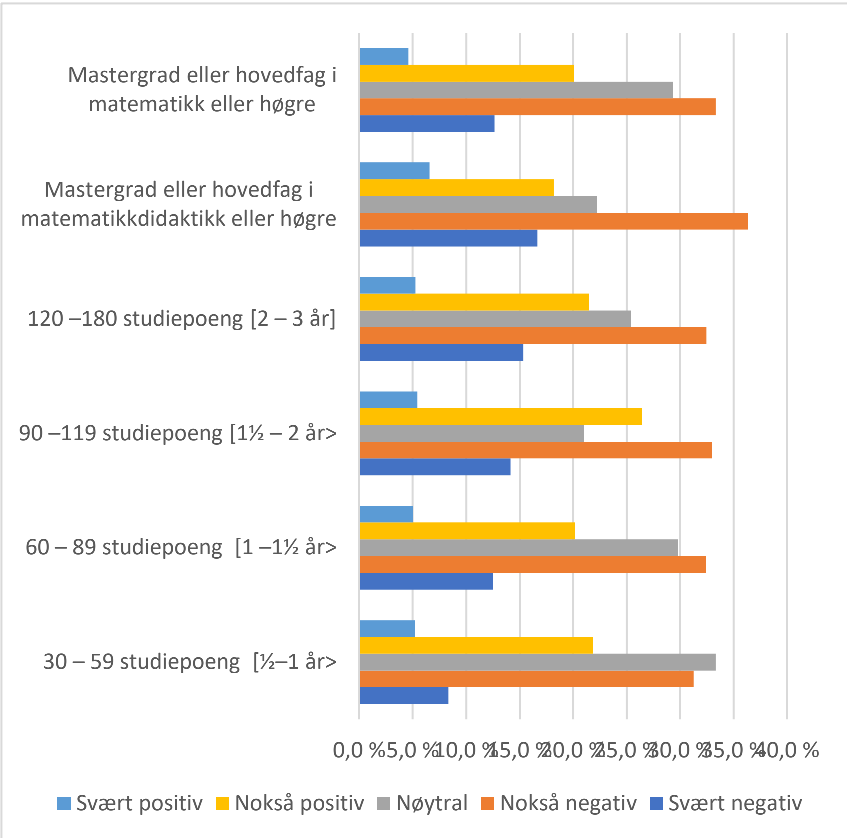
Ein skala av 12b-h (utan 12f) har Cronbachs alfa på 0,77 og har dermed noko mellom akseptabel og god indre konsistens. Det er små skilnader i meininga (figur 4-25) om CAS etter kjønn, dei eldste og yngste respondentane (figur 4-26) er mest negative til CAS, og auka lengde på matematikk-utdanning (figur 4-27) gir og meir negativ meining om CAS, med unntak av dei som har master i matematikk, som er meir positive til CAS enn dei som har master i matematikkdidaktikk.

Figur 4-26 Meining om CAS - etter alder



Generaliserer ein frå utval til populasjon er det det 95% sikkert at det er mellom 41,4% og 51,6% av matematikk 1T lærarane har ei nokså eller svært negativ meining om CAS. Og mellom 22,1% og 31,1 har ei nokså eller svært positiv meining. Men sjølv om ein kan generalisere frå utval til populasjon for heile gruppa er det ikkje statistisk grunnlag til å generalisere om skilnader bygd på t.d. kjønn eller alder.

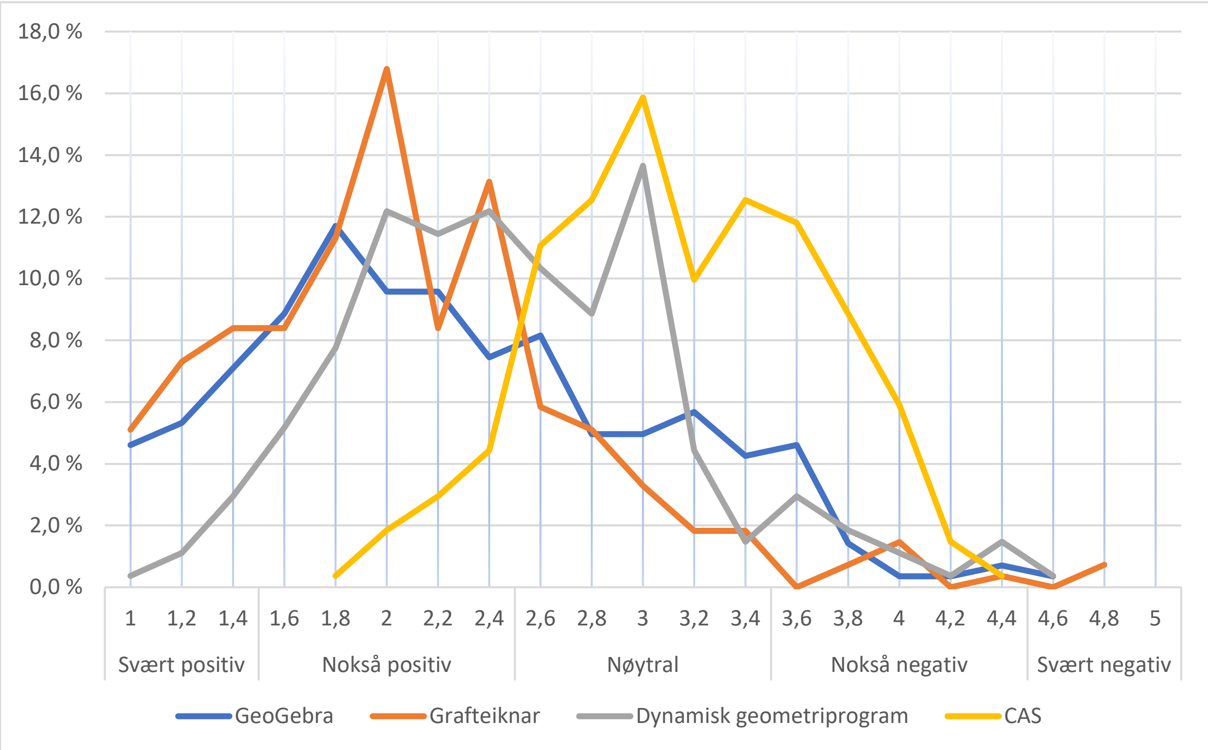
Figur 4-27 Meining om CAS - etter utdanning



4.3.5 Oppsummering av 4.3 på respondentnivå

Ved å bruke dei 5 variablane som samla sett gir høgst Cronbachs alfa verdi for indeksar (skala) frå spørsmåla om GeoGebra og dei 3 modulane kan ein matematisk sett samanlikne i eit felles diagram. Her vil eg presisere sterkt at dei 4 linene i diagrammet (figur 4-28) er basert på ulike spørsmål, og at ein difor skal vere svært forsiktig med å samanlikne dei. Eg kjem til tilbake til ei samanlikning mellom dei 3 modulane i GeoGebra der eg har stilt like spørsmål. Diagramma fram til no i 4.3 brukar same måleeiningar som i spørsmåla i spørjeskjemaet, og der er det summert opp kor mange respondentar som har svart t.d. nokså einig på dei aktuelle spørsmåla om grafteiknaren. I diagrammet i figur 4.28 har SPSS summert opp svara frå ein og ein respondent og dermed laga grunnlag for eit meir detaljert diagram på respondentnivå. T.d. er det 5,1% av respondentane som har svart svært einig på alle spørsmåla om grafteiknaren. I diagrammet viser det som 5,1% med verdi 1 for grafteiknaren. På den andre enden av diagrammet er det 0,7% av respondentane som har gitt 4,8 i snitt, som betyr at dei har svart svært ueinig på 4 av 5 spørsmål, og nokså ueinig på 1 av 5 spørsmål.

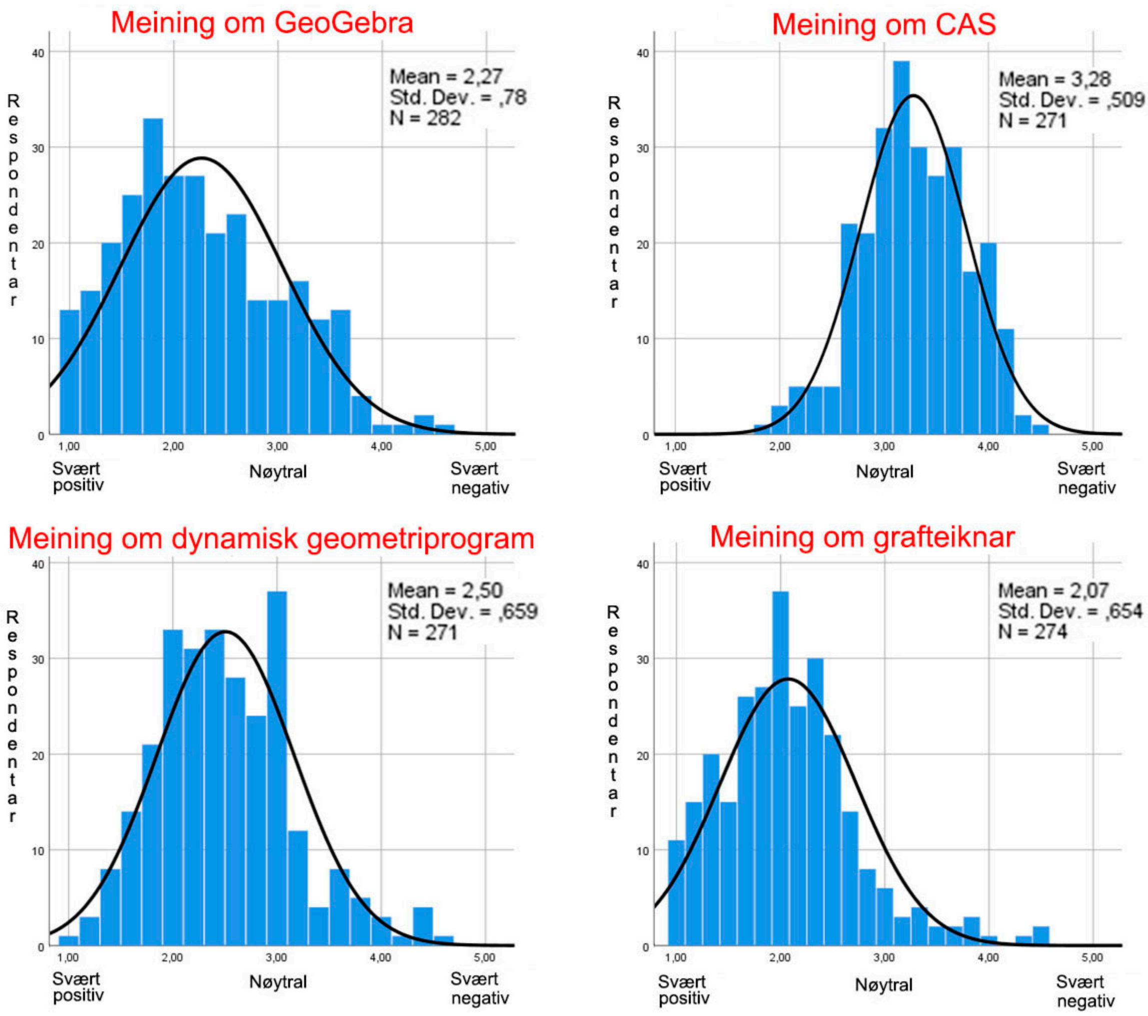
Figur 4-28 Meining om GeoGebra og dei 3 modulane - opptelling pr respondent



Fordi diagrammet er bygd på ulike spørsmål står eg over å gjere nokon form for samanlikning.

Nedanfor (figur 4-29) er det ei oppsummering i form av histogram med kurve for normalfordeling frå SPSS av meininga til kvar respondent om GeoGebra og dei 3 modulane. Verdien 1 tilsvarer at respondenten har ei svært positiv meining, og verdien 5 tilsvarer ei svært negativ meining. Vi ser t.d. at det er 13 respondentar som har gitt «toppkarakter» 1 til grafteiknar. Her er det og ulike spørsmål for kvar av modulane på same måte som i figur 4-28. Ved utrekningane har SPSS brukt same skala som har vore omtalt i 4.3.1 – 4.3.4. Merk og at talet på respondentar (N=) varierer mellom diagramma.

Figur 4-29 Meining om GeoGebra og dei 3 modulane målt pr respondent

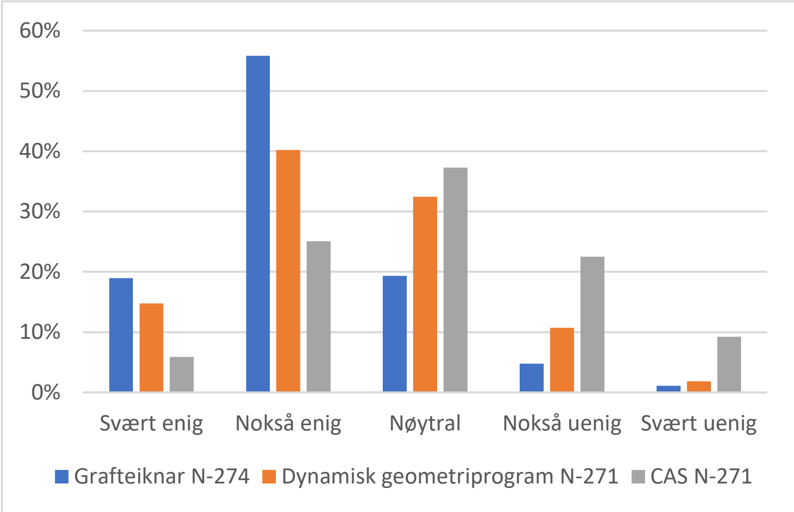


Også her skal ein vere forsiktig med å samanlikne. Diagrammet for CAS er litt venstreskeivt. Det er ein liten «hale» til venstre med nokre relativt få respondentar som er meir positive til CAS enn andre. Dei 3 andre diagramma er meir eller mindre høgreskeive, og dei har nokre respondentar som har det ein statistisk sett kan kalle «ekstremverdiar» i høve til dei vanlege verdiane. Merk og at dynamisk geometriprogram har ein topp på verdien 3 tydeleg utanom normalfordelingskurva. Dette er verdien for nøytral meining, og det at mange ikkje brukar dynamisk geometriprogram kan kanskje ha ført til at mange har svart nøytral på spørsmåla.

Den store spreiinga (standardavviket) for GeoGebra øvst til venstre kan nok avspegle dei ulike normalfordelingskurvene for dei 3 modulane i GeoGebra som er mest brukt i matematikk 1T samanheng.

Eitt spørsmål vart stilt med identisk ordlyd for alle dei 3 modulane. Der skulle respondentane rapportere kor einige eller ueinige dei var i følgjande påstand: På det stadiet mine elever i 1T er i sin matematiske utvikling er CAS-modulen i GeoGebra et godt hjelpemiddel til dyp læring og økt forståelse. Figur 4-30 viser prosentvis kor einige eller ueinige respondentane var til denne påstanden. Når det gjeld kva respondentane meiner fører til djup læring og auka forståing får grafteiknaren er klar «førsteplass» og CAS ein like klar «sisteplass» i den interne rangeringa. Talmaterialet til figur 4-30 finn ein i tabell 4-1.

Figur 4-30 På det stadiet mine elever i 1T er i sin matematiske utvikling er denne modulen i GeoGebra et godt hjelpemiddel til dyp læring og økt forståelse



Tabell 4-1 På det stadiet mine elever i 1T er i sin matematiske utvikling er denne modulen i GeoGebra et godt hjelpemiddel til dyp læring og økt forståelse

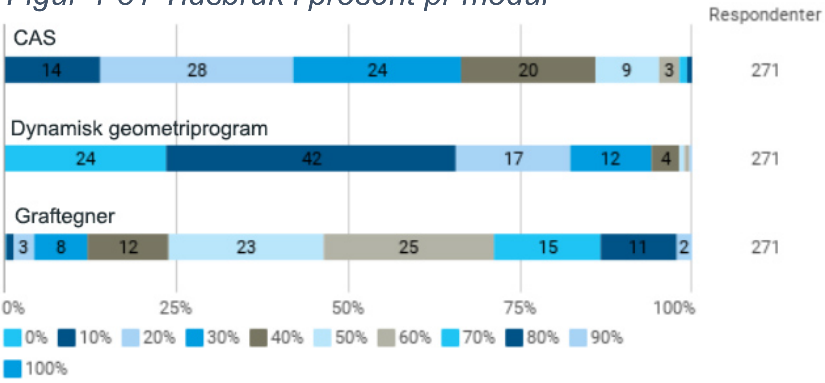
	CAS	Dynamisk geometriprogram	Grafteiknar
Svært einig	16	40	52
Nokså einig	68	109	153
Nøytral	101	88	53
Nokså ueinig	61	29	13
Svært ueinig	25	5	3
SUM	271	271	274

Ein Kjikvadrattest på observert og forventa frekvens med grunnlag i talmaterialet i tabell 4-1 viser at det er ein signifikant skilnad på gruppene basert på kva meiningar respondentane har om dei ulike modulane med p-verdi 6,1E-24, ofte uttrykt som $p<0,0001$. Dette kan og formulerast som at det er svært sannsynleg at populasjonen lærarar i matematikk 1T er mest einige i at grafteiknar er det beste hjelpemiddel til djup læring og auka forståing, og CAS det dårlegaste. Samanliknar ein to og to av modulane finn ein også der signifikans med $p<0,0001$.

4.4 Tidsbruk pr modul

Spørsmål 13 - Dersom du lager et omtrentlig overslag over din og elevenes bruk av de ulike modulene i GeoGebra, hvor mange prosent av den totale tiden der GeoGebra er i bruk blir da brukt til:

Figur 4-31 Tidsbruk i prosent pr modul



Svara til respondentane finn ein i figur 4-31. Dette er ei måling på forholdstalnivå, og dermed kan ein rekne på tala, og t.d. seie at 40% bruk er dobbelt så mykje som 20% bruk. Samtidig er dette avrunda tal frå eit omtrentleg overslag. Intensjonen min var at respondentane skulle få ein sum på 100% når dei rapporterte bruk av dei 3 modulane. Men ikkje alle kom ut med ein sum på 100%.

Sjølv om det store fleirtalet kom ut med 100% total brukstid på dei 3 modulane var spreiinga stor. Rapportert sum av total bruk frå respondentane var frå 20% til 200%. Eg har difor laga 2 variantar av justerte svar, ein der svar med sum ulik 100% vart justert til sum 100% og ein der eg fjerna svar med anna sum enn 100%. Då eg fjerna alle svar med sum ulik 100% auka talet på dei som har 0% bruk av dynamisk geometriprogram frå 24% til 25%. Det førte igjen til at nedre kvartil for dynamisk geometriprogram endra seg frå 9,5% til 0%. Elles er talmaterialet såpass likt at eg her vel å berre presentere tala frå den varianten der eg fjerna alle tala frå respondentar som ikkje har fått ein sum på 100%.

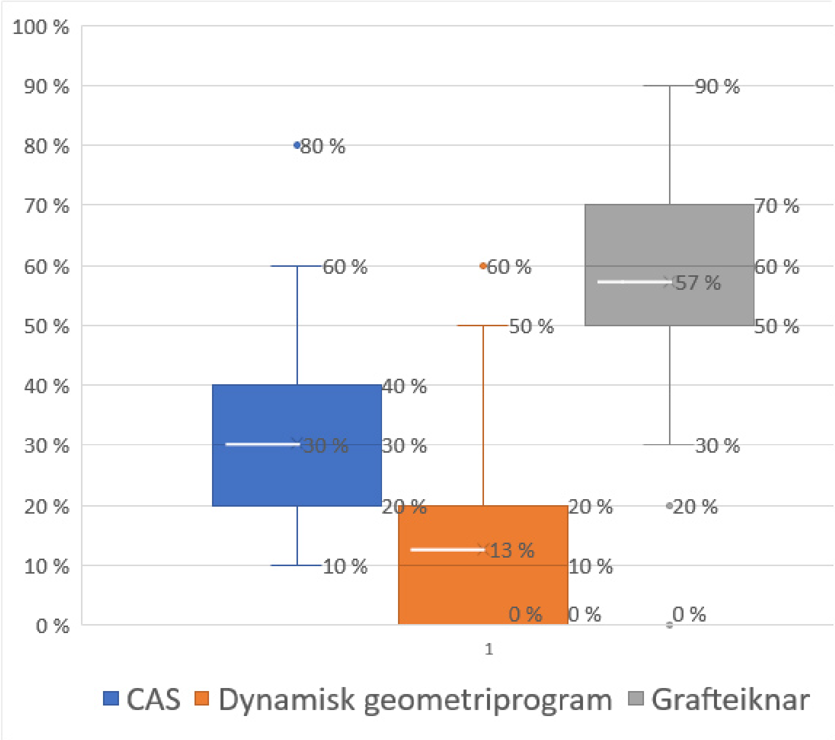
Tabell 4-2 ***Variant 2****: Fjerna alle svar der summen av bruk ikkje er 100%.*

Fordeling pr modul av læraren og elevane sin bruk av GeoGebra			
	CAS	Dynamisk geometriprogram	Grafteiknar
Gjennomsnitt	30,2 %	12,6 %	57,2 %
Median	30,0 %	10,0 %	60,0 %
Nedre kvartil	20,0 %	0,0 %	50,0 %
Øvre kvartil	40,0 %	20,0 %	70,0 %
Minimum	10,0 %	0,0 %	0,0 %
Maksimum	80,0 %	60,0 %	90,0 %
Standardavvik	13,0 %	11,4 %	15,0 %

Talmaterialet i tabell 4-2 er brukt som grunnlag for boksdiagrammet i figur 4-32. Svara frå halvparten av respondentane er innanfor boksane. Det betyr m.a. at minst halvparten av respondentane rapporterer at deira og elevane sin bruk av CAS ligg på

20-40%. Den kvite linja i boksen markerer gjennomsnittleg bruk og den svarte horisontale lina midt i boksen markerer medianen. Dei korte utriggarane viser grensene mellom vanlege og uvanlege verdiar i talmaterialet. Punkta utanfor viser uvanlege verdiar. I dette diagrammet er det Excel som definerer dei uvanlege verdiane. Ved å sjå på bakgrunns-materialet ser eg at dei uvanlege verdiane kjem frå under 20 respon-dentar og det er om lag 80% menn mellom desse. Desse uvanlege verdiane påverkar gjennomsnittet, og difor vert det i dette tilfellet som i anna statistikk eit spørsmål om det er gjennomsnitt eller median ein skal bruke som grunnlag for å snakke om kva som er vanleg fordeling av tid mellom dei 3 modulane når GeoGebra er brukt av lærar og eller elev. Figur 4-32 viser liten skilnad mellom gjennomsnitt og median, noko som tyder på at dei uvanlege verdiane påverkar gjennomsnittet i relativt liten grad.

Figur 4-32 Prosentvis bruk av lærar og elevar - CAS, dynamisk geometriprogram og grafteiknar



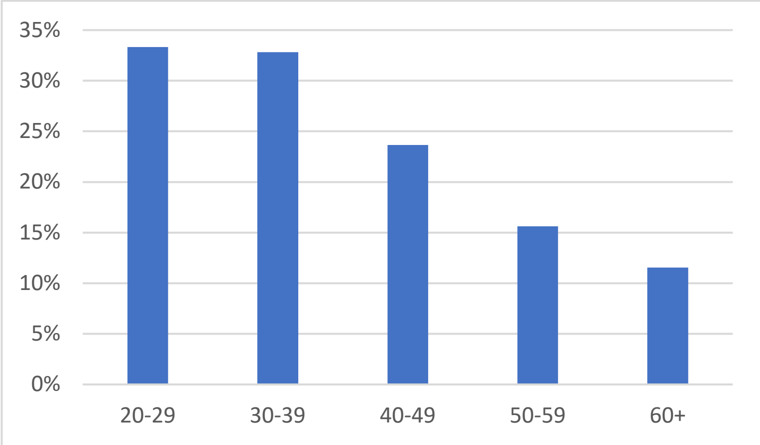
Generalisert til populasjonen matematikk 1T lærarar er det t.d. statistisk sett 95% sikkert at CAS blir brukt mellom 24,75% og 35,25% av den tida lærar og elev brukar GeoGebra.

- Dei som har vore på kurs med TPACK-innhald er i størst grad innanfor boksane, og det er færre ekstremverdiar hjå desse respondentane.
- Dei som er nær snittbruk i alle kategoriar rapporterer i minst grad at elevane lett blir freista til utanomfagleg bruk av digitale hjelpemiddel.
- Ekstremverdiane som t.d. 0% bruk av grafteiknar kan kome av avkryssingsfeil på spørjeundersøkinga eller at ein har misforstått spørsmålet.

Oppsummering tidsbruk: Ser ein på den tida GeoGebra er i bruk i klasserommet er hovudmønsteret at CAS blir brukt 20-40% av tida, dynamisk geometriprogram 0-20% av tida og grafteiknar 50-70% av tida. Gjennomsnittleg fordeling er 30%, 13% og 57%.

Sidan læreplanen i matematikk 1T omtalar at det skal brukast teikning med digitale hjelpemiddel innan geometri er det interessant at mange av respondentane rapporterer at dei ikkje brukar dette. Ser ein på kven det er som ikkje brukar dynamisk geometri-program finn ein ingen skilnad på grunnlag av kjønn, men derimot relativt tydelege mønster etter alder og mindre tydeleg etter utdanning.

Figur 4-33 0% bruk av dynamisk geometriprogram - etter alder



Respondentane under 40 år (figur 4-33) er dei som i størst grad har 0% bruk, medan dei eldste respondentane i langt mindre grad har 0% bruk.

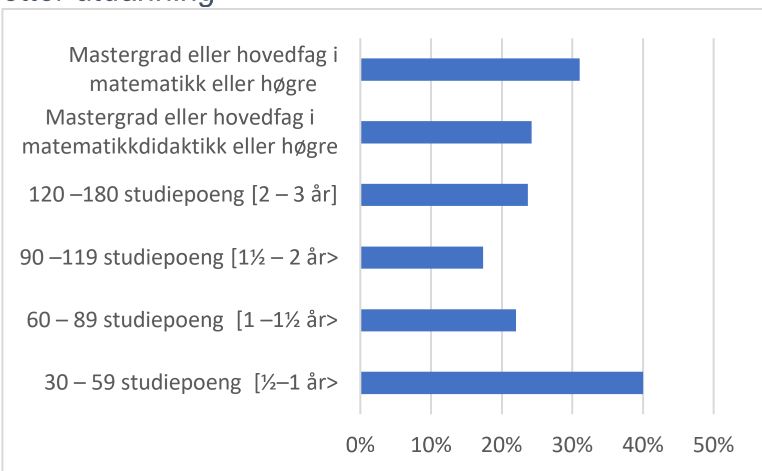
Tabell 4-3 Fordeling av bruk og ikkje bruk av dynamisk geometriprogram - etter alder

	Under 40 år	40-åra	50 år el meir	SUM
Brukar ikkje dynamisk geometripr.	29	22	13	64
Brukar dynamisk geometriprogram	59	71	77	207
SUM	88	93	90	271

Ein Kjikvadrattest på observert og forventa frekvens med grunnlag i talmaterialet i tabell 4-2 viser at det er ein signifikant skilnad på gruppene basert på alder med p-verdi 0,015. Ein tilsvarande test på dei under 40 år, og dei over 50 år har ein p-verdi på 0,0036. Litt forenkla kan ein då seie at det er 99,64% sikkert at det er skilnad i populasjonen lærarar i matematikk 1T basert på om dei er under 40 eller over 50 når det gjeld om dei vel å ikkje bruke dynamisk geometriprogram.

Ser ein på utdanning (figur 4-34) er det dei respondentane som har kortast matematikk-utdanning og dei som har mastergrad i matematikk som i størst grad har 0% bruk av dynamisk geometriprogram.

Figur 4-34 0% bruk av dynamisk geometriprogram - etter utdanning

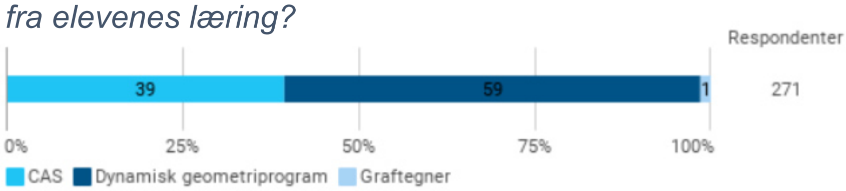


4.5 Vel vekk ein av dei 3 modulane

Spørsmål 14 - Dersom du skulle valgt BORT en av de 3 modulene CAS, dynamisk geometriprogram eller graftegner i GeoGebra, og begrunnet valget ut i fra elevenes læring. Hva ville du da valgt BORT?

Nesten ingen (figur 4-35) vil velje vekk grafteiknaren, 2 av 5 vil velje vekk CAS og 3 av 5 vil velje vekk dynamisk geometriprogram. Respondentane skulle gjere dette valet med elevane si læring som grunngiving.

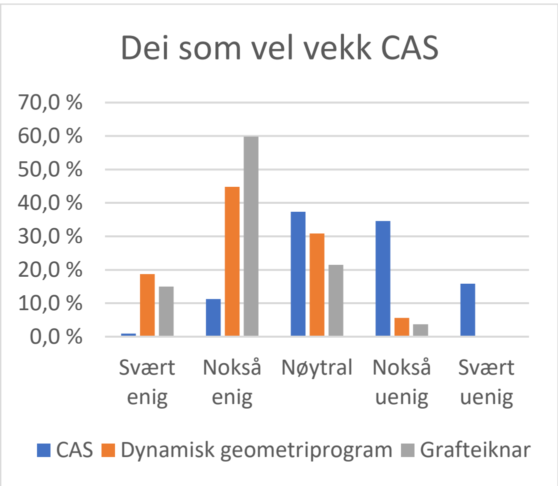
Figur 4-35 Hva ville du valgt BORT begrunnet ut i fra elevenes læring?

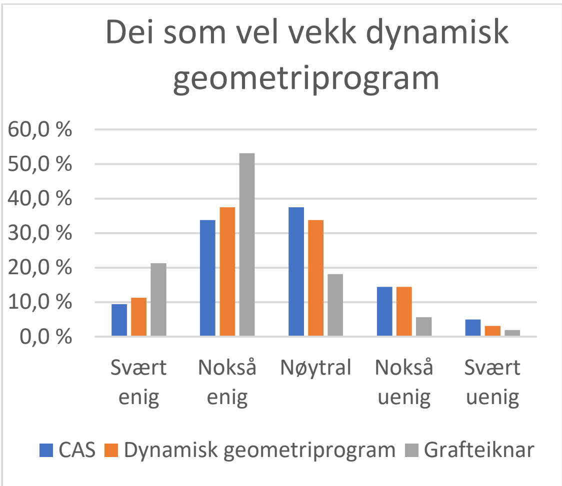


Viss det var elevane si djupe læring og auka forståing som var utslagsgivande for kva ein vil velje vekk kjem svaret over i konflikt med svara vist i figur 4.30. Respondentane har tydeleg minst tru på CAS som hjelpemiddel når det gjeld djup læring og auka forståing, men det er dynamisk geometriprogram som i størst grad blir valt vekk.

Når ein sorterer svara på kva modul som fører til djup læring og auka forståing etter kva respondentane vel vekk, får ein resultata som diagramma nedanfor (figur 4-36) viser. Diagramma viser at begge gruppene har minst tru på CAS som hjelpemiddel for læring og forståing, men dette er absolutt mest tydeleg i diagrammet til venstre som viser meiningane til dei som valde vekk CAS.

Figur 4-36 På det stadiet mine elever i 1T er i sin matematiske utvikling, er denne modulen av GeoGebra et godt hjelpemiddel til dyp læring og økt forståelse - etter kva ein vel vekk





Ser ein på diagrammet til høgre ser ein at også dei som vel vekk dynamisk geometri-program har meir tru på denne dynamisk geometriprogram og på grafteiknar enn på CAS når det gjeld kva som er eit godt hjelpemiddel til djup læring og auka forståing

4.6 Kommentarar frå fritekstfelta

Spørsmål 15 - Hvis du ønsker det, vennligst gi en kort begrunnelse for valget ditt for hva du ville valgt BORT:

Spørsmål 16 - Er det noe du vil tilføye i tillegg til det du har svart hittil?

Dette fritekstfeltet der respondentane får høve til å grunngi valet sitt for kva dei ville valt vekk forsterkar inntrykket av at det er sterkare negative meiningar rundt CAS enn rundt dei 2 andre modulane.

Både frå dei 107 respondentane som valde vekk CAS og dei 160 som valde vekk dynamisk geometriprogram var det 72 respondentar som svarte. Ei kort oppsummering gir:

1. Dei som valde vekk CAS: 67% grunnga valet og brukte i snitt 51 ord.
2. Dei som valde vekk dynamisk geometriprogram: 45% grunnga valet og brukte i snitt 30 ord

Av dei som valde vekk dynamisk geometriprogram var det relativt mange som grunnga det med at det er dette ein har minst bruk for ut i frå læreplan og/eller eksamen, medan grunngjevingane til dei som valde vekk CAS gjekk meir på negativ meining om CAS.

På spørsmål 15 kom det aller mest kommentarar direkte mot kva ein ville velje bort. På spørsmål 16 kom også t.d. kommentarar om matematikk 1T og GeoGebra generelt. Det var mange som kommenterte CAS eller dynamisk geometriprogram også i spørsmål 16, så difor har eg valt å sjå desse 2 fritekstfelta.

For å skaffe meg eit oversyn over materialet har eg gjort ei kategorisering, Fordi dette er ei kvantitativ undersøking, og eg ikkje har brukt kvalitative metodar til å analysere materialet har eg plassert denne kategoriseringa som vedlegg 7.7.

Når 19 respondentar har skrive om CAS at krevande syntax gir problem/vanskar/-frustrasjon har denne kategorien fått verdi 19. Kommentarar som eg tolkar som positive har eg gitt grøn farge, og det eg tolkar som negative kommentarar har eg gitt raud farge.

5 Drøfting

I dette kapittelet drøftar eg nokre av funna frå undersøkinga mi opp mot teorien. Dei sitata eg brukar kjem frå kjelder som har vore brukt i teorien. Problemstilling mi ynskjer å finne svar på: Korleis vurderer lærarane det digitale hjelpemiddelet GeoGebra i matematikk 1T? Funna i seg sjølv svarer på mykje av dette, og i dette kapittelet fokuserer eg berre på nokre av funna. Kvantitative funn vart presentert i kapittel 4. I dette kapittelet slepp eg respondentane til ved å sitere frå nokre få av dei 144 svara i fritekstfelta.

Etter ei innleiing følgjer eg same struktur for delkapittel som i kapittel 4, slik at kvart delkapittel tek føre seg eitt forskingsspørsmål. Delkapittel 5.1 tek føre seg lærarane si eiga opplæring i GeoGebra. 5.2 ser på organisering av undervisning med GeoGebra. 5.3 ser på meiningar om, og haldningar til, GeoGebra og dei 3 modulane CAS, dynamisk geometriprogram og grafteiknar. 5.4 ser på kor mykje dei ulike modulane i GeoGebra blir brukt, og 5.5 kva lærarane ville valt å velje vekk om dei måtte velje vekk ein av modulane i GeoGebra.

Den einaste tilsvarande forskinga eg finn er Hals (2010). Han utførte denne forskinga i ein periode der GeoGebra var relativt fersk som digitalt verktøy i matematikk-undervisninga, og ikkje standardprogrammet slik det ser ut til å vere i dag. Eg har forska på matematikk 1T, medan Hals forska på 1T, 1P og 10. klasse. Dette, saman med 10 år med endringar i programvare, eksamen, læreplan og at problemstilling og spørsmål er ulike gjer at eg ikkje samanliknar mine funn med dei Hals fann for 10 år sidan. Men eg viser til nokre av funna til Hals i drøftinga.

5.1 Lærarane si opplæring i GeoGebra

Forskingsspørsmål 1: Kva har lærarane fått av opplæring i GeoGebra, og gir dette grunnlag for TPACK?

Norge kjem dårlegare ut enn dei andre landa i TIMMS Advanced 2015 når det gjeld kursing og etterutdanning med matematikkfagleg innhald for matematikklærarar (Grønmo, Hole & Onstad, 2016, s. 124). Det same ser ein når det gjeld kursing av matematikklærarar frå grunnskulen i digitale hjelpemiddel (Bjørnset, Fossum, Rogstad, Smestad & Talberg, 2018). Eg finn same tendens i mine funn. Berre 1 av 5 respondentar i mi undersøking hadde vore på kurs på meir enn 1 dag. Respondentane mine rapporterer at opplæring i menysystem, kommandoar og verktøy i GeoGebra er det dei har hatt mest av på kurs i GeoGebra. Dette er det ein kan kalle nybyrjaropplæring. Resten av opplæringa blir då opp til lærarane.

Ein av respondentane omtalar eiga opplæring i GeoGebra slik:

> Det er egen innsats og bruk av egen tid på sommerkurs i Lamis som gjør at jeg har den bakgrunnen i Geogebra som jeg har. Organisert opplæring har vært svært dårlig, selv om fylkeskommunen og skolen har prøvd å arrangere

> kurs. Dette har blitt kurs på feil nivå for de fleste deltagerne. Mye av organisert opplæring har også vært av typen kollegadeling, noe som gir svært ulik praksis mellom ulike skoler. Liten forståelse fra ledere på skolen for bruken og nytten av Geogebra har også vanskeliggjort en felles, god praksis. Jeg var tidlig ute med bruken, men er på ingen måte superbruker. (Respondent A)

«Furthermore, teachers have often been provided with inadequate training for this task. Many approaches to teachers' professional development offer a onesize-fits-all approach to technology integration when, in fact, teachers operate in diverse contexts of teaching and learning» (Koehler & Mishra, 2009, s. 62). Sitatet frå grunnleggarane av TPACK-rammeverket samsvarar godt med det respondenten min skriv. Respondenten peikar på at det har blitt kurs på feil nivå for dei fleste deltakarane fordi ein køyrer eit onesize-fits-all opplegg. Ulik bakgrunn i kor langt lærarane er komne i eiga opplæring i GeoGebra og ulik fagtilknytning kan vere grunnar til dette. Eit av funna til Hals (2010, s. 130) var at det er stor skilnad mellom lærarane i kor vidt dei ville bruke fritid på å lære seg programvare. Over tid kan dette føre til at lærarane i eit kollegium er på ulike steg i Niess et al (2009, s. 9) (figur 2-7) sin modell for korleis teknologi kan smeltast saman med pedagogikk og innhald og bli til TPACK i matematikkfagleg kontekst. Og med lærarar på ulike steg blir det ikkje enkelt å arrangere kurs som vil gi alle utvikling på vegen mot TPACK.

Svara frå respondentane indikerer at opplæring utanom sjølvstudium først og fremst er opplæring i menysystem, kommandoar og verktøy (figur 4-6). Og kurs med TPACK-relatert innhald er i følgje respondentane det som det er minst kurs i. Manglande TPACK kan føre til at ein brukar t.d. GeoGebra meir som ei presentasjonsverktøy enn eit kognitivt verktøy. Bevisstgjering omkring TPACK eller tilsvarande rammeverk/modellar kan vere viktig med tanke på å utvikle TPACK i eit kollegium. Og det å lage komplekse situasjonar der ein møter andre tankar om kva som er god undervisning med GeoGebra er viktig (Koehler M. J., Mishra, Kereluik, Shin & Graham, 2014, s. 109). Lu (2008) har samanlikna korleis lærarar i England og Taiwan brukar GeoGebra og peikar på at bruken er prega av ulik kultur og grunnsyn på matematikk, der mellom anna lærarane på Taiwan i mindre grad enn i England såg på geometri og algebra som separate emne i matematikken. «It appeared that the English teachers associated GeoGebra primarily with geometric topics. Conversely, Taiwanese teachers worked with GeoGebra on both geometric and algebraic topics as they did not consider algebra and geometry to be necessarily separate; possibly as a result of the structure of Taiwanese curriculum and textbook-oriented culture» (Lu, 2008, s. 64). Det kan tenkast at den norske matematikkulturen er meir lik den engelske enn den ein finn på Taiwan, og at vi har separate (læreplan)mål i geometri og algebra slik at vi ikkje i stor nok grad ser linken mellom algebra og geometri. Den tette linken mellom algebrafelt og grafikkfelt i GeoGebra er kanskje noko vi som matematikklærarar bør utnytte meir og betre.

Utanom sjølvstudium rapporterer respondentane mine at dei har hatt mest hatt opplæring i form av kollegabasert (sam)arbeid. Eit slik (sam)arbeid der ein er bevisste på at TPACK er noko anna enn berre å ha lært det tekniske er viktig. Eit problem med tanke på å oppnå dette er det å få tid og rom til å møtes inn i mellom alle dei andre oppgåvene som skal løysast (Mudzimiri, 2012, s. 17). I tillegg til å vere bevisste på TPACK og reflektere rundt korleis ein kan bruke GeoGebra på ein god måte i undervisninga gir og god teknisk kjennskap til GeoGebra ein fordel med tanke på å kunne bruke programvaren på ein god måte. Og i tillegg til å reflektere må ein vere villig til å endre praksis (Hals, 2010, s. 120). God teknisk kunnskap gjer og at ein der og då kan respondere på innspel frå elevane med adekvat bruk av GeoGebra.

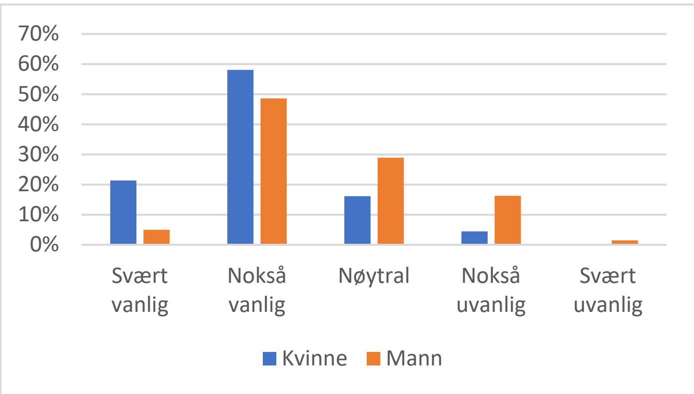
5.2 Organisering av undervisning med GeoGebra

Forskingsspørsmål 2: Korleis organiserer lærarane undervisning der GeoGebra er i bruk?

Intensjonen med spørsmål 9 (figur 4-8) var å finne ut noko om korleis lærarane organiserer undervisninga der GeoGebra blir brukt. Undervisninga i ei klasse med matematikk 1T elevar kan variere mykje avhengig av faktorar som t.d. elevtal, fagleg bakgrunnskunnskap hjå elevane, fagleg sprik i klassen, kva dag i veka det er og korleis elevane fungerer som arbeidsfellesskap. Difor er det krevjande å lage spørsmål som summerer opp kva som skjer, og ei slik oppsummering treng slett ikkje å gje det rette biletet av kva som eigentleg skjer.

> Før elevane kan bruka verktyet GeoGebra til oppgåveløysing, så treng dei innføring i korleis dei skal bruka programma, altså korleis dei skal notera og føra, og kva som er skilnaden i CAS og når dei nyttar inntastingsfeltet. Det å læra både dette samstundes som dei skal læra noko nytt matematisk kan verta litt mykje når det må prosesseras samstundes. Difor må me setja av tid til å få på plass det mest grunnleggjande formelle før dei kan bruka GeoGebra til utforsking på eiga hand. Me har i år ein lærar som har laga eit opplegg for å jobba med GeoGebra- og CAS-ferdigheiter og ulike funksjonar samstundes. Då er aktiviteten veldig styrt, og deretter vert oppgåvane mindre og mindre styrt, og så brukar me oppgåver frå boka der elevane må bruka verktya utan guiding. (Respondent B)

Figur 5-1 Spørsmål 9c - Jeg har systematisk og trinnvis opplæring i bruken av GeoGebra, men gir åpne oppgaver uten løsningsmetode ved problemløsing – etter kjønn

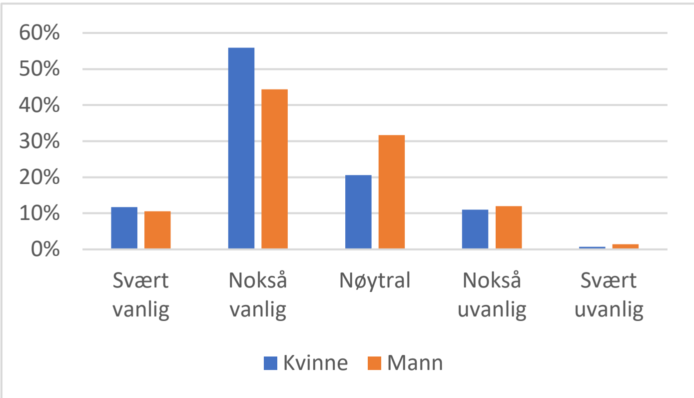


Sitatet frå respondenten ovanfor er innom momenta eg hadde som bakgrunn for delspørsmåla i spørsmål 9a-c: Teglskov (2013, s. 3) seier at ein skal gi elevane detaljert informasjon under opplæringa i GeoGebra, men gi oppgåver utan løysingmetode når elevane har lært seg å bruke GeoGebra. Figur 5-1 viser kva respondentane svarte på 9c som spurte om dette. Heile 79% av kvinnene svarte at dette er nokså eller svært vanleg, medan mennene i mindre grad svarer at dette er vanleg. Fordelinga mellom kjønna blir meir balansert når ein ser på 9b der det er mennene som i tydeleg størst grad gir lite informasjon om løysingsmetodar og forventar at elevane skal utforske og finne samanhengane sjølv. Alt i alt ser det ut til at respondentane skil mellom opplæring i, og bruk av, GeoGebra i matematikk-undervisninga.

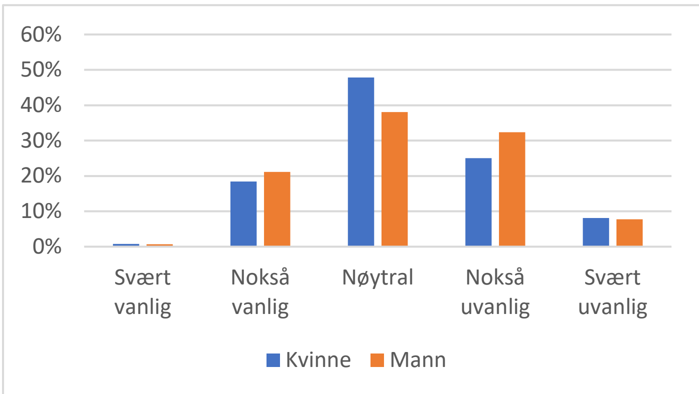
Fuglestad (2010, s. 14) peikar på at utforsking med GeoGebra og diskusjon rundt utforskinga har ein positiv effekt på matematisk tenking hjå elevane. Diskusjon og utforsking har kanskje ikkje vore det mest sentrale i norsk matematikkundervisning. Felles klassetid har i stor grad vore brukt til presentasjon og instruksjon (Topphol, 2012, s. 137) som legg til rette for ein smal og ufullstendig matematisk kompetanse. Breiare kompetanse krev meir samtale (Fuglestad, 2003, s. 230) og fagleg opp-summering, og færre, men meir utvalde individuelle oppgåver (Topphol, 2012, s. 141).

Svara frå respondentane på 9d (figur 5-2) tyder på at samtalen er meir vanleg enn uvanleg. Derimot er det få av respondentane (figur 5-3) som opplever at bruk av GeoGebra fører til at elevane samtalar og diskuterer matematikk på ein måte dei i mindre grad opplever elles. Her ser eg i ettertid at spørsmålet ikkje er godt nok utforma til å samanlikne med det Fuglestad seier om utforsking med GeoGebra. Då måtte eg ha endra spørsmålet slik at det var tydeleg at det vart spurt om GeoGebra i ein utforskingskontekst.

Figur 5-2 Jeg organiserer eller oppmuntrer til samtale om hvordan og hvorfor man kan finne løsningen på et matematisk problem når elevene arbeider med GeoGebra – etter kjønn



Figur 5-3 Bruk av GeoGebra fører til at elevene samtaler og diskuterer matematikk på en måte jeg i mindre grad opplever ellers



Matematikk 1T er prega av å innehalde mange emne og er pressa på tid (Borge, et al., 2014, s. 54), og elevane får kort tid til å få relasjonell forståing innanfor nye emne som t.d. derivasjon (Draagen & Helvig, 2015, s. 116). I ein slik situasjon kan det vere utfordrande å finne tid til utforsking med GeoGebra. «Eksamen er helt klart veldig styrende for hvordan vi bruker GeoGebra. Dette er uheldig, og begrenser nok bruken av programmet til utforskning» (respondent C). Summen av mykje nytt på kort tid, rask progresjon og ein eksamen som styrer i stor grad er at elevar lett kan falle av lasset (Grønmo, 2017, ss. 76-77) (Bratlie, 2016, s. 95).

I ein periode med rask progresjon vil det truleg for dei fleste elevar kome ein periode med instrumentell forståing, og truleg også «instrumentell bruk» av digitale hjelpemiddel. Sandstad (2012) peikar på at elevar ofte må ha «triggerord» for å kunne finne ein måte å løyse ei oppgåve med digitale verktøy. For matematikk 1T elevane kan slike triggerord t.d. vere å finne skjeringspunkt, nullpunkt, ekstremalpunkt eller vekstfart/stigningstal. At elevar er avhengige av «triggerord» kan truleg indikere større eller mindre grad av instrumentell forståing.

43% av respondentane (spørsmål 9f) rapporterer at det er nokså eller svært vanleg at elevane er flinke til å vurdere sjølv når det er hensiktsmessig å bruke GeoGebra, medan 25% har motsett meining (figur 4-8). Då skulle ein kanskje tru at respondentane meinte at elevane ikkje er avhengige av «triggerord», men det gjer dei ikkje. 44% meiner det er meir eller mindre vanleg (spørsmål 9g) at elevane er avhengige av «triggerord», og 30% meiner at dei ikkje er det. Det er korrelasjon på -0,25 mellom desse spørsmåla. Det kunne vere interessant å finne ut kva som pregar organiseringa til dei respondentane som rapporterer at elevane ikkje er avhengige av «triggerord» men eg finn ikkje noko mønster. Truleg vil det vere relativt vanleg at elevar er avhengige av «triggerord» i ein kontekst med rask progresjon og mange nye emne slik dei opplever i matematikk 1T. Svak bakgrunn i algebra kan og føre til instrumentell læring i matematikk 1T, og dermed føre til at fleire elevar blir avhengige av triggerord t.d. innanfor derivasjon (Grønmo, 2017, s. 78).

I følgje respondentane vekslar elevane mellom å arbeide i par eller smågrupper, og det å arbeide aleine når dei arbeider med GeoGebra. Metastudien til Li & Ma (2010, ss. 219-220) legg vekt på at utbyttet av å bruke programvare i matematikk-undervisninga er kontekstavhengig. Utbyttet er større når undervisninga er oppdagings- og problemløysingsorientert enn ved tradisjonell undervisning. Utbyttet er og signifikant betre når elevane arbeider i smågrupper i staden for individuelt.

Lærarane i matematikk 1T skal utvikle elevane matematisk så dei kan vise kompetanse i kontekstar både med og utan hjelpemiddel. For den delen som går på å utvikle matematisk kompetanse med hjelpemiddel, etter at elevane har lært å bruke GeoGebra (Teglskov, 2013) vil eg oppsummere med mi omsetjing av (Olsson & Granberg, 2018): Elevar vil lettast kunne tene på potensialet i dynamisk programvare viss dei arbeider med og klarer å løyse oppgåver som ikkje inneheld instruksar om korleis ein skal løyse oppgåva. Som ein konsekvens av det blir utfordringa for lærarane å utforme passande oppgåver og gje tilbakemeldingar som støttar elevane i produktiv utforsking, men utan at ein gjer oppgåver utan løysingsmetode om til oppgåver med løysingsmetode.

5.3 Meining om, og haldning til, GeoGebra og dei 3 modulane CAS, dynamisk geometriprogram og grafteiknar

Forskingsspørsmål 3: Kva meiningar om, og haldningar til GeoGebra og dei 3 modulane, har lærarane?

5.3.1 GeoGebra generelt

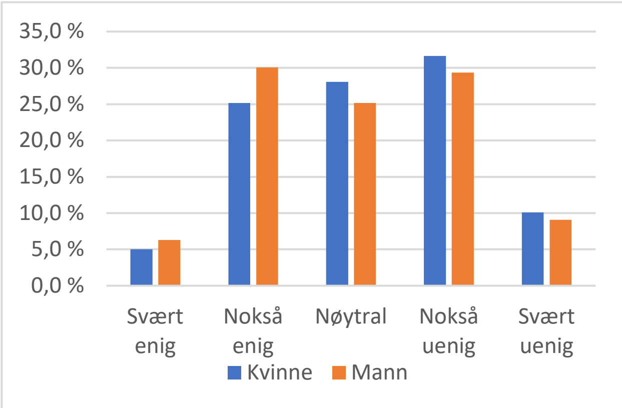
Det er svært stort sprik i respondentgruppa når det gjeld meining om GeoGebra. Som figur 4-29 viser er det 13 respondentar som har gitt GeoGebra topp-karakteren 1, men det er og respondentar som har gitt 4,6 som er nær botnkarakteren 5. Med tanke på at dette er meiningar om eit digitalt hjelpemiddel som respondentane brukar i undervisninga si kan ein bli overraska over at det er så stort sprik. Kvifor er det slik? Døme på kva som gir negativ meining om GeoGebra kan vere:

- Det første møtet med noko nytt kan gi oss kjensler for eller i mot det nye. Dette kan t.d. vere det ein opplever på det første kurset ein deltek i for å lære GeoGebra. Hals refererer til Preiner og oppsummer: «Kursholdere må sørge for at det blir "kjærlighet ved første klikk"» (Hals, 2010, s. 37). Viss ein får negative opplevingar t.d. på eit kurs eller når ein skal demonstrere for elevar kan dette vere med på å forme meiningane om GeoGebra i ei negativ retning.
- Ein del av respondentane mine peikar på programvare som dei meiner er betre enn GeoGebra, og dette kan truleg påverke meininga deira om GeoGebra.
- Generell kompetanse i IKT kan truleg forklare noko av skilnaden. Føler ein seg komfortabel med å bruke IKT i ein undervisningssituasjon der ein heile tida har (eit kritisk) publikum, kan dette truleg gi ei meir positiv meining om programvara ein brukar.
- Negative opplevingar med GeoGebra i klasserommet kan og vere ei forklaring. Mange respondentar skriv om problem med CAS der det som verkar i ein versjon ikkje verkar i neste. Det er ikkje noko god oppleving for ein lærar å t.d. skulle vise ei løysing i CAS som viser seg å ikkje fungere.
- Å ha brukt nok tid med GeoGebra til å kjenne seg trygg på bruken av dei ulike modulane er også truleg eit viktig punkt for å få positive opplevingar og dermed positiv meining om GeoGebra. Då blir det ei utfordring at stadige endringar i teknologien fører til at ein alltid måtte fornye seg (Koehler & Mishra, 2009, s. 67) (Kelentrić, Helland & Arstorp, 2017, s. 4).

Sæterås (2011, s. 3) (Sjå 2.2.4) fann at det var mykje utanomfagleg bruk av PC i 3. klasse i vidaregåande, og eg la inn 2 spørsmål for å sjå om lærarane opplever det same i matematikk 1T.

71,3% av respondentane var svært einige i at dei som lærar bestemmer når elevane skal ha PC tilgjengeleg, og 21,6% var nokså einige i dette. Så til saman 93% av respondentane var einige i at det er dei som bestemmer når elevane skal ha PC tilgjengeleg. Når eg spurte respondentane om bruken av GeoGebra førte til at elevane vart freista til å bruke tida på andre ting enn matematikk var svara som i figur 5-4. Distraksjon vart og nemnt i fritekstfelta: «En negativ sak er at elevene lett blir distrahert av andre ting på PC (FB, Snap, Insta, spill) når de skal jobbe på PC» (Respondent D). Stemmer dette utsagnet til respondent D og svara i figur 5-4 med at 93% av respondentane seier at det er dei som bestemmer når elevane skal ha PC tilgjengeleg?

Figur 5-4 Spørsmål 8h - Bruk av GeoGebra i matematikk 1T fører til at elevene lett blir fristet til å bruke tiden på andre ting enn matematikk



I matematikk 1T varierer ein mellom ein kontekst utan hjelpemiddel og ein kontekst med hjelpemiddel. Dette er heilt opplagt på prøver og eksamen, og dette vil igjen påverke arbeidsmåtar i timane. Dermed får ein truleg eit meir klart skilje mellom med og utan digitale hjelpemiddel enn i andre fag. Elevane vel sjølv om dei vil ta 1P eller 1T, og dei veit at 1T er krevjande. I tillegg er kanskje desse elevane meir motiverte for matematikkfaget enn dei som ikkje vel 1T, og dermed kan dette bety at dei også bli meir innstilte på å bruke PC i fagleg samanheng, og i større grad aksepterer lærarstyring når det gjeld PC-bruk. Det kan og hjelpe på at elevane opplever GeoGebra som nyttig, for i tillegg til at Sæterås fann mykje utanomfagleg bruk av PC, fann ho og ut at dei to «fagprogramma» som elevane oppfatta som svært nyttige i læringsarbeidet sitt var skriveprogram og GeoGebra (Sæterås, 2011, s. 4).

Respondentane er meir positive enn negative til GeoGebra. Slår ein saman svaralternativa nokså einig og svært einig til einig, og snur innhaldet i eitt av spørsmåla får vi følgjande:

Tabell 5-1 Meiningar om GeoGebra

Påstand	Einig	Ueinig
GeoGebra er godt egnet til å visualisere matematiske sammenhenger, og gjør det på den måten lettere for elevene å forstå matematikk	93,3 %	1,4 %
Det er flere fordeler enn ulemper ved å bruke GeoGebra i matematikk 1T	75,5 %	9,6 %
Bruk av GeoGebra i matematikk 1T er ikke så tidkrevende at det ikke står i forhold til et eventuelt økt læringsutbytte	60,6 %	17,0 %
Bruk av GeoGebra i matematikk 1T gir så mye i form av økt læringsutbytte at det er verdt merarbeidet og tidsbruken	51,8 %	19,1 %

«Geogebra er et suverent program. Det eneste det etter mitt syn mangler for å være komplett er en god matematisk editor. Det er helt uaktuelt å bruke annen programvare» (Respondent E). Respondentane i 40-åra er dei som er mest positive til GeoGebra, og der er det nesten ingen som er svært negative. Prosentvis flest svært negative er det mellom respondentane i 20-åra og der er det også færrast svært positive, men dette er ei gruppe med få respondentar, og dermed får kvar respondent mykje å seie for prosenten.

5.3.2 Grafteiknaren i GeoGebra

Respondentane har i all hovudsak ei positiv meining om grafteiknaren i GeoGebra. Overført på populasjonen viser undersøkinga at statistisk sett er 3 av 4 matematikk 1T-lærarar nokså eller svært positive til grafteiknaren, med ein feilmargin på 2,2%. Med andre ord kan ein vere 95% sikker på at mellom 72,3% og 76,7% av matematikk 1T-lærarane er nokså eller svært positive til grafteiknaren. Det er og 95% sikkert at mellom 5,4% og 9,4% av desse lærarane er nokså eller svært negative til graf-teiknaren.

Basert på spørsmål 10-f kan ein generalisere til populasjonen at det er 95% sikkert at mellom 70,4% og 79,2% av lærarane i matematikk 1T er nokså eller svært einige i at grafteiknaren i GeoGebra er eit godt hjelpemiddel til djup læring og auka forståing. Like sikkert er det at mellom 3,4% og 8,2% har motsett meining.

Ser ein på meining om grafteiknaren på respondentnivå (figur 4-29) ser ein at hovudinntrykket er at respondentane er nokså positive. Ein del respondentar er svært positive til grafteiknaren og gir «toppkarakter» 1, medan dei få som er mest negative gir karakteren 4,8 på ein skala frå 1-5. Det er verdt å merke seg at det er prosentvis færrast som er negative til grafteiknaren i aldersgruppa 60+. Det er ingen som er svært negative til grafteiknaren i denne gruppa, og denne gruppa er også den einaste der respondentane då dei sjølve var elevar verkeleg har teikna grafar heilt utan bruk av digitale hjelpemiddel.

Då kalkulatoren vart billeg å kjøpe, og kom inn for fullt i skuleverket på slutten av 70-talet tok den over mykje rutineprega og tidkrevjande arbeid, og vart godt likt av dei fleste. Det er nok ikkje så mange av yngste respondentane mine som har høyrt om kurvelinjalane vi brukte på 70-talet for å få «pene» grafar ut i frå manuelle utrekningar på papir. Å få til nøyaktige og pene grafar var tidkrevjande greier. Framleis kan eg hugse dei anerkjennande lydane rundt bordet då eg saman med andre matematikk-utdanna deltakarar på eit sommarkurs i 1985 fekk sjå korleis ei TIKI-100 datamaskin teikna grafar. I 1994 vart kalkulator med grafisk vindu standard for alle elevar og lærarar i det som no tilsvarar 1T, og grafteikning med digitale verktøy feirar dermed eit 25-års jubileum i år.

> Jeg er godt fornøyd med GeoGebra. Jeg brukte veldig lang tid på tegning av grafer før geogebra, og synes jeg nå får fokusert mye mer på forståelse av funksjonsbegrep, modeller og modellers gyldighet og anvendelse (Respondent F).

Matematikk 1T-elevane skal teikne grafar både med å utan hjelpemiddel, noko som betyr at ein både kan fokusere på det grunnleggande rundt kva ein funksjon er utan hjelpemiddel, samtidig som ein kan utforske ulike grafar på ein rask og enkel måte med digitale hjelpemiddel.

«Grafteiknaren er heilt essensiell for å visualisera og utforska funksjonar, som er det viktigaste temaet på VGS» (Respondent G). «En betydelig større andel av dem som bruker dynamisk programvare enn dem som bruker andre digitale verktøy, har endret undervisningsformen til mer utforskende og utfordrende oppgaver» (Hals, 2010, s. 133). Hals utførte forskinga si i ein periode der ein hadde eit skifte frå statiske kalkulator med grafisk vindu og over til dynamisk programvare som t.d. GeoGebra, og truleg vil respondent G vere ein av dei Hals omtalar som har endra undervisnings-form etter å ha teke i bruk dynamisk programvare.

Samanlikna med ein statisk graf på papir, på krittavle eller på overhead gir ein graf i GeoGebra t.d. høve til å vise kva som skjer med forma på grafen avhengig av kva verdiar ein brukar på aksane, ein kan bruke glidarar og utforske kva ulike parameterar har å seie og ein får samanheng mellom grafisk representasjon i grafikkfeltet og algebraisk representasjon i algebrafeltet.

5.3.3 Dynamisk geometriprogram i GeoGebra

Dynamisk geometriprogram er den modulen i GeoGebra som både er minst omtalt i læreplanen og minst brukt av respondentane. Respondentane har positiv meining om dynamisk geometriprogram og meiner det er eit godt hjelpemiddel til djup læring og auka forståing for elevane.

Basert på spørsmål 11-e kan ein generalisere til populasjonen at det er 95% sikkert at mellom 49,9% og 60,12% av lærarane i matematikk 1T er nokså eller svært einige i at det dynamiske geometriprogrammet i GeoGebra er eit godt hjelpemiddel til djup læring og auka forståing. Like sikkert er det at mellom 10,3% og 14,7% er nokså eller svært ueinige i dette.

Ser ein på meining om dynamisk geometriprogram på respondentnivå (figur 4-29) ser ein at hovudinntrykket er at respondentane er nokså positive. At mange respondentar rapporterer at dei ikkje brukar dynamisk geometriprogram kan nok vere grunnen at den høge prosentdelen med nøytral meining.

Av delspørsmåla er respondentane mest einige i at den beste læringa får elevane når dei vekslar mellom å teikne geometriske figurar på papir og i GeoGebra. Ein av respondentane har gitt meg høfleg refs for å ikkje ha fleire spørsmål rundt temaet med og utan hjelpemiddel. Dette sitatet frå ein av respondentane som fortel kvifor han vel vekk dynamisk geometriprogram i fritekstfeltet i spørsmål 15 er kanskje ein grei situasjonsrapport:

> «Det er mye å lære i 1T, og geogebra opplæring krever tid. Læreplanen i faget stiller ingen krav til at elevene skal kunne bruke dynamisk geometriprogram, så valget gir seg nesten selv. Jeg er imidlertid glad for at den er der, for den

> kan brukes av læreren til å demonstrere noen viktige egenskaper til enkelte geometriske figurer» (Respondent H).

Truleg er det delte meiningar om læreplanen stiller krav til bruk av dynamisk geometriprogram, så kanskje burde læreplanen vore meir tydeleg (Grønmo, 2017, s. 74). Sjølv om denne respondenten er positive til dynamisk geometriprogram som digitalt læringsverktøy er programmet lite brukt. Grunnen til at dynamisk geometriprogram er lite brukt kan vere:

- Tidspress i faget fører til at lærarane vel å velje vekk det dei synes er minst viktig. «Slik læreplanen nå er utformet er det dynamisk geometriprogram som er minst viktig for elevene å beherske. 1T er det matematikkfaget som er mest presset på tid så da prioriteres ikke mye tid til dette emnet» (Respondent I).
- Geometri er ein liten del av kompetansemåla i læreplanen og det er ikkje krav om bruk av dynamisk geometriprogram på eksamen: «I forhold til kompetansemåla og slik eksamen er lagt opp er det dette elevene har minst nytte av» (Respondent J)
- Opplæring av elevane i ein modul som er lite brukt gir mykje opplæringstid og lite tid til bruk/utforsking. Så sjølv om dette blir sett på som eit godt verktøy for læring brukar ein det i for kort tid til opplæring kontra bruk får positiv verdi. «Det går med for mye tid i forhold til nytteverdien» (Hals, 2010, s. 128). Då kan det truleg vere lett for at ein slik respondent H uttrykker det nedprioriterer at elevane skal bruke dynamisk geometriprogram og berre brukar det som lærar til å demonstrere nokre viktige eigenskapar til einskilde geometriske figurar.

Visualisering er viktig for å skape forståing av matematikken. Både grafteiknar og dynamisk geometriprogram gir visuelle svar i eit grafikkfelt. Men det er ulik meining om kva effekt visualisering i GeoGebra har på læring slik to ulike døme på svar frå respondentar viser:

> «De to andre gir bedre visualisering av matematikk, og kan bidra til økt forståelse i langt større grad enn CAS» (Respondent K).

I motsetning til:

> «Geometri handler om å forstå logiske sammenhenger, og dynamisk programvare kan bare brukes til å illustrere og beskrive resultater. For svake elever kan det kanskje være slik at de forstår hva et teorem sier ved hjelp av illustrasjon i GeoGebra som de ellers ikke hadde klart å visualisere for seg selv, men det handler på ingen måte om dyp innsikt. Innsikten om hvorfor et teorem følger logisk fra andre teoremer kan ikke oppnås ved hjelp av GeoGebra. Faktisk kan det tenkes at gode illustrasjoner frarøver flinke elever muligheten til å skape sine egne visualiseringer av et resultat på samme måte som man reduserer leseopplevelsen av en roman hvis man først har sett filmen» (Respondent L).

Utfordrande oppgåver utan å fortelje løysingsmetoden er ein god kombinasjon med GeoGebra (Olsson & Granberg, 2018). Samtidig krev utforsking at ein meistrar bruken av programvara (Teglskov, 2013). I eit fag som er pressa på tid kan det vere vanskeleg å finne tid til opplæring i dynamisk geometriprogram, og dermed lite grunnlag for å bruke dynamisk geometriprogram til utforsking. Då kan det nest best alternativet vere at læraren brukar dynamisk geometriprogram til å demonstrere «noen viktige egenskaper til enkelte geometriske figurer» som respondent H uttrykker det. Ein slik felles "utforsking" kombinert med samtale om kva, kvifor og korleis kan vere viktig for visualisering og læring. «Strong mathematics learners are those who think deeply, make connections and visualize» (Boaler, 2017, s. 11). Og sjølv om elevane første året på vidaregåande er kome eit stykke på veg i matematikkreisa si er visualiseringa framleis viktig. Visualisering er viktig for å lære matematikk, og ikkje berre for born og på lågt nivå. (Boaler, 2017).

5.3.4 CAS i GeoGebra

CAS kom inn i matematikk 1T med læreplanendringar i 2013 (UDIR, 2013) og som krav til eksamen i 2015 (UDIR, 2015). Respondentane mine er tydeleg mindre positive til CAS enn til dei andre modulane i GeoGebra ut i frå resultata i kvantitative data. Same inntrykk gjer seg gjeldande i kvalitative data i fritekstfelta som gir inntrykk av at det er mange respondentar som kjenner på frustrasjon over syntaxproblem i CAS, at ein mislikar rolla CAS har fått i eksamen og samtidig har lite tru på at CAS fører til læring.

1% av dei elevane som byrja på matematikk på vidaregåande hausten 2018 hadde fått opplæring i CAS i stor grad (Bjørnset, Fossum, Rogstad, Smestad & Talberg, 2018, s. 57). Med andre ord er CAS i all hovudsak noko nytt for elevane som byrjar på 1T.

Basert på spørsmål 9f kan ein generalisere til populasjonen at det er 95% sikkert at mellom 26,3% og 35,7% av lærarane i matematikk 1T er nokså eller svært einige i at CAS i GeoGebra er eit godt hjelpemiddel til djup læring og auka forståing. Like sikkert er det at mellom 27% og 36,4% er nokså eller svært ueinige i dette. Så her er det ei relativ tydeleg delt meining der ein litt forenkla kan seie at det er 3 om lag like store grupper med einig, nøytral og ueinig i at CAS i GeoGebra er eit godt hjelpemiddel til djup læring og auka forståing.

Ser ein på meining om CAS på respondentnivå (figur 4-29) ser ein at CAS er den einaste modulen der ingen respondentar gir toppkarakter 1. Det er 1 respondent som gir 1,8 i karakter og elles er oppsummering på respondentnivå frå 2 og oppover. Ein skal vere svært forsiktig med å samanlikne ulike modular når også spørsmåla er ulike. Men eit samla inntrykk av kvantitative og kvalitative data gir inntrykk av at det er tydeleg mindre positiv meining om CAS enn om dei andre modulane.

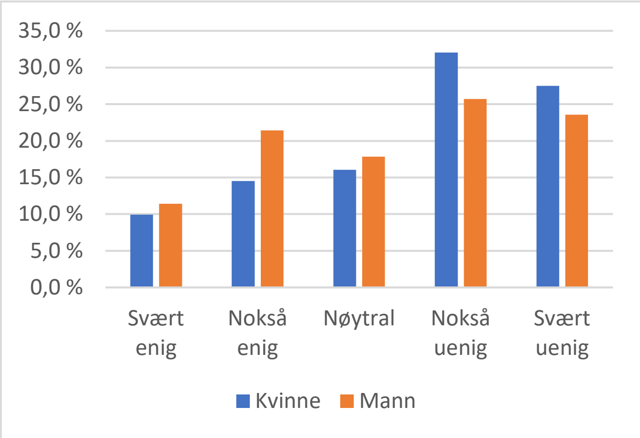
Som figur 7-5 i vedlegg 7.7 viser er det mange kommentarar frå respondentane om CAS.

Dei positive kommentarane går på at CAS er effektivt, og då spesielt når ein ikkje reknar med «pene» tal. CAS gir god trening for algebrasterke elevar, og er god førebuing til matematikk dei 2 siste åra i vidaregåande skule. CAS er og relevant for høgskulematematikk.

Ein stor del av norske R2-klasser var med i studien TIMSS Advanced i 2015. Der målte ein store variasjonar mellom klasser (Grønmo, 2017). Truleg vil det då vere skular som opplever å få inn elevar som er matematisk modne for å starte med CAS på 1T, og andre skular som får inn elevar som i mindre grad er klare. Dette kan vere ei av forklaringane på ulike meiningar rundt CAS mellom respondentane.

På spørsmålet i 12a om ein burde ha venta til etter 1T før elevane startar bruken av CAS (figur 5-5) svarar eit fleirtal av respondentane nei til dette. Fleirtalet av respondentane meiner med andre ord at ein ikkje skal vente til etter 1T med CAS. Meininga om å ikkje vente med CAS er sterkare enn trua på CAS som eit godt hjelpemiddel for djup læring og auka forståing (figur 4-30)(tabell 4-1). Ein grunn til at det er slik kan vere at ein veit at elevane møter igjen CAS i matematikk både 2. og eventuelt 3. året, og at dei treng tid til å lære seg CAS.

Figur 5-5 Spørsmål 12a Man burde ha ventet til etter at elevene er ferdige med matematikk 1T før de startet bruken av CAS



Det store fleirtalet av kommentarar om CAS frå fritekstfelta er negative, og mange av dei uttrykker frustrasjon:

> Den eneste grunnen til at vi lærer elevene å bruke CAS, er at det er et stadig større krav på eksamen, til tross for at bruk av CAS i de fleste tilfeller ikke krever matematisk forståelse overhodet. Mange oppgaver på eksamen i 1T og R1 er raskere å løse ved regning på ark, men allikevel er oppgaveteksten formulert "bruk CAS til...". Det er et mareritt for de fleste matematikklærere og elever jeg kjenner til. Digital kompetanse og matematisk kompetanse viser elever når de velger den mest hensiktsmessige metoden for å løse en utfordring, ikke når de som har laget eksamensoppgaven forteller dem at de må bruke CAS (som ofte ikke er den mest hensiktsmessige måten). Krav til bruk av CAS er det som fortviler og provoserer lærere på dette nivået aller mest, der jeg jobber. Graftegner og dynamisk geometri (i R1 og R2) er fine verktøy for å øke forståelse (Respondent M).

> CAS er eit godt program, og eg meiner ikkje at det bør velgast vekk. Men i 1T, R1 og R2 er det i eksamen del 2 aukande krav om at oppgåvene skal løysast med CAS (og dermed må også vi legge stor vekt på CAS-opplæring i undervisninga). Det er ofte små tekniske problem som gjer at eleven ikkje greier å løyse ei oppgåve. Det kan vere feil type kommando, parantes/klammer, komma osv. som hindrer eleven, ofte "filleting", og ikkje elevens matematiske kunnskaper og ferdigheter. Eg opplever også stadig mystiske utfordringar der enkeltelevar på sine maskiner ikkje får utført same kommandoar som meg, sjølv om vi har same versjon av Geogebra. Det er synd at digitale skjær i sjøen øydelegg - spesielt på eksamen (Respondent N).

Frustrasjonen går først og fremst på at noko som verkar i ein versjon av CAS ikkje verkar i ein annan versjon, syntaxproblematikk og at det på eksamen blir gitt oppgåver som er søkte/rare. Respondentane meiner og at CAS kjem for tidleg, elevane er ikkje modne/flinke nok i algebra til å få utbytte av CAS, og dermed blir CAS brukt som black-box og med instrumentell læring som resultat. I staden for å vere eit hjelpemiddel til læring, stel CAS verdifull tid til læring.

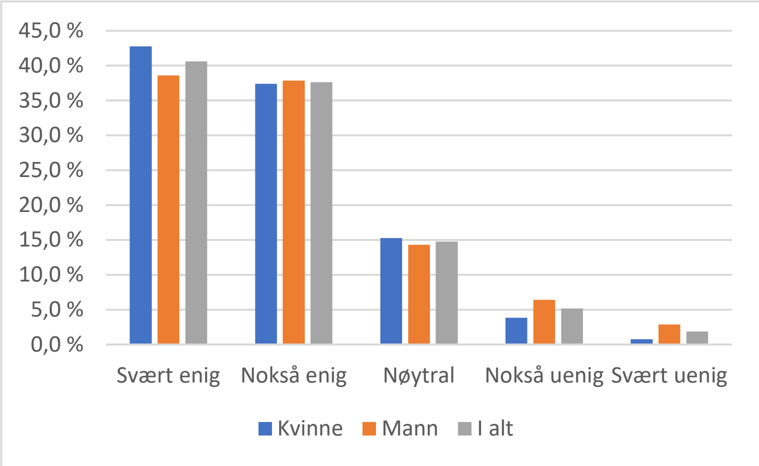
> Når det gjeld utforskande eksamensoppgåver ved bruk av CAS, så er dei etter mi meining blitt meir og meir spesielle. Det er sikkert på grunn av at alle hjelpemiddel er tilatt, så det må stadig vere nye variantar. Dei vanskelegaste er krevjande utan mykje trening med CAS (Respondent O).

> Eksamensoppgavene er ofte så komplekse og vanskelige FORDI elevene har CAS, at det blir nesten latterlig i forhold til hva vi har mulighet til å jobbe med gjennom året. De ALLER fleste har MER enn nok med å lære seg alle de nye tingene om ikke de tekniske finessene kommer på toppen. CAS har forvansket faget enormt (Respondent P).

Frustrasjonen over søkte/rare oppgåver på eksamen kan nok kome av at CAS-oppgåvene ikkje bør likne for mykje på oppgåver som har vore gitt på eksamen tidlegare. CAS-oppgåvene på eksamen blir gitt på del 2 der eleven har alle hjelpemiddel, med unntak av kommunikasjon. Det betyr at eleven kan ha lagra t.d. alle tidlegare CAS-oppgåver frå eksamen og andre løysingar og eventuelle ferdigmodellar. Fordi eleven kan ha lagra CAS-filer fører til at dei som skal lage eksamensoppgåvene må lage oppgåver som ein ikkje finn tilsvarande av i t.d. tidlegare eksamenssett. Så medan elevane får ei standaroppgåve med grafteiknar som første oppgåve på del 2 etter å ha brukt grafteiknar i 2 skuleår eller meir, kjem dei ei heilt ukjent og ny type oppgåve som elevane gjerne har problem med å tolke eller forstå kort tid etter at elevane har byrja å bruke CAS.

Samanlikna med elevar frå andre land er norske elevar spesielt svake i algebra (Grønmo, 2017, s. 40). Spørsmål 11f ba respondentane ta stilling til kor einige eller ueinige dei er i at: Elevene bør beherske et område i algebra utan bruk av digitale hjelpemidler før de tar i bruk CAS. 78,2% av respondentane er nokså eller svært einige i dette, og 7,0% har motsett meining (figur 5-5). Basert på desse tala kan ein generalisere til populasjonen at det er 95% sikkert at mellom 74,0% og 82,4% av lærarane i matematikk 1T er nokså eller svært einige i at elevane bør beherske eit område i algebra utan bruk av digitale hjelpemidlar før dei tar i bruk CAS. Like sikkert er det at mellom 4,4% og 9,6% er nokså eller svært ueinige i dette. Dette kan ein og tolke som at eit stort fleirtal av matematikk 1T lærarane er einige i Buchberger sitt White-Box/Black-Box prinsipp for symbolreknande programvare (CAS) i matematikkundervisninga (sjå 2.5.5).

Figur 5-6 Spørsmål 11f - Elevene bør beherske et område i algebra uten bruk av digitale hjelpemidler før de tar i bruk CAS



Respondentane kommenterer både at ein burde vente med CAS til R1, og at ein grunn for å ha opplæring i CAS er at elevane treng dette på R1. Både på S1, S2, R1 og R2 er det eit eksplisitt krav på eksamen at CAS skal brukast. Det er berre 1T (sjå figur 2-15 i 2.7.1) som er inngangsporten til R1, men også elevar som har hatt 1P på Vg1 kan byrje på S1. Det betyr at ein på S1 får ein blanding av elevar som har hatt opplæring i CAS og elevar som ikkje har hatt det. Viss ein lærar får ei S1 gruppe der 15 elevar aldri har brukt CAS medan 10 har brukt det eitt år, er dette truleg ikkje nokon optimal situasjon.

Ein del av frustrasjonen til lærarane når det gjeld CAS kan truleg også kome av at lærarane har brukt mindre tid på å lære seg CAS enn t.d. grafteiknar, og dermed både opplever mindre meistring og kanskje gir mindre god opplæring til elevane i CAS enn i t.d. grafteiknar. Læraren sine eigne negative erfaringar vil truleg og farge meiningane, og CAS i GeoGebra var kanskje i mindre grad enn dei andre modulane eit «ferdig» produkt då det vart introdusert. CAS kom inn i matematikk 1T nokre år etter at mange lærarar frivillig hadde teke i bruk GeoGebra. Mange hadde vore på kurs i GeoGebra før CAS vart aktuelt på eksamen. Det kan bety at det har vore lite kurs i CAS og at det også kan vere ein bakgrunn for frustrasjon.

> CAS er vanskelig for elevene, selv om de vet hva de skal gjøre for å løse oppgaven får de ofte feilmelding på grunn av feil inntasting. På eksamen taper mange poeng på at de ikke klarer å skrive inn riktige parenteser eller husker å

> sette gangetegn mellom bokstaver og tall. Det er veldig frustrerende for elevene når de enkelt kan løse en oppgave ved regning, men ikke får poeng fordi de ikke klarte å skrive dette riktig inn i CAS. Når noe går galt får man ikke vite hvor feilen ligger, og det blir dermed vanskelig for elevene å rette det opp. Elever som øver på CAS på egenhånd ved å gjøre eksamensoppgaver og se på løsningsforslagene får ofte ikke til fordi det er brukt en tidligere versjon av GeoGebra i løsningsforslaget, dette fører til mye frustrasjon (Respondent Q).

I sitata frå respondentane M-Q er det kommentarar om eksamensoppgåvene at CAS er eit aukande krav på eksamen. Respondentane svarte på undersøkinga mi få veker etter at eksamen november 2018 (UDIR, 2019c) var gjennomført. Dette var dei 8. eksamenssetta der CAS blir kravt, og då bør ein truleg forvente at eksamens-nemdene har reflektert over mengda oppgåver der ein krev CAS. I alle fag utanom 1T var det gitt 1 oppgåve med CAS, og der kunne elevane tape 2 poeng totalt på å ikkje bruke CAS. I 1T eksamen var det 4 oppgåver med CAS der elevane kunne misse 8 poeng av 60 på å ikkje bruke CAS. Ein elev som får tekniske problem med CAS på eksamen kunne dermed misse 8 poeng, eller ca. 1 karakter på dette. Denne prioriteringa med omsyn på kvar det blir gitt mest og minst oppgåver med CAS i dei ulike matematikkfaga trur eg ikkje har vore vere med på å dempe den CAS-frustrasjonen mange av respondentane mine kjenner på.

5.4 Tidsbruk pr modul

Forskingsspørsmål 4: Kor stor del av bruken av GeoGebra har kvar av dei 3 modulane CAS, dynamisk geometriprogram og grafteiknar?

Respondentane svarte med å krysse av for kvar av dei 3 modulane i GeoGebra på spørsmålet: Dersom du lager et omtrentlig overslag over din og elevenes bruk av de ulike modulene i GeoGebra, hvor mange prosent av den totale tiden der GeoGebra er i bruk blir da brukt til.

Svaralternativa var avrunda til heile 10-ar-verdiar som 0%, 10%, 20% osv. Det er ikkje lett å lage eit slikt overslag. Gjennom eit skuleår vil bruken variere, ein modul som er mykje i bruk i ein periode kan få ein pause i neste periode. I tillegg kan to respondentar med lik bruk av t.d. CAS runde av kvar sin veg slik at den eine rapporterer t.d. 20% og den andre rapporterer 30%. Dette vil statistisk sett jamne seg ut når mange svarar, og når ein ser på talmaterialet for kor mykje elevar og lærarar brukar dei 3 modulane i GeoGebra viser det at i gjennomsnitt blir grafteiknar brukt 57%, CAS 30% og dynamisk geometriprogram 13% av den tida GeoGebra er i bruk av lærar og elevar. Det liten skilnad mellom gjennomsnitt og median, og dermed er gjennomsnittsverdiane relativt lite påverka av ekstremverdiar. Tabell 4-1 og boksdiagrammet i figur 4-32 viser detaljane i talmaterialet. Med tanke på kva læreplan, eksamen og læreverka sine tolkingar av læreplan legg av føringar er det overraskande at det t.d. er ein respondent om rapporterer at grafteiknaren ikkje er brukt av lærar og elevar. Det kan vere at dette talet er korrekt, det kan vere at lærar og elevar brukar eit annan grafteikningsprogram enn Geogebra eller det kan vere ein avkryssingsfeil. Fordi det er så få av desse ekstremverdiane, og dei ikkje representerer den store gruppa av respondentar, kommenterer eg dei ikkje noko meir.

Med bakgrunn i kor lite dynamisk geometriprogram er omtalt i læreplanen (UDIR, 2013) og at det ikkje er brukt til eksamen ser ein gjennomsnittleg bruk på 13% rimeleg ut. Mengda av bruk av CAS og grafteiknar ser og rimeleg ut, og eg kommenterer ikkje desse gjennomsnittstala noko meir.

Sett frå synsstaden til ein statistikar er nok det mest interessante funnet at det er ein samanheng mellom alder på respondentane og i kor stor grad dei brukar dynamisk geometriprogram. Det er om lag like mange respondentar i kvar av dei 3 aldersgruppene under 40, i 40-åra og over 50. Ut i frå p-verdien på 0,015 kan ein formulere det slik at det er 98,5% sikkert at det er skilnader i kor vidt lærarane brukar eller ikkje bruka dynamisk geometriprogram ut i frå alder. Lærarar under 40 år er dei som i størst grad kuttar ut dynamisk geometriprogram. Drøftinga av kva som kan vere grunnar til at det er slik kjem nedanfor i 5.5.

5.5 Vel vekk ein av dei 3 modulane

Forskingsspørsmål 5: Kva modul ville lærarane valt vekk om dei måtte velje vekk ein?

Spørsmål 14: Dersom du skulle valgt BORT en av de 3 modulene CAS, dynamisk geometriprogram eller graftegner i GeoGebra, og begrunnet valget ut i fra elevenes læring. Hva ville du da valgt BORT?

Respondentane skulle gjere dette valet med elevane si læring som grunngiving. 1,5% ville velje vekk grafteiknaren, 39,5% ville velje vekk CAS og 59% ville velje vekk dynamisk geometriprogram (figur 4-35). Viss det var elevane si djupe læring og auka forståing som var utslagsgivande for kva ein vil velje vekk kjem svaret over i konflikt med svara vist i figur 4.30 som viser kva grad respondentane er einige i at denne modulen er eit godt hjelpemiddel til djup læring og auka forståing. Respondentane har tydeleg minst tru på CAS som hjelpemiddel når det gjeld djup læring og auka forståing, men det er dynamisk geometriprogram som i størst grad blir valt vekk. Samtidig er formuleringane i desse spørsmåla litt ulike og det kan sjølvsagt påverke kva ein vel.

Spørsmål 14 : Dersom du skulle valgt BORT en av de 3 modulene CAS, dynamisk geometriprogram eller graftegner i GeoGebra, og begrunnet valget ut i fra elevenes **læring**. Hva ville du da valgt BORT?

Spørsmål 10f, 11e og 12h: På det stadiet mine elever i 1T er i sin matematiske utvikling er denne modulen i GeoGebra et **godt hjelpemiddel til dyp læring og økt forståelse**

Sjølv om spørsmåla er ulike skulle ein vel kanskje likevel rekne med at ein lærar vil velje vekk det ein trur gir minst læring. Her har truleg respondentane tolka dette spørsmålet på ulike måtar. Tenker ein på læring som hjelpemiddelkompetanse (Niss & Jensen, 2002, s. 46) i form av å kunne utføre oppgåvene som skal utførast med digitale hjelpemiddel på eksamen, eller tenker ein på relasjonell djup læring og forståing (Skemp, 2006, s. 89). Formuleringa «i sin matematiske utvikling» på 10f, 11e og 12h dreg og inn Sfard (1991, s. 18) sin modell for utvikling frå operasjonell til strukturell oppfatning. Tenker ein på kort eller lang sikt: CAS gir kanskje ikkje så mykje djup læring og forståing for elevane mine på 1T, men fordi det er eit krav dei neste 2 åra er det viktig at vi kjem i gang med arbeidet med CAS.

At det ikkje blir stilt krav til bruk av dynamisk geometriprogram på eksamen, og at det er få og kanskje litt vage mål rundt denne modulen i læreplanen gjer nok også at det kan vere lett for å argumentere for å velje vekk dynamisk geometriprogram. Respondent R kjem med ein annan grunn. Det går greitt å teikne hjelpefigurar for hand både for elevar og lærar. Og grafteiknar og CAS kan vere meir nyttige, på litt ulikt vis.

> Det dynamiske geometriprogrammet er fint, men om eg måtte velja, ville eg ha argumentert med at det ofte vil vera relativt enkelt å teikna hjelpefigurar og liknande for hand, og at programmet difor ikkje kjem med like mykje nytt og unikt som det grafteiknar og CAS gjer (Respondent R).

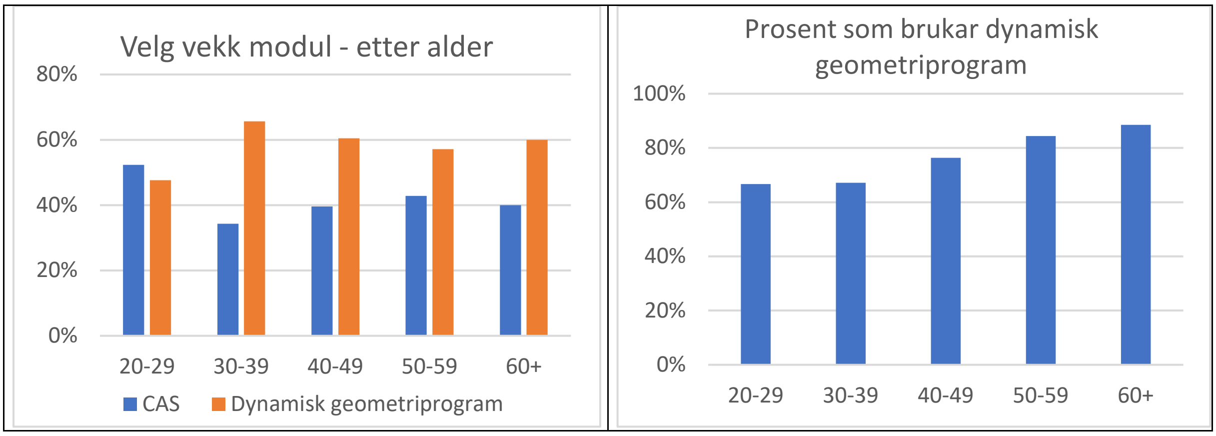
Og relativt mange respondentar ynskte å ha alle 3 modulane:

> Jeg måtte dessverre velge en av modulene, siden skjema ikke lot meg å gå videre uten det. Men i virkeligheten ville jeg ikke ta bort noen av de delene. Alle de er nødvendig hjelpemidler, hvis man bruker dem hensiktsmessig (Respondent S).

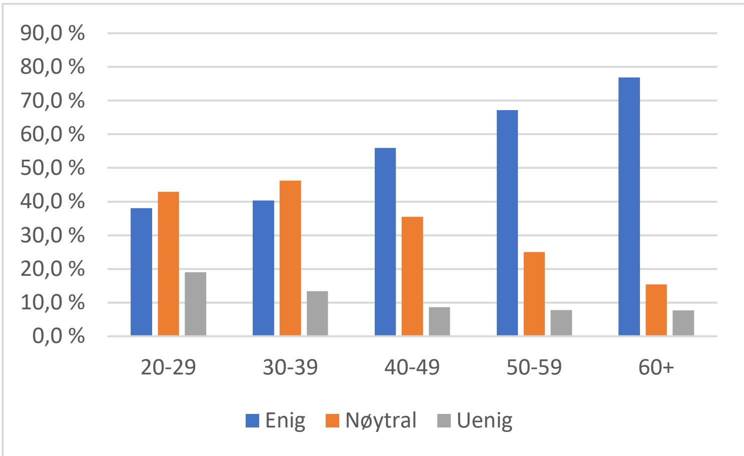
Det var mange kommentarar som meir eller mindre tydeleg målbar same meining som respondenten over. Alle dei 3 modulane i GeoGebra er gode digitale hjelpemiddel om ein brukar dei på rett måte (Van de Walle, Karp & Bay-Williams, 2013).

Nesten ingen respondentar (1,5%) ville velje vekk grafteiknar, og ser ein på kor positive respondentane er til grafteiknaren i funna mine, og samtidig ser på eksamen og læreplanen (UDIR, 2013) der funksjonar har ein sentral plass er dette greitt å forstå. Det går meir eller mindre like fort å teikne skisser på ark eller tavle som i GeoGebra, og kalkulatoren kan utføre mange av oppgåvene til CAS. Grafteiknaren er eit godt innarbeidd digitalt hjelpemiddel som sparer tid, kan brukast i utforsking og blir eksplisitt kravt brukt på eksamen. Sidan så få vil velje vekk grafteiknaren, gløymer eg den og konsentrerer meg om CAS og dynamisk geometriprogram i resten av denne delen av drøftinga.

Figur 5-7 Prosentvis vekk-veljing av modul og ikkje bruk av dynamisk geometriprogram - etter alder



Figur 5-8 Elevene sin bruk av GeoGebra som dynamisk geometriprogram øker læringsutbyttet til elevene i forhold til undervisning uten dynamisk geometriprogram – etter alder



Samanliknar ein kva respondentane vil velje vekk med om dei brukar dynamisk geometriprogram eller ikkje, får ein eit litt overraskande inntrykk. Med tanke på at det er signifikant skilnad etter alder med p-verdi 0,015 på kor mange det er som ikkje brukar dynamisk geometriprogram (tabell 4-3) skulle ein tru at same tendens skulle gjere seg gjeldande når respondentane skulle velje vekk ein modul i GeoGebra. Når det gjeld kva modul respondentane vil velje vekk finn ein ikkje noko tydeleg mønster basert på alder (figur 5-7). Ser ein derimot på om respondentane brukar dynamisk geometriprogram, ser ein tydeleg endring basert på alder. Dess eldre respondentane er dess færre er det som ikkje brukar dynamisk geometriprogram. Sagt på ein annan måte: Alder har ikkje noko å seie for kva ein vel bort av CAS og dynamisk geometriprogram, samstundes som det er signifikant skilnad etter alder for kor mykje ein brukar dynamisk geometriprogram.

Av alle spørsmål i undersøkinga mi er det 11a og 11b som har høgst korrelasjon med ein positiv korrelasjon på 0,762. Det betyr at respondentane sine meiningar om overgang frå statiske geometriske figurar på papir til dynamiske geometriske figurar i GeoGebra i høg grad samsvarer med meiningane om kor vidt eleven sin bruk av dynamisk geometriprogram aukar læringsutbyttet til elevane.

Denne samanhengen kan ein og uttrykke slik: Dei av respondentane som meiner at dynamiske geometriske figurar gir elevane djupare og meir varig læring enn statiske figurar på ark er også dei som har mest tru på dynamisk geometriprogram. Og det er samanheng mellom å meine dette, og graden av bruk av dynamisk geometriprogram.

Som figur 5-8 viser er det er eit tydeleg mønster ved at dess eldre respondentane er dess meir einige er dei i at dynamisk geometriprogram aukar læringsutbytet til elevane, og dette viser igjen i at det også er fleire som brukar dynamisk geometri-program dess eldre respondentane er som diagrammet til høgre i figur 5-6 viser.

Eg har spurt respondentane kva dei vil velje vekk om dei må. Mine respondentar er i praksis pålagde å bruke digitale hjelpemiddel i form av programvare, og til eksamen er det eit absolutt krav. Hals (2010) utførte si forsking 9 år før meg, og i ein motsett kontekst. Det var ingen krav om programvare til eksamen, men ein skulle bruke ein eller annan form for digitale hjelpemiddel. I ein motsett kontekst stilte han også det motsette spørsmålet av det eg stilte. På spørsmålet om kva lærarane la vekt på med tanke på å ta i bruk IKT i matematikkopplæringa var dei 3 mest brukte argumenta frå lærarar i matematikk 1P/1T (Hals, 2010, s. 96):

1 - Det er godt egnet til visualisering, slik at elevene lettere ser sammenhenger - 48
2 - Læreplanen krever det - 37
3 - Det øker forståelsen/læringsutbyttet - 31

Hals peikar på at lærarane sine val når det gjeld å ta i bruk programvare i matematikk i stor grad handlar om kva lærarane meiner er nyttig. «Som rasjonelle verdimaksi-merere prioriterer lærerne de aktivitetene som de, ut fra sin pedagogiske overbe-visning og erfaringsbakgrunn, mener er til beste for elevene» (Hals, 2010, s. 98).

Denne argumentasjonen til Hals kan nok også forklare mykje av det eg finn i mi undersøking. I ein lærarkvardag i matematikk 1T prega av tidspress, må lærarane velje det dei meiner er viktig. Kva som er viktig vil ha både ein lang og ein kort tidshorisont. Sjølv om det er læreplanen som skal styre kva som er kompetansemåla, er avgangseksamen i grunnskulen og i dei ulike matematikkfaga i VGS likevel også styrande for undervisninga fordi lærarane kjenner på ansvar for at elevane skal vere klare for å meistre eksamen (Hundeland, 2011, s. 171). Det at det no står eksplisitt i eksamensoppgåvene at grafteiknar og CAS skal brukast (UDIR, 2015) vil ut i frå det Hundeland og Hals fann i si forsking vere med på å auke bruken av desse. Ein relativt stor prosentdel av lærarane, særleg av dei yngste, kuttar ut bruken av dynamisk geometriprogram. Dei eldste lærarane er dei som har mest tru på dynamisk geometriprogram med omsyn til læring, og dei brukar framleis dynamisk geometriprogram sjølv om dette ikkje blir kravt til eksamen. Hals snakkar om val ut i frå pedagogisk overbevisning og erfaringsbakgrunn. Undersøkinga mi viser at dei det er dei som har mest erfaring som i minst grad vel vekk dynamisk geometriprogram. Erfaringa kan ha vore at for å hjelpe elevane på vegen mot relasjonell forståing er det viktig å gi dei variert undervisning med flest mogleg koplingar (Williams, 1998, s. 414).

6 Avslutning

I dette avslutningskapittelet har eg ei kort oppsummering av hovudresultata frå forskinga (6.1), ei kort vurdering av reliabilitet og validitet av forskinga (6.2), tankar om kva ein bør forske vidare på (6.3) og til slutt skriv eg noko om kva stemma frå lærarane i matematikk 1T bør få oss til å reflektere over (6.4)

6.1 Hovudresultat frå forskinga

Problemstilling: Korleis vurderer lærarane det digitale hjelpemiddelet GeoGebra i matematikk 1T?

Forskingsspørsmål:

1. Kva har lærarane fått av opplæring i GeoGebra, og gir dette grunnlag for TPACK?

   Opplæringa i GeoGebra har først og fremst vore sjølvstudium og kollegabasert (samarbeid). Det har vore lite kursing i regi av skuleeigar, og lite TPACK-relaterte kurs. Viss målet er god undervisning med teknologi (TPACK) bør ein ha meir målretta opplæring og tid og rom til refleksjonsarbeid i regi av skuleeigar.

2. Korleis organiserer lærarane undervisning der GeoGebra er i bruk?

   Det er vanskeleg å generalisere ut i frå mi undersøking i forhold til ein svært kompleks undervisningskvardag. Resultata kan tolkast som at lærarane i faget skil mellom opplæring i, og bruk av, GeoGebra slik forskarane tilrår. Fleirtalet av lærarane organiserer eller oppmuntrar til matematisk samtale i samband med bruken av GeoGebra.

3. Kva meiningar om, og haldningar til, GeoGebra og dei 3 modulane, har lærarane?

   Under funn har eg brukt omgrepet meining både om meining om, og haldning til, og gjer det også her. Det er tydeleg ulike meiningar om GeoGebra og dei 3 modulane. Det er signifikante skilnader i meinig om dei 3 modulane, med grafteiknar som vinnar og CAS som tapar når ein spør respondentane om denne modulen er eit godt hjelpemiddel til djup læring og auka forståing på det stadiet elevane deira er i si matematiske utvikling.

4. Kor stor del av bruken av GeoGebra har kvar av dei 3 modulane CAS, dynamisk geometriprogram og grafteiknar?

   Bruken av dei 3 modulane fordeler seg med 30% CAS, 13% dynamisk geometriprogram og 57% grafteiknar. Det er liten skilnad på gjennomsnitt og median. 25% av respondentane brukar ikkje dynamisk geometriprogram.

5. Kva modul ville lærarane valt vekk om dei måtte velje vekk ein?

   Mange av respondentane kommenterer at dei treng alle 3. 1,5% vil velje vekk grafteiknar, 39,5% vil velje vekk CAS og 59% vil velje vekk dynamisk geometriprogram.

6.2 Vurdering av reliabilitet og validitet

Dette er ei kvantitativ tverrsnittsundersøking der datamaterialet er primærdata som eg samla inn ved årsskiftet 2018-2019. Styrken til undersøkinga er at ein stor del av populasjonen har svart, og at eg har respondentar frå alle fylke i Norge. Nokre av spørsmåla har eg i oppgåva kommentert at kunne ha vore betre utforma, og det gir meg mindre samanlikningsgrunnlag enn kva eg ville hatt med betre utforming. Eg har ikkje rekna på signifikans utanom der det er heilt tydeleg at ein kan samanlikne.

Ei slik undersøking er avhengig av at både skular og lærarar svarer ja til å delta. Det er noko eg ikkje kan gjere noko med ut i frå kravet om informert samtykke. Det same vil truleg gjelde framtidig forsking på temaet. At det er opp til utvalet om dei vil svare eller ikkje, kan bety at dei som har sterkast meininigar om GeoGebra har delteke i større grad enn andre.

Eg har ingen bindingar til GeoGebra ut over det å bruke GeoGebra som lærar i vidaregåande skule. Prosessen med å skaffe respondentar og samle inn data er gjennomgått i kapittel 3. Det vil vere mulig å utføre ei tilsvarande undersøking på eit seinare tidspunkt.

Alt i alt vurderer eg denne undersøkinga til å vere reliabel (truverdig) og valid (gyldig) for korleis lærarane i matematikk 1T vurderer det digitale hjelpemiddelet GeoGebra skuleåret 2018-2019.

6.3 Framtidig forsking

Vi står føre ei revidering av læreplanane i matematikk, og det kan endre konteksten vi som matematikklærarar arbeider i. Ei tilsvarande undersøking som det eg har gjort kan då vere interessant å utføre når læreplanendringane har fått virke nokre år. Den vil kanskje kunne svare på om læreplanendringane har ført til anna og kanskje betre bruk av GeoGebra.

Forsking på kva som er god TPACK, og kva skular og lærarar kan gjere for å betre TPACK vil vere eit interessant og krevjande forskingsområde.

Eg har spurt lærarane, kva med elevane i matematikk 1T?

6.4 Refleksjonar og implikasjonar etter forskinga

Eg avsluttar arbeidet med forskinga om GeoGebra i matematikk 1T sett frå lærarane sin synsvinkel nokre få veker før vi kan feire 25 år med digitale hjelpemiddel i form av kalkulator med grafisk vindu og etter kvart programvare på PC i matematikk-undervisninga.

Desse digitale hjelpemidla vart innført med reform 94' og vart vidareført i Kunnskaps-løftet. Nokre av respondentane mine har vore med på heile denne perioden, og eit klart fleirtal har over 10 års erfaring som matematikklærarar. Det er desse respondentane som har opplevd faget og elevane i faget gjennom mange år, og veit kva elevane strir med i når dei skal lære matematikk. Dette handlar både om å bygge forståing i matematikk, og om å kunne bruke hjelpemiddel, eller det som nokre kallar hjelpemiddelkompetanse.

I kapittel 2.2 brukte eg mykje plass til å omtale Niss & Jensen sine 8 matematiske kompetansar der hjelpemiddelkompetanse er ein av desse kompetansane. Kilpatrick sin matematiske kompetansemodell med dei 5 samanvevde trådane vart og omtalt. Det same vart Skemp sin relasjonelle forståing i motsetning til instrumentell forståing, og Sfard og hennar modell for utvikling av matematisk forståing.

Om eitt år forsvinn den siste resten av Reform 94' når Generell del av læreplanen blir erstatta av den nye Overordna del av læreplanverket. Der finn ein følgjande definisjon av kompetanse som læreplanane i faga skal bygge på (UDIR, 2019b, s. 11):

> Kompetanse er å kunne tilegne seg og anvende kunnskaper og ferdigheter til å mestre utfordringer og løse oppgaver i kjente og ukjente sammenhenger og situasjoner. Kompetanse innebærer forståelse og evne til refleksjon og kritisk tenkning.

Denne definisjonen av kompetanse er det læreplanane i faga skal bygge på. Eit anna viktig omgrep i Overordna del av læreplanen er djupnelæring (UDIR, 2019d, s. 12):

> Skolen skal gi rom for dybdelæring slik at elevene utvikler forståelse av sentrale elementer og sammenhenger innenfor et fag, og slik at de lærer å bruke faglige kunnskaper og ferdigheter i kjente og ukjente sammenhenger. I arbeidet med fagene skal elevene møte oppgaver og delta i varierte aktiviteter av stadig økende kompleksitet. Dybdelæring i fag innebærer å anvende kunnskaper og ferdigheter på ulike måter, slik at elevene over tid kan mestre ulike typer faglige utfordringer individuelt og i samspill med andre.

I mi undersøking med lærarar i matematikk 1T som respondentar har eg forska på bruken av GeoGebra som i dag er den mest brukte programvara i matematikk i norsk skule. Med tanke på revidert læreplan og djupnelæring har eg spurt dei om kva som er gode hjelpemiddel til djup læring og auka forståing av dei 3 modulane som blir brukt i GeoGebra. Svara frå lærarane viser signifikant skilnad i kva lærarane meiner er gode hjelpemiddel til djup læring og auka forståing.

Respondentane i undersøkinga rangerer grafteiknaren som den modulen som i størst grad er eit godt hjelpemiddel til djup læring og auka forståing. CAS som er ei forkorting for Computer Algebra System kjem signifikant dårlegare ut som hjelpemiddel for djup læring og auka forståing.

Grafteiknaren og dynamisk geometriprogram er i følgje respondentane i undersøkinga gode verktøy for visualisering. Respondentane seier og at visualisering fører til læring. Dette blir støtta av kva forskararane (kap 2.5.7) seier om bruken av digitale hjelpemiddel.

Samanlikna med elevar frå andre land er norske elevar spesielt svake i algebra (Grønmo, 2017, s. 40). Er det då CAS som skal hjelpe elevane til å forstå og lære algebra? Alle som har lært matematikk har opplevd periodar med manglande forståing. Og sjølv om ein i ein periode berre har instrumentell forståing av eit konsept vil ein med arbeid kombinert med råd og hjelp etter kvart kunne utvikle relasjonell forståing. Jankvist & Misfeldt peikar på at det dei kallar CAS-instrumentell forståing kan gjere det vanskelegare å oppnå relasjonell forståing. Spesielt vil det vere vanskeleg for ein lærar å kunne diagnostisere elevane si manglande forståing når ein overlet algebraen til CAS. Då kan ein ikkje lenger følgje eleven i ei tankerekke på papiret og finne ut kvar den manglande forståinga kjem (Jankvist & Misfeldt, 2015, s. 20). Det viktigaste virkemiddelet vi har til å unngå at elevane blir for avhengige av digitale hjelpemiddel er todelinga mellom med og utan hjelpemiddel som ein i dag har i matematikk 1T, men vil dette vere nok til å unngå CAS-instrumentell forståing?

Jankvist & Misfeldt presiserer og at når elevar møter slike nye problem som CAS-instrumentell forståing, så er det ikkje eleven eller læraren ein skal klandre. Heller ikkje CAS. Problemet er måten CAS blir brukt på ut i frå læreplan og andre styringsdokument, og korleis dette nedfeller seg i læreverka (Jankvist & Misfeldt, 2015).

Hals (2010) anbefalte myndigheitene å innføre krav om bruk av IKT på eksamen for å auke bruken av programvare i matematikkundervisninga. Frå våren 2015 vart det krav til eksamen i matematikk 1T at ein skulle bruke programvare med grafteiknar og CAS til eksamen (UDIR, 2015).

Matematikk er eit modningsfag der ein møysommeleg må bygge kloss på kloss med forståing og ulike former for kompetanse. Hjelpemiddelkompetanse er ein av desse kompetansane. Då er det viktig at ein ikkje går i den fella at ein brukar dei digitale hjelpemidla som det som Buchberger (1990) kallar ein Black box der ein brukar det digitale hjelpemiddelet utan å forstå kva ein eigentleg gjer.

CAS er eit glimrande hjelpemiddel når eleven er komen langt nok i si matematiske utvikling, men ein fjernar ikkje det at norske elevar er spesielt svake i algebra med å gi dei eit avansert digitalt verktøy som tilsynelatande kan gjere jobben for dei

Eksamen er også eit av styringsinstrumenta for eit fag. Undersøkinga mi vart utført nokre få veker etter matematikkeksamen hausten 2018. Der fekk CAS langt større omfang i eksamensoppgåvene i matematikk 1T enn i dei faga der CAS skal vere eit nyttig hjelpemiddel 2. og 3. året på vidaregåande. Eg opplever at mange av respondentane ut i frå det dei svarar er frustrerte over den plassen som CAS har fått på eksamen, og også over oppgåvetypane som blir gitt. Er det rett utvikling når det på siste eksamen i matematikk 1T er den modulen som norske matematikk 1T-lærarar meiner er minst eigna til å gi djup læring som det blir lagt mest vekt på?

Li & Ma (2010, ss. 219-220) legg vekt på at utbyttet av å bruke programvare i matematikkundervisninga er kontekstavhengig. Utbyttet er større når undervisninga er oppdagings- og problemløysingsorientert enn ved tradisjonell undervisning. Utbyttet er og signifikant betre når elevane arbeider i smågrupper i staden for individuelt. Med den plassen digitale verktøy som GeoGebra har fått i undervisninga i matematikk, er det då viktig at både dei som skal utforme læreplanen, dei som skal produsere læreverk og dei som skal lage eksamen klarer å balansere slik at digitale hjelpemiddel blir brukt for å fremje den djupe læringa ein ynskjer å fremje.

Ein må vurdere nøye når ein skal innføre dei digitale verktøya og kva dei skal brukast til på ulike alderssteg. Teglskov (2013) tilrår å innføre GeoGebra allereie i barneskulen. Om ein starta visuell bruk av GeoGebra i barneskule og elevane fekk høve til å vekse matematisk saman med GeoGebra, ville dei kanskje også vere meir modne for å starte med CAS i vidaregåande.

Eit anna viktig aspekt for å betre bruken av GeoGebra er opplæringa for lærarane. Denne har så langt ut i frå det respondentane rapporterer i stor grad vore kursing i teknologien og i mindre grad kursing og refleksjon over korleis ein tilpassar denne teknologien til faginnhaldet og pedagogikken og får grunnlag for det som Mishra & Koehler (2006) kallar TPACK. Dette er viktig for at GeoGebra skal bli brukt på ein måte som fremjer djup læring og gir auka forståing.

7 Referanseliste

Alseth, B., Breiteg, T., & Brekke, G. (2003). *Endringer og utvikling ved R97 som bakgrunn for videre planlegging og justering.* Notodden: Telemarksforskning.

Archambault, L. M., & Barnett, J. H. (2010). Revisiting technological pedagogical content knowledge: Exploring the TPACK framework. *Computers & Education 55*, 1656 - 1662.

Banchoff, T. F. (2008). Algebraic thinking and geometric thinking. I C. E. Greenes, & R. Rubenstein (Red.), *Algebra and algebraic thinking in school mathematics.* Reston, VA:: The National Council of Teachers of Mathematics.

Befring, E. (2016). *Forskningsmetoder i utdanningsvitenskap* (1. utgave, 2. opplag 2016. utg.). Oslo: Cappelen Damm AS.

Bergem, O. K., & Kaarstein, T. (2016). *Vi kan lykkes i realfag - Resultater og analyser fra TIMSS 2015.* (T. Nilsen, Red.) Oslo: Universitetsforlaget.

Bergem, O. K., & Klette, K. (2012). Samtaler som læringsvertøy i matematikk: Hva lærer elevene. I T. N. Hopfenbeck, M. Kjærnsli, & R. V. Olsen (Red.), *Kvalitet i norsk skole.* Oslo: Universitetsforlaget.

Bjørnset, M., Fossum, A., Rogstad, J., Smestad, B., & Talberg, N. (2018). *Digitale skillelinjer - Evaluering av matematikkeksamen på 10. trinn våren 2018.* Fafo-rapport 2018:36.

Blomhøj, M. (2003). Læringsvilkår i datamaskinbasert matematikkundervisning. I B. Grevholm (Red.), *Matematikk for skolen* (2007 - 2. utg.). Bergen: Fagbokforlaget Vigmostad & Bjørke AS.

Boaler, J. (2017). *SEEING AS UNDERSTANDING: The Importance of Visual Mathematics for our Brain and Learning.* Hentet 19. april 2018 fra YOUCUBED - Stanford University: https://bhi61nm2cr3mkdgk1dtaov18-wpengine.netdna-ssl.com/wp-content/uploads/2017/03/Visual-Math-Paper-vF.pdf

Borge, I. C., Sanne, A., Nortvedt, G. A., Meistad, J. A., Skrindo, K., Ranestad, K., & Kristensen, T. E. (2014). *Matematikk i norsk skole anno 2014 - Faggjennomgang av matematikkfagene - Rapport fra ekstern arbeidsgrupppe oppnevnt av Utdanningsdirektoratet.* Oslo: Utdanningsdirektoratet. Hentet 9. april 2018 fra Utdanningsdirektoratet: https://www.udir.no/globalassets/filer/tall-og-forskning/rapporter/2014/matematikk_norsk_skole_2014_rapport_ekstern_arbeidsgruppe.pdf

Bratlie, A. W. (2016). «Jeg har aldri jobbet så mye som nå, og så får jeg en treer, liksom?» -En studie av elevers læringsstrategier og overgangsvansker i møte med Matematikk 1T. *Masteroppgave i matematikkdidaktikk – MAUMAT650*. Bergen: Matematisk institutt - Universitetet i Bergen.

Bu, L., Mumba, F., Henson, H., & Wright, M. (2013). GeoGebra in Professional Development: The Experience of Rural Inservice Elementary School (K-8) Teachers. *Mevlana International Journal of Education (MIJE) Vol. 3(3)*, ss. 64-76. doi:10.13054/mije.si.2013.07

Buchberger, B. (1990). Should students learn integration rules? *SIGSAM Bulletin, 24(1)*, 10-17. doi:10.1145/382276.1095228

Dale, E. L., Engelsen, B. U., & Karseth, B. (2011). *Kunnskapsløftets intensjoner, forutsetninger og operasjonaliseringer: En analyse av en læreplanreform.* OSLO: Universitetet i Oslo.

Dolonen, J. A., Naalsund, M., & Klunge, A. (2015). *Læremidler og arbeidsformer i matematikk 1T vgs - En casestudie i prosjektet ARK&APP, matematikk 1T, studieforberedende utdanningsprogram, videregående skole.* Oslo: UiO Universitetet i Oslo.

Draagen, M. V., & Helvig, C. (2015). Matematikklærebøker i Norge og i Singapore - En komparativ analyse av muligheten til å lære derivasjon. *Masteroppgave i matematikkdidaktikk*. Universitetet i Oslo.

Eikrem, B. O., Grimstad, B. F., Opsvik, F., Skorpen, L. B., & Topphol, A. K. (2012). Åleine eller saman? Ein studie av arbeidsmåtar i norsk, matematikk og engelsk. I P. Haug (Red.), *Kvalitet i opplæringa - arbeid i grunnskulen observert og vurdert.* Oslo: Det norske samlaget.

Fuglestad, A. B. (2003). Konstruktivistisk perspektiv på datamaskiner i matematikkundervisning. I B. Grevholm (Red.), *Matematikk for skolen* (2007 - 2. utg.). Bergen: Fagbokforlaget Vigmostad & Bjørke AS.

Fuglestad, A. B. (2009). Digital regning - muligheter og utfordringer. I J. Fauskanger, R. Mosvold, & E. Reikerås (Red.), *Å regne i alle fag* (3. utgåve 2014. utg.). Oslo: Universitetsforlaget AS.

Fuglestad, A. B. (2010). Bedre matematikkundervisning. *Tangenten nr 4*.

Fuglestad, A. B. (2010a). Læringsfellesskap og inquiry. *Tangenten nr 4*.

Goos, M. (2004). Learning Mathematics in a Classroom Community of Inquiry. *Journal for Research in Mathematics Education*, ss. 35(4), 258-291.

Grønmo, L. S. (2017). *Prioritering og progresjon i skolematematikken - En nøkkel til å lykkes i realfag - Analyser av TIMSS Advanced og andre internasjonale studier.* (A. Hole, Red.) Oslo: Cappelen Damma Akademisk.

Grønmo, L. S., Hole, A., & Onstad, T. (2016). *Ett skritt fram og ett tilbake - TIMSS Advanced 2015 - Matematikk og fysikk i videregående skole.* Oslo: Cappelen Damm Akademisk.

Halmos, P. R. (1985). Pure thought is better yet... *The College Mathematics Journal 16*, ss. 14-16.

Hals, S. (2010). *IKT i matematikkopplæringen: tidstjuv eller tryllemiddel? (Masteroppgåve).* Kristiansand: Institutt for matematiske fag, Universitetet i Agder.

Hatlevik, O. E., Egeberg, G., Guðmundsdóttir, G. B., Loftsgarden, M., & Loi, M. (2013). *Monitor skole 2013 - Om digital kompetanse og erfaringer med bruk av IKT i skolen.* Senter for IKT i utdanningen.

Hattie, J. A. (2013). Vi binder det hele sammen. I J. A. Hattie, *Synlig læring.* Oslo: Cappelen Damm Akademisk.

Haug, P. (2012). Korleis er kvaliteten i opplæringa? I P. Haug (Red.), *Kvalitet i opplæringa - arbeid i grunnskulen observert og vurdert.* Oslo: Det Norske Samlaget.

Haug, P. (2015). Vilkår for læring. I P. Haug (Red.), *Elev- og lærarrolla - vilkår for læring.* Oslo: Det Norske Samlaget.

Hodgen, J., Foster, C., Marks, R., & Brown, M. (2018). *Evidence for Review of Mathematics Teaching: Improving Mathematics in Key Stages Two and Three.* London: Education Endowment Foundation. Hentet fra https://educationendowmentfoundation.org.uk/evidence-summaries/evidence-reviews/improving-mathematics-in-key-stages-two-and-three/

Hundeland, P. S. (2011). *Lærerens motiver og valg.* Kristiansand: Portal Forlag AS.

Jankvist, U. T., & Misfeldt, M. (2015, Mars). CAS-induced difficulties in learning mathematics? *For the Learning of Mathematics 35, 1*. Hentet fra http://flm-journal.org/Articles/2E7E6AF3366228E24E9234C049547C.pdf

Kelentrić, M., Helland, K., & Arstorp, A.-T. (2017). *Rammeverk for lærerens profesjonsfaglige digitale kompetanse.* Oslo: Senter for IKT i utdanningen.

Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (2001). *Adding it up. Helping children learn mathematics.* Washington, D.C: National Academy Press.

Kjærnsli, M., Lie, S., Olsen, R. V., Roe, A., & Turmo, A. (2004). *Rett spor eller ville veier? - Norske elevers prestasjoner i matematikk,.* Oslo: Universitetsforlaget.

Kleven, T. A., Hjardemaal, F., & Tveit, K. (2014). *Innføring i pedagogisk forskningsmetode - en hjelp til kritisk tolking og vurdering* (2. utgave, 2. opplag 2014. utg.). (T. A. Kleven, Red.) Bergen: Fagbokforlaget Vigmostad & Bjørke AS.

Kluge, A., & Dolonen, J. A. (2014). Algebra som spill. *Tangenten; 3*, 23-30.

Koehler, M. J., & Mishra, P. (2009). What is technological pedagogical content knowledge? *Contemporary Issues in Technology and Teacher Education, 9(1)*, 60-70.

Koehler, M. J., Mishra, P., Kereluik, K., Shin, T. S., & Graham, C. R. (2014). The technological pedagogical content knowledge framework. I J. S. al., *Handbook of Research on Educational Communications and Technology: Fourth Edition* (ss. 101-111). New York: Springer Science+Business Media.

KUD. (1974). *Mønsterplan for grunnskolen.* Oslo: Aschehoug. Hentet 1. mars 2018 fra https://www.nb.no/items/URN:NBN:no-nb_digibok_2008052804017

KUF. (1994). *Læreplaner for videregående opplæring.* Oslo: Det kongelige kirke-, utdannings- og forskningsdepartement.

Kunnskapsdepartementet. (2015, 30. november). *Utdanningsdirektoratet*. Hentet fra UDIR.no: http://www.udir.no/Lareplaner/Kunnskapsloftet/

Li, Q., & Ma, X. (2010). A meta-analysis of the effects of computer technology on school students' mathematics learning. *Educational Psychology Review, 22(3)*, ss. 215-243.

Lu, Y.-w. A. (2008). *Linking Geometry and Algebra: English and Taiwanese Upper Secondary Teachers' Approaches to the use of GeoGebra (Masteroppgåve).* Cambridge: University of Cambridge, UK.

Martinovic, D., Karadag, Z., & Freiman, V. (2012). *First Decade of GeoGebra: Looking back through Socio-Cognitive Lenses.* Ontario Institute for Studies in Education.

Matematikk.net. (5. mai 2019). Hentet fra https://matematikk.net/side/1T_Hovedside

Mishra, P., & Koehler, M. J. (2006). Technological Pedagogical Content Knowledge: A Framework for Teacher Knowledge. *Teachers College Record, juni 2006*, 1017-1054.

Mudzimiri, R. (2012). *A study of the development of technological pedagogical content knowledge (TPACK) in pre-service secondary mathematics teachers. (Doktorgradsavhandling).* Bozeman, Montana: Montana state university.

Mueller, P. A., & Oppenheimer, D. M. (2014). The pen is mightier than the keyboard: advantages of longhand over laptop note taking. *Psychol. Sci. 25, 1159–1168*. doi:10.1177/0956797614524581

NCTM. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics.* Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

NCTM. (2014). *Principles to actions: Ensuring mathematical success for all.* Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Niess, M. L., Ronau, R. N., Shafer, K. G., Driskell, S. O., Harper, S. R., Johnston, C., . . . Kersaint, G. (2009). Mathematics Teacher TPACK Standards and Development Model. *Contemporary Issues in Technology and Teacher Education*, 4-24.

Niss, M., & Jensen, T. H. (2002). *Kompetencer og matematiklæring - Ideer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark.* København: Undervisningsministeriet.

NOU. (2014:7). *Elevenes læring i fremtidens skole - Et kunnskapsgrunnlag.* Hentet 8. april 2018 fra Norges offentlige utredninger: https://www.regjeringen.no/contentassets/e22a715fa374474581a8c58288edc161/no/pdfs/nou201420140007000dddpdfs.pdf

Olsson, J., & Granberg, C. (2018). Dynamic software, task solving with or without guidelines, and learning outcomes. Technology, Knowledge and Learning. Epub ahead of print. . doi:10.1007/s10758-018-9352-5

Opsal, H., & Topphol, A. K. (2015). Matematikkoppgåver og læringspotensial. I P. Haug (Red.), *Elev- og lærarrolla - vilkår for læring.* Oslo: Det Norske Samlaget.

Opsvik, F., & Skorpen, L. B. (2012). Om kvalitetar ved matematikkundervisning. I P. Haug (Red.), *Kvalitet i opplæringa - arbeid i grunnskulen observert og vurdert.* Oslo: Det Norske Samlaget.

Paulen, B. M. (2016). Elevar i vidaregåande skule si oppleving av matematikkfaget. *Mastergrad i læring og undervisning*. Sogndal: Høgskulen i Sogn og Fjordane.

Poulsen, S. C. (2010). *Undskyld, vi tog fejl.* Hentet fra https://politiken.dk/debat/art5597500/Undskyld-vi-tog-fejl

Reikerås, E. (2009). Ulike regnere og ulike typer regning. I J. Fauskanger, R. Mosvold, & E. Reikerås (Red.), *Å regne i alle fag* (2014 - 3. utg.). Oslo: Universitetsforlaget AS.

Ringdal, K. (2001). *Enhet og mangfold - Samfunnsvitesnskaplig forskning og kvantitativ metode* (3. utgave, 3. opplag 2016. utg.). Bergen: Fagbokforlaget - Vigmostad & Bjørke AS.

Romberg, T. A., & Kaput, J. J. (1999). Mathematics worth teaching, mathematics worth understanding. I E. Fennema, & T. A. Romberg (Red.), *Mathematics classrooms that promote understanding.* Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates.

Sandstad, E. (2012). «Du tenker mindre på matte'n, egentlig!» - Et søkelys på norske elevers bruk av digitale hjelpemidler i matematikk - Masteroppgave i matematikkdidaktikk. Oslo: Universitetet i Oslo.

Sfard, A. (1991). On the Dual Nature of Mathematical Conceptions: Reflections on Processes and Objects as Different Sides of the Same Coin. *Educational Studies in Mathematics, 22(1)*, ss. 1-36.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher Vol. 15, No. 2. Feb*, 4 - 14.

Skaalvik, E. &. (2014). *Skolen som læringsarena: selvoppfatning, motivasjon og læring* (2. utg.). Oslo: Universitetsforlaget.

Skemp, R. R. (2006, 12 (2)). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching in the Middle School*, ss. 88-95.

Skorpen, L. B. (2015). Samhandling mellom lærar og elevar ved individuell oppgåveløysing i matematikk. I P. Haug (Red.), *Elev- og lærarrolla - vilkår for læring.* Oslo: Det Norske Samlaget.

Skott, J. (2008). Matematik, matematiklæring og matematikundervisning. I J. Skott, K. Jess, & H. C. Hansen, *Delta fagdidaktik.* Frederiksberg: Forlaget Samfundslitteratur.

Solvang, R. (1992). *Matematikkdidaktikk* (2. utgåve. utg.). Bekkestua: NKI-forlaget.

Stipek, D. J. (2002). *Motivation to learn - Integrating Theory and Practic.* Boston: Allyn and Bacon.

Svorstøl, O. (1994). *Lommeregner med grafisk vindu - texas instruments TI-82.* OSLO: J.W. Cappelens Forlag a.s.

Sæterås, K. B. (2011). PC i vidaregåande skule – hovudsakleg fagleg eller ikkje-fagleg bruk? - Masteroppgåve IKT i Læring. Høgskolen Stord/Haugesund.

Teglskov, R. (2013). GeoGebra allerede i indskolingen? *Tangenten nr. 1-2013*.

Topphol, A. K. (2012). «Da klokka klang …» - Om timesignaturane til matematikk og naturfag. I P. Haug (Red.), *Kvalitet i opplæringa - arbeid i grunnskulen observert og vurdert.* Oslo: Det norske samlaget.

UDIR. (2006). *Læreplan i matematikk - Læreplankode: MAT1-01 - Gjeld frå 01.08.2006 - Gjeld til 31.07.2010.* Hentet 20. mars 2018 fra Utdanningsdirektoratet: http://data.udir.no/kl06/MAT1-01.pdf

UDIR. (2009). *Læreplan i matematikk - Læreplankode: MAT1-02 - Gjeld frå 01.08.2009 - Gjeld til 31.07.2010.* Hentet 20. mars 2018 fra Utdanningsdirektoratet: http://data.udir.no/kl06/MAT1-02.pdf

UDIR. (2010). *Læreplan i matematikk - Læreplankode: MAT1-03 - Gjeld frå 01.08.2010 - Gjeld til 31.07.2013.* Hentet 20. mars 2018 fra Utdanningsdirektoratet: http://data.udir.no/kl06/MAT1-03.pdf

UDIR. (2011). *Internasjonale studier om norsk skole.* Hentet 1. april 2018 fra www.udir.no: https://www.udir.no/globalassets/filer/tall-og-forskning/rapporter/temanotat/internasjonale_studier_om_norsk_skole_temanotat.pdf

UDIR. (2012a). *Utviklingen i fag- og yrkesopplæringen i Norge.* Hentet 1. april 2018 fra www.udir.no: https://www.udir.no/globalassets/upload/sry/08.06.2012/vedlegg/vedlegg-1-til-sry-sak-19-03-2012---stortingsmeldingen-.-notat-1---utviklingen-i-fag-og-yrkesopplaring.pdf

UDIR. (2012b). *Rammeverk for grunnleggende ferdigheter - Til bruk for læreplangrupper oppnevnt av Utdanningsdirektoratet.* Hentet 8. april 2018 fra Utdanningsdirektoratet: https://www.udir.no/globalassets/upload/larerplaner/lareplangrupper/rammeverk_grf_2012.pdf

UDIR. (2013). *Læreplan i matematikk - Læreplankode: MAT1-04 - Gjeld frå 01.08.2013.* Hentet 20. mars 2018 fra Utdanningsdirektoratet: http://data.udir.no/kl06/MAT1-04.pdf

UDIR. (2015). *Revidert eksamensordning i matematikk.* Hentet fra Utdanningsdirektoratet: https://www.google.no/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&ved=0ahUKEwiJsJqVioLbAhXPhKYKHbaMAnUQFgg0MAA&url=https%3A%2F%2Fwww.udir.no%2FUdir%2FPrintPageAsPdfService.ashx%3Fpid%3D64523%26epslanguage%3Dno&usg=AOvVaw24I1DrRKhDh41sp3UmUZ5Z

UDIR. (2016). *Hovedresultater fra TIMSS Advanced 2015.* Hentet 24. mars 2018 fra www.udir.no: https://www.udir.no/contentassets/99fff22a6501489cadf9fbf46efdc118/timss_advanced_2015_hovedresultater.pdf

UDIR. (2018, 4. februar). *Statistikkportalen*. Hentet fra utdanningsdirektoratet: https://statistikkportalen.udir.no/vgs/Pages/Elever-fag.aspx

UDIR. (2019a). *Fagvalg i videregående skole - elever*. Hentet 9. februar 2019 fra Utdanningsdirektoratet: https://www.udir.no/tall-og-forskning/statistikk/statistikk-videregaende-skole/fagvalg-i-videregaende-skole/fagvalg-vgs/?rapportsideKode=VGO_Elev_fag&filtre=EierformID(-10)_EnhetID(-12)_FagID(*)_KjoennID(-10)_TidID(201610_201710_201801_201810)_TrinnID(-10

UDIR. (2019b). *Metaanalyse av nasjonale og internasjonale rammeverk for digital kompetanse.* Hentet fra Utdanningsdirektoratet: https://www.udir.no/contentassets/ef4d378696334ad596fe6b5ffafff80e/pfdk-rammeverk-metaanalyse.pdf

UDIR. (2019c). *Utdanningsdirektoratet - eksamen*. Hentet fra 5. mai 2019 https://www.udir.no/eksamen-og-prover/eksamen/

UDIR. (2019b, 18. mai). *Utdanningsdirektoratet - Overordnet del av læreplanverket.* Hentet fra https://www.udir.no/Udir/PrintPageAsPdfService.ashx?pdfId=137956

Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2013). Using Technological Tools to Teach Mathematics. I J. A. Van de Walle, K. S. Karp, & J. M. Bay-Williams, *Elementary and middle school mathematics.* Upper Saddle River: NJ: Pearson.

van der Meer, A. L., & van der Weel, F. R. (2017). Only Three Fingers Write, but the Whole Brain Works: A High-Density EEG Study Showing Advantages of Drawing Over Typing for Learning. *Frontiers in Psychology 8:706*, 1-9. doi:10.3389/fpsyg.2017.00706

Vasquez, D. E. (2015). Enhancing student achievement using Geogebra in a technology rich enviroment - Of the Requirements for the Degree Master of Science In Mathematics. Pomona: California State Polytechnic University.

VilBli. (2019, 18. februar). *Studiespesialisering*. Hentet fra VilBli: https://www.vilbli.no/nb/nb/akershus/skoler-og-laerebedrifter-studiespesialisering/program/v.st/v.stusp1----/p5#undefined

Williams, C. G. (1998). Using concept maps to assess conceptual knowledge of function. *Journal for Research in Mathematics Education, 29(4)*, 414-421.

Wistedt, I. (2003). Rom for samtale - om dialogen som en mulighet til å demokratisere undervisningen. I B. Grevholm (Red.), *Matematikk for skolen* (2007 - 2. utg.). Bergen: Fagbokforlaget Vigmostad & Bjørke AS.

Zengin, Y., Furkan, H., & Kutluca, T. (2011). The effect of dynamic mathematics software geogebra on student achievement in teaching of trigonometry. *Procedia - Social and Behavioral Sciences 31 (2012) 183 – 187*.

Zimmermann, W., & Cunningham, S. (1991). Editors' Introduction: What Is Mathematical Visualization? I W. Zimmermann, & S. Cunningham (Red.), *Visualization in teaching and learning mathematics* (ss. 1-8). Washington, D. C.: Mathematical Association of America.

Østerlie, P. G. (1999). *Om symbolregnende lommeregnere i den videregående skole.* Hentet 13. april 2018 fra http://www.osterlie.net/skole/sr.pdf

8 VEDLEGG

8.1 Vedlegg 1 – meldeskjema til NSD

Meldeskjema – NSD

MELDESKJEMA FOR BEHANDLING AV PERSONOPPLYSNINGER

John Willy Klungre

NSD sin vurdering

Skriv ut

Prosjekttittel
Bruk av GeoGebra i matematikk 1T

Referansenummer
706333

Registrert
17.10.2018 av John Willy Klungre - johnwk@stud.hivolda.no

Behandlingsansvarlig institusjon
Høgskulen i Volda / Avdeling for humanistiske fag og lærarutdanning / Institutt for realfag

Prosjektansvarlig
Odd Helge Mjellem Tonheim, oddht@hivolda.no, tlf: 70075368

Type prosjekt
Studentprosjekt, masterstudium

Student
John Willy Klungre, john.willy.klungre@mrfylke.no, tlf: 95068329

Prosjektperiode
17.10.2018 - 31.12.2019

Status
15.11.2018 - Vurdert

Vurdering (1)

8.2 Vedlegg 2 – vurdering frå NSD

15.11.2018 - Vurdert
Det er vår vurdering at behandlingen av personopplysninger i prosjektet vil være i samsvar med personvernlovgivningen så fremt den gjennomføres i tråd med det som er dokumentert i meldeskjemaet med vedlegg den 15.11.2018. Behandlingen kan starte.

MELD ENDRINGER
Dersom behandlingen av personopplysninger endrer seg, kan det være nødvendig å melde dette til NSD ved å oppdatere meldeskjemaet. På våre nettsider informerer vi om hvilke endringer som må meldes. Vent på svar før endringer gjennomføres.

TYPE OPPLYSNINGER OG VARIGHET
Prosjektet vil behandle alminnelige kategorier av personopplysninger frem til 31.12.2019.

LOVLIG GRUNNLAG
Prosjektet vil innhente samtykke fra de registrerte til behandlingen av personopplysninger. Vår vurdering er at prosjektet legger opp til et samtykke i samsvar med kravene i art. 4 og 7, ved at det er en frivillig, spesifikk, informert og utvetydig bekreftelse som kan dokumenteres, og som den registrerte kan trekke tilbake. Lovlig grunnlag for behandlingen vil dermed være den registrertes samtykke, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a.

PERSONVERNPRINSIPPER
NSD vurderer at den planlagte behandlingen av personopplysninger vil følge prinsippene i personvernforordningen om:

- lovlighet, rettferdighet og åpenhet (art. 5.1 a), ved at de registrerte får tilfredsstillende informasjon om og samtykker til behandlingen
- formålsbegrensning (art. 5.1 b), ved at personopplysninger samles inn for spesifikke, uttrykkelig angitte og berettigede formål, og ikke behandles til nye, uforenlige formål
- dataminimering (art. 5.1 c), ved at det kun behandles opplysninger som er adekvate, relevante og nødvendige for formålet med prosjektet
- lagringsbegrensning (art. 5.1 e), ved at personopplysningene ikke lagres lengre enn nødvendig for å oppfylle formålet

DE REGISTRERTES RETTIGHETER
Så lenge de registrerte kan identifiseres i datamaterialet vil de ha følgende rettigheter: åpenhet (art. 12), informasjon (art. 13), innsyn (art. 15), retting (art. 16), sletting (art. 17), begrensning (art. 18), underretning (art. 19), dataportabilitet (art. 20).

NSD vurderer at informasjonen om behandlingen som de registrerte vil motta oppfyller lovens krav til form og innhold, jf. art. 12.1 og art. 13.

Vi minner om at hvis en registrert tar kontakt om sine rettigheter, har behandlingsansvarlig institusjon plikt til å svare innen en måned.

FØLG DIN INSTITUSJONS RETNINGSLINJER
NSD legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene i personvernforordningen om riktighet (art. 5.1 d), integritet og konfidensialitet (art. 5.1. f) og sikkerhet (art. 32).

For å forsikre dere om at kravene oppfylles, må dere følge interne retningslinjer og/eller rådføre dere med behandlingsansvarlig institusjon.

OPPFØLGING AV PROSJEKTET
NSD vil følge opp ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet.

Lykke til med prosjektet!

Kontaktperson hos NSD: Belinda Gloppen Helle
Tlf. Personverntjenester: 55 58 21 17 (tast 1)

Chat (stengt)

8.3 Vedlegg 3 – e-post til skular

Epost til skular som har matematikk 1T – e-postadresser frå vilbli.no

Subject: Forskingsprosjekt – GeoGebra i matematikk 1T

Til rektor ved «Namn_på_skule»

Som lærar i matematikk i vidaregåande skule har eg fått følgje innføringa av digitale hjelpemiddel i faget, frå den grafiske kalkulatoren som kom i Reform94-perioden og etter kvart overgang til GeoGebra og anna programvare. Eg er i ferd med å skrive masteroppgåve i matematikkdidaktikk og eg ønskjer å høyre lærarane si stemme og deira meining om GeoGebra i matematikk 1T. Det er i dette faget elevane for første gang verkeleg tek i bruk GeoGebra. Så vidt eg har funne ut har det ikkje blitt forska på bruken av GeoGebra i vidaregåande skule, og når vi no får endringar i læreplanane frå hausten 2020 aktualiserer dette ei slik forsking der lærarane som underviser i faget får kome til med sine meiningar.

Eg ønskjer difor å be om løyve til å sende eit elektronisk spørjeskjema til lærarane ved «Namn_på_skule» som underviser i matematikk 1T. For å kunne sende ut eit slikt skjema treng eg e-postadresser til desse lærarane. Dei lærarane eg får e-postadresser til, vil så få tilsendt ein e-post frå Høgskulen i Volda med oppmoding om å delta i forskingsprosjektet, og ei veke seinare vil dei få ein ny e-post med lenke til elektronisk spørjeskjema. Lærarane står sjølvsagt heilt fritt til å velje om dei vil delta eller ikkje.

Eg håper at eg kan få eit snarleg svar på denne førespurnaden, enten i form av e-postadresser til lærarar som underviser i matematikk 1T, eller i form av eit nei til å delta.

Lenger nede i denne e-posten finn ein meir info om forskingsprosjektet.

Med helsing

John Willy Klungre

Realfagslærar - IKT-ansvarleg
Herøy vidaregåande skule, avdeling Vanylven

Telefon: 71 28 18 80 / 950 68 329

Herøy
vidaregåande skule
avd. Vanylven

- Ansvarleg for forskinga er: Høgskulen i Volda ved Odd Helge Mjellem Tonheim, oddht@hivolda.no 70 07 53 68 / 975 23 181 og student John Willy Klungre, john.willy.klungre@mrfylke.no 950 68 329
- Behandlingsansvarlig institusjon: Høgskulen i Volda

- Høgskulen i Volda har databehandleravtale med SurveyXact https://www.surveyxact.no/ som leverer anonymiserte data til forskinga.
- Forskingsprosjektet er meldt til NSD http://www.nsd.uib.no/om/ og godkjent etter den nye personopplysningslova http://www.nsd.uib.no/personvernombud/20juli-endringer.html
- Forskingsprosjektet vil truleg vere ferdig våren 2019
- Dei fleste vil bruke ca 8 – 12 minutt på å svare på det elektroniske spørjeskjemaet

8.4 Vedlegg 4 - Epost til informantar

Viss ein sender ein lang tekst er det alltid ein fare for at den ikkje blir lest. Difor valde eg å sende ut eit kort samandrag i starten av teksten, og med det fullstendige brevet til informantane under.

Forskning om bruk av GeoGebra i matematikk 1T

Kjære lærer i matematikk 1T,

GeoGebra har i økende omfang blitt brukt i matematikk 1T i omtrent 10 år. Det har så vidt vi har funnet ut ikke blitt forsket på denne bruken av GeoGebra, og vi ønsker å få høre lærerens stemme angående denne bruken. Ny læreplan fra 2020 aktualiserer denne forskingen.

Rektor på skolen din har gitt oss din epostadresse, og tillatelse til å kontakte deg. Forsknings-prosjektet er meldt til NSD (NSD - Norsk senter for forskningsdata AS) og følger de nye og strengere reglene som ble innført angående forskning i 2018.

Du finner utfyllende informasjon om prosjektet og personvernet lenger nede i denne eposten.

Om noen dager vil du motta en ny epost fra Høgskulen i Volda med din unike link til å kunne delta. Du kan åpne linken flere ganger og svarene dine lagres automatisk. Når du er ferdig, trykk på «Avslutt» knappen, og linken deaktiveres. **Når du sender inn skjemaet gir du samtykke til å delta i undersøkelsen**. Deltakelse er frivillig og du kan når som helst trekke deg uten at det får noen konsekvenser for deg. Dersom du velger å trekke deg underveis, vennligst gi oss beskjed om dette så kan vi få slettet opplysningene du allerede har oppgitt.

Med vennlig hilsen

Odd Helge Mjellem Tonheim	John Willy Klungre
Veileder	Student

Vil du delta i forskningsprosjektet GeoGebra i matematikk 1T

Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å skaffe info om bruken av GeoGebra i matematikk 1T. I dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg.
Formål

Så vidt vi vet har det ikke blitt forsket på bruken av GeoGebra i matematikk 1T, selv om GeoGebra har blitt brukt i stor grad i undervisningen i over 10 år. Formålet med denne masteroppgaven er å finne ut mer om bruken av GeoGebra i matematikk 1T, og lærerne sine meninger og holdninger omkring de ulike modulene i GeoGebra.

Læreplanendringer fra høsten 2020 aktualiserer dette prosjektet. Vi håper at du vil være med og gi lærerne i matematikk 1T en stemme.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?

Høgskulen i Volda er ansvarlig for prosjektet, og prosjektansvarlig er høyskolelektor Odd Helge Mjellem Tonheim.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?

Du får spørsmål om å delta fordi du underviser i matematikk 1T. Rektor på din skole har gitt oss din epostadresse og tillatelse til å kontakte deg. Rektor på alle norske skoler som tilbyr matematikk 1T har blitt kontaktet med tanke på å få mange svar, og dermed også høy grad av anonymitet for de som svarer. En høy svarprosent vil også gi forskingen høyere troverdighet.

Hva innebærer det for deg å delta?

Hvis du velger å delta som informant innebærer det å svare på et elektronisk spørreskjema. For de fleste vil dette ta ca 8 – 12 minutt. Spørreskjemaet inneholder bakgrunnsopplysninger som kjønn, alder og utdanning og ulike spørsmål rundt bruk av, og meninger om, GeoGebra i matematikk 1T. Svarene dine blir registrert elektronisk.

Det er frivillig å delta
Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykke tilbake uten å oppgi noen grunn. Det vil ikke ha noen konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger
Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket. Veileder og masterstudent i prosjektet er de eneste som vil ha tilgang til innsamlede data. SurveyXact står for innsamlingen av data som blir lagret på sikker server. Forskerne har ikke tilgang til å koble de innsamlede dataene opp mot identifiserbare opplysninger (e-postadresse, IP-adresse eller lignende). Deltakere vil ikke kunne bli gjenkjent i publisert materiale.

Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?

Prosjektet skal etter planen avsluttes 31. desember 2019. Alle personopplysninger blir anonymisert ved prosjektslutt. Datamaterialet kan brukes til videre forsking, men da i en totalt anonymisert versjon og etter avtale med veileder og student.

Dine rettigheter
Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:
- innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert om deg,
- å få rettet personopplysninger om deg,
- få slettet personopplysninger om deg,
- få utlevert en kopi av dine personopplysninger (dataportabilitet), og

- å sende klage til personvernombudet eller Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?
Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke. **Du gir ditt samtykke ved å svare på det elektroniske spørreskjemaet.** Link til dette elektroniske spørreskjemaet blir sendt i egen mail med Høgskulen i Volda som avsender.

På oppdrag fra Høgskulen i Volda har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Hvor kan jeg finne ut mer?
Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

- Høgskulen i Volda ved Odd Helge Mjellem Tonheim, oddht@hivolda.no, 70 07 53 68 / 975 23 181 eller student John Willy Klungre, john.willy.klungre@mrfylke.no, 950 68 329
- Vårt personvernombud: Cecilie Røeggen, personvernombod@hivolda.no, 70 07 50 73
- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS, på epost personvernombudet@nsd.no eller telefon: 55 58 21 17.

Med vennlig hilsen

Odd Helge Mjellem Tonheim
Veileder

John Willy Klungre
Student

8.5 Vedlegg 5 – e-post med link til undersøkinga

Forskning om bruk av GeoGebra i matematikk 1T

Kjære lærer i matematikk 1T,

Vi viser til informasjon i epost som vart sendt til deg for noen dager siden.

Nedenfor finner du din unike link til å kunne delta. Du kan åpne linken flere ganger og svarene dine lagres automatisk. Når du er ferdig, trykk på «Avslutt» knappen, og linken deaktiveres. **Når du sender inn skjemaet gir du samtykke til å delta i undersøkelsen**. Deltakelse er frivillig og du kan når som helst trekke deg uten at det får noen konsekvenser for deg. Dersom du velger å trekke deg underveis, vennligst gi oss beskjed om dette så kan vi få slettet opplysningene du allerede har oppgitt.

Tusen takk for at du tar deg tid til å svare på denne undersøkelsen!

https://svar.hivolda.no/answer?key=HU2KKGQJEXVT

Med vennlig hilsen,

Høgskulen i Volda

8.6 Vedlegg 6 - Spørjeskjemaet

Utskriftene frå SurveyXact er vanskeligare å lese enn skjermbileta som informantane opplevde, og difor har eg teke skjermdump av skjermane slik informantane såg dei.

6%

Forskning om bruk av GeoGebra i matematikk 1T

Kjære lærer i matematikk 1T,

Vi viser til informasjon i epost som vart sendt til deg for noen dager siden.

Nedenfor finner du spørreskjemaet. Du kan åpne linken flere ganger og svarene dine lagres automatisk. Når du er ferdig, trykk på «Avslutt» knappen, og linken deaktiveres. **Når du sender inn skjemaet gir du samtykke til å delta i undersøkelsen**. Deltakelse er frivillig og du kan når som helst trekke deg uten at det får noen konsekvenser for deg. Dersom du velger å trekke deg underveis, vennligst gi oss beskjed om dette så kan vi få slettet opplysningene du allerede har oppgitt.

Du begynner din besvarelse ved å klikke på pilen nede til venstre.

Du beveger deg frem og tilbake i spørreskjemaet ved hjelp av piltastene, som finnes nederst på hver side. Du kan til enhver tid gå tilbake og endre tidligere besvarelser, helt til du trykker på AVSLUTT på siste side.

Tusen takk for at du tar deg tid til å svare på denne undersøkelsen!

Neste

HØGSKULEN I VOLDA

13%

1 - Kjønn?

- Kvinne
- Mann
- Annet

2 - Hvilken aldersgruppe tilhører du?

- 20-29
- 30-39
- 40-49
- 50-59
- 60+

Neste

HØGSKULEN I VOLDA

20%

3 - Hvor mange års undervisningserfaring har du i matematikk? (Ikke regn med ev. praksis i utdanningen.)

- 0 - 1
- 2 - 4
- 5 - 9
- 10 - 14
- 15 - 19
- 20 - 24
- 25+

Neste

HØGSKULEN I VOLDA

26%

4 - Hvilken utdanning har du i matematikk? Vennligst velg ett alternativ. (30 studiepoeng = 10 vekttall)

- 0 – 29 studiepoeng [0 – ½ år>
- 30 – 59 studiepoeng [½–1 år>
- 60 – 89 studiepoeng [1 –1½ år>
- 90 –119 studiepoeng [1½ – 2 år>
- 120 –180 studiepoeng [2 – 3 år]
- Mastergrad eller hovedfag i matematikkdidaktikk eller høgre
- Mastergrad eller hovedfag i matematikk eller høgre

5 - I løpet av de 5 siste skoleårene har jeg i tillegg til å undervise i matematikk 1T også minst 1 års undervisningserfaring i:

- 1P
- 1P-Y
- 2P
- 2P-Y
- R1
- R2
- S1
- S2

Neste

HØGSKULEN I VOLDA

33%

6 - Hva har du hatt av opplæring i GeoGebra?

	Velg det alternativet som du mener passer best:				
	I svært stor grad	I nokså stor grad	I nokså liten grad	I svært liten grad	Ikke i det hele tatt
a) Selvstudium i form av utprøving, opplæringsvideo eller tilsvarende.	○	○	○	○	○
b) Kollegabasert (sam)arbeid.	○	○	○	○	○
c) Dagskurs eller kortere.	○	○	○	○	○
d) Kurs med 1-4 dager varighet.	○	○	○	○	○
e) Kurs med 5 dagers varighet eller mer.	○	○	○	○	○
f) En del av kompetansegivende grunn- eller etterutdanning.	○	○	○	○	○

Neste

HØGSKULEN I VOLDA

40%

7 - Hva var hovedinnholdet i opplæringen som ikke var selvstudium?

	Velg det alternativet som du mener passer best:				
	I svært stor grad	I nokså stor grad	I nokså liten grad	I svært liten grad	Ikke i det hele tatt
a) Opplæring i menysystemer, kommandoer og verktøy i GeoGebra.	○	○	○	○	○
b) Opplæring der innholdet er både teknologi (GeoGebra) og matematikk.	○	○	○	○	○
c) Opplæring der innholdet er både teknologi (GeoGebra) og pedagogikk/didaktikk/metodikk.	○	○	○	○	○
d) Opplæring der innholdet er både teknologi (GeoGebra), matematikk og pedagogikk/didaktikk/metodikk.	○	○	○	○	○

Neste

HØGSKULEN I VOLDA

46%

8 - Vennligst merk av hvor enig eller uenig du er i påstandene nedenfor.

Velg det alternativet som du mener passer best:

	Svært enig	Nokså enig	Nøytral	Nokså uenig	Svært uenig
a) Det er flere fordeler enn ulemper ved å bruke GeoGebra i matematikk 1T.					
b) GeoGebra kan hjelpe elevene til å få rette svar, men det fører ikke til at de lærer mer matematikk.					
c) GeoGebra er godt egnet til å visualisere matematiske sammenhenger, og gjør det på den måten lettere for elevene å forstå matematikk.					
d) Bruk av GeoGebra i matematikk 1T er så tidkrevende at det ikke står i forhold til et eventuelt økt læringsutbytte.					
e) Bruk av GeoGebra i matematikk 1T gir så mye i form av økt læringsutbytte at det er verdt merarbeidet og tidsbruken.					
f) Som lærer bestemmer jeg når elevene skal ha PC tilgjengelig.					
g) Bruk av GeoGebra i matematikk 1T fører til at elevene jobber mer med matematikk.					
h) Bruk av GeoGebra i matematikk 1T fører til at elevene lett blir fristet til å bruke tiden på andre ting enn matematikk.					
i) Bruk av GeoGebra i matematikk 1T øker elevenes motivasjon og utholdenhet.					

Neste

HØGSKULEN I VOLDA

53%

9 - Vennligst merk av hvor vanlig eller uvanlig dette er i måten du organiserer undervisningen der GeoGebra blir brukt.

Velg det alternativet som du mener passer best:

	Svært vanlig	Nokså vanlig	Nøytral	Nokså uvanlig	Svært uvanlig
a) Elevene bruker en trinnvis beskrivelse når de skal løse oppgaver med GeoGebra	○	○	○	○	○
b) Jeg gir elevene minst mulig informasjon om hvordan de skal løse oppgavene når de arbeider med GeoGebra, og jeg forventer at de skal utforske og finne sammenhengene selv.	○	○	○	○	○
c) Jeg har systematisk og trinnvis opplæring i bruken av GeoGebra, men gir åpne oppgaver uten løsningsmetode ved problemløsing.	○	○	○	○	○
d) Jeg organiserer eller oppmuntrer til samtale om hvordan og hvorfor man kan finne løsningen på et matematisk problem når elevene arbeider med GeoGebra.	○	○	○	○	○
e) Bruk av GeoGebra fører til at elevene samtaler og diskuterer matematikk på en måte jeg i mindre grad opplever ellers.	○	○	○	○	○
f) Elevene er flinke til selv å vurdere når det er hensiktsmessig å bruke GeoGebra.	○	○	○	○	○
g) Elevene er avhengige av «triggerord» som f.eks. nullpunkt, skjæringspunkt eller ekstremalpunkt for å oppdage at GeoGebra kan brukes til å finne svar.	○	○	○	○	○
h) Elevene arbeider sammen i par eller smågrupper når de arbeider med GeoGebra.	○	○	○	○	○
i) Elevene arbeider alene når de arbeider med GeoGebra	○	○	○	○	○

Neste

HØGSKULEN I VOLDA

60%

10 - Vennligst merk av hvor enig eller uenig du er i påstandene om graftegneren i GeoGebra nedenfor.

Velg det alternativet som du mener passer best:

	Svært enig	Nokså enig	Nøytral	Nokså uenig	Svært uenig
a) Graftegneren i GeoGebra er et godt hjelpemiddel for elevene til å oppnå dyp forståelse av funksjonsbegrepet.	○	○	○	○	○
b) Bruk av graftegneren i GeoGebra hjelper meg til å undervise på en måte som øker læringsutbyttet til elevene.	○	○	○	○	○
c) Elevene sin bruk av GeoGebra som graftegner øker læringsutbyttet til elevene i forhold til undervisning uten graftegner.	○	○	○	○	○
d) Når elevene bruker GeoGebra til å tegne grafer, fører dette til at elevene bare får overfladisk forståelse av funksjonsbegrepet.	○	○	○	○	○
e) Ved at elevene kan utforske mange ulike funksjoner på kort tid i GeoGebra vil dette være med på å øke elevenes forståelse av funksjonsbegrepet.	○	○	○	○	○
f) På det stadiet mine elever i 1T er i sin matematiske utvikling, er graftegneren i GeoGebra et godt hjelpemiddel til dyp læring og økt forståelse.	○	○	○	○	○
g) Viktigere enn å utforske mange funksjoner er det at man samtaler med elevene om hva de oppdager i utforskingen.	○	○	○	○	○

Neste

66%

11 - Vennligst merk av hvor enig eller uenig du er i påstandene om det dynamiske geometriprogrammet i GeoGebra nedenfor.

Velg det alternativet som du mener passer best:

	Svært enig	Nokså enig	Nøytral	Nokså uenig	Svært uenig
a) Overgangen fra å tegne statiske geometriske figurer på ark, til å kunne tegne dynamiske geometriske figurer i GeoGebra gjør at elevene får dypere og mer varig læring.	○	○	○	○	○
b) Elevene sin bruk av GeoGebra som dynamisk geometriprogram øker læringsutbyttet til elevene i forhold til undervisning uten dynamisk geometriprogram.	○	○	○	○	○
c) Elevene lærer bedre av å tegne geometriske figurer på papir enn ved å bruke GeoGebra.	○	○	○	○	○
d) Den beste læringen får elevene når de veksler mellom å tegne geometriske figurer på papir og i GeoGebra	○	○	○	○	○
e) På det stadiet mine elever i 1T er i sin matematiske utvikling er det dynamiske geometriprogrammet i GeoGebra et godt hjelpemiddel til dyp læring og økt forståelse.	○	○	○	○	○

Neste

73%

12 - Vennligst merk av hvor enig eller uenig du er i påstandene om CAS i Geogebra nedenfor.

Velg det alternativet som du mener passer best:

	Svært enig	Nokså enig	Nøytral	Nokså uenig	Svært uenig
a) Man burde ha ventet til etter at elevene er ferdige med matematikk 1T før de startet bruken av CAS.	○	○	○	○	○
b) Elevene er flinke til å vurdere gyldigheten av de svarene de får ved bruk av CAS.	○	○	○	○	○
c) Elevene bruker ofte CAS uten å forstå hva de egentlig ber CAS finne svaret på.	○	○	○	○	○
d) CAS er et godt hjelpemiddel til å gjøre elevene sterkere og tryggere i algebra.	○	○	○	○	○
e) Det er vanskeligere for elevene å bruke CAS enn f.eks. graftegneren i GeoGebra, fordi CAS har mer krav til korrekt syntax enn graftegneren.	○	○	○	○	○
f) Elevene bør beherske et område i algebra uten bruk av digitale hjelpemidler før de tar i bruk CAS.	○	○	○	○	○
g) CAS er et godt hjelpemiddel for de elevene som er sterkest i algebra, men for de algebrasvake elevene fører bruk av CAS til mindre forståelse og læring.	○	○	○	○	○
h) På det stadiet mine elever i 1T er i sin matematiske utvikling er CAS-modulen i GeoGebra et godt hjelpemiddel til dyp læring og økt forståelse.	○	○	○	○	○

Neste

HØGSKULEN I VOLDA

80%

13 - Dersom du lager et omtrentlig overslag over din og elevenes bruk av de ulike modulene i GeoGebra hvor mange prosent av den totale tiden der GeoGebra er i bruk blir da brukt til:

Omtrent prosentvis bruk

	0%	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%	100%
CAS	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
Dynamisk geometriprogram	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
Graftegner	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Neste

HØGSKULEN I VOLDA

86%

14 - Dersom du skulle valgt BORT en av de 3 modulene CAS, dynamisk geometriprogram eller graftegner i GeoGebra, og begrunnet valget ut i fra elevenes læring. Hva ville du da valgt BORT?

- CAS
- Dynamisk geometriprogram
- Graftegner

15 - Viss du ønsker det, vennligst gi en kort begrunnelse for valget ditt for hva du ville valgt BORT:

Neste

HØGSKULEN I VOLDA

93%

16 - Er det noe du vil tilføye i tillegg til det du har svart hittil?

Neste

HØGSKULEN I VOLDA

100%

Tusen takk for at du svarte på forskningsundersøkelsen om GeoGebra i matematikk 1T

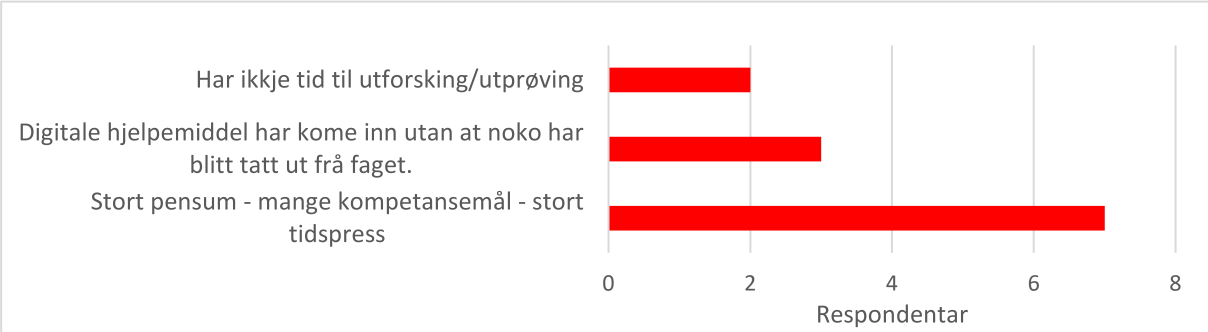
Du avslutter og sender inn svarene dine ved å trykke på **AVSLUTT**

Avslutt

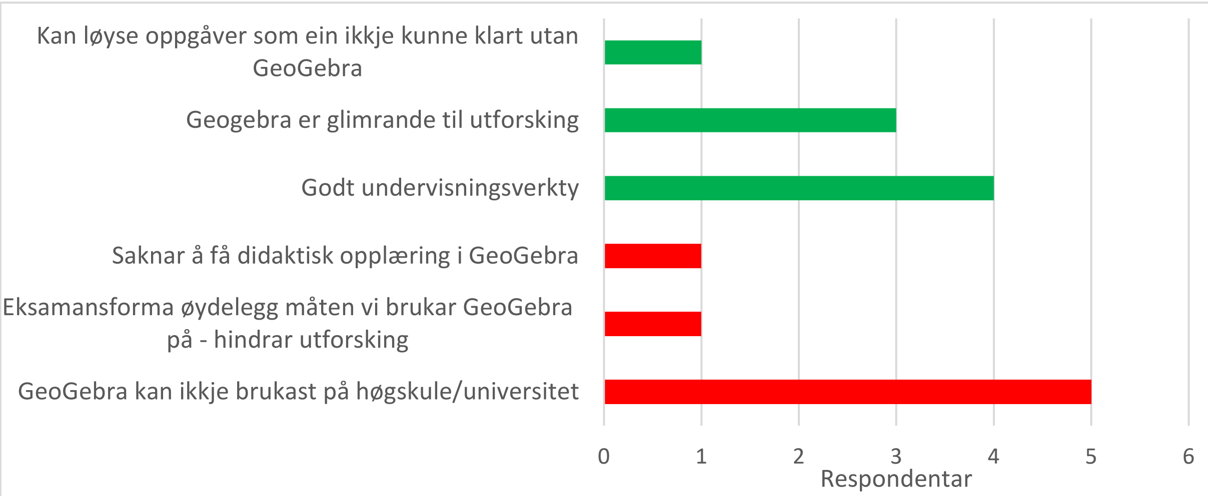
HØGSKULEN I VOLDA

Vedlegg 7 – kategoriserte svar frå fritekstfelta

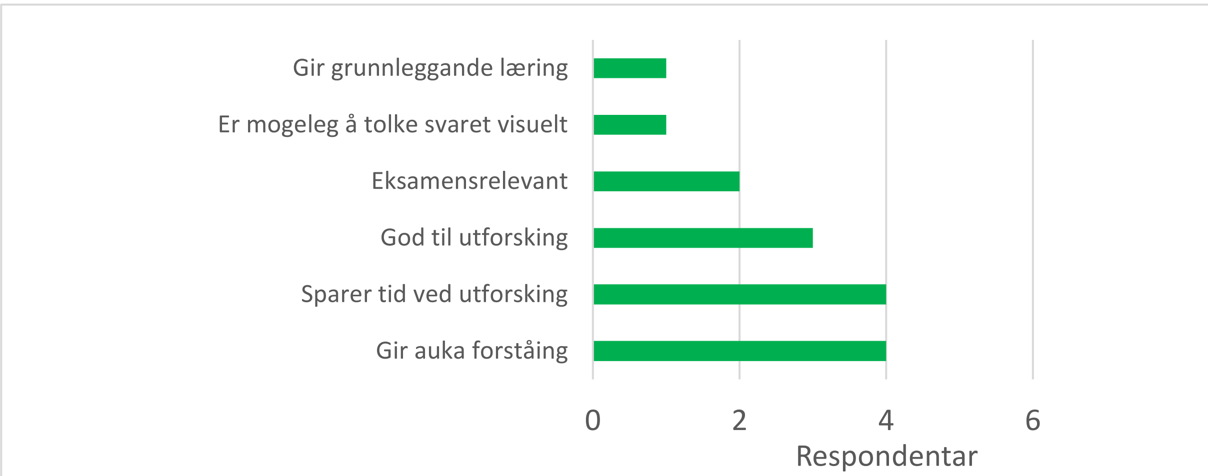
Figur 8-1 Kommentarar om matematikk 1T frå fritekstfelta



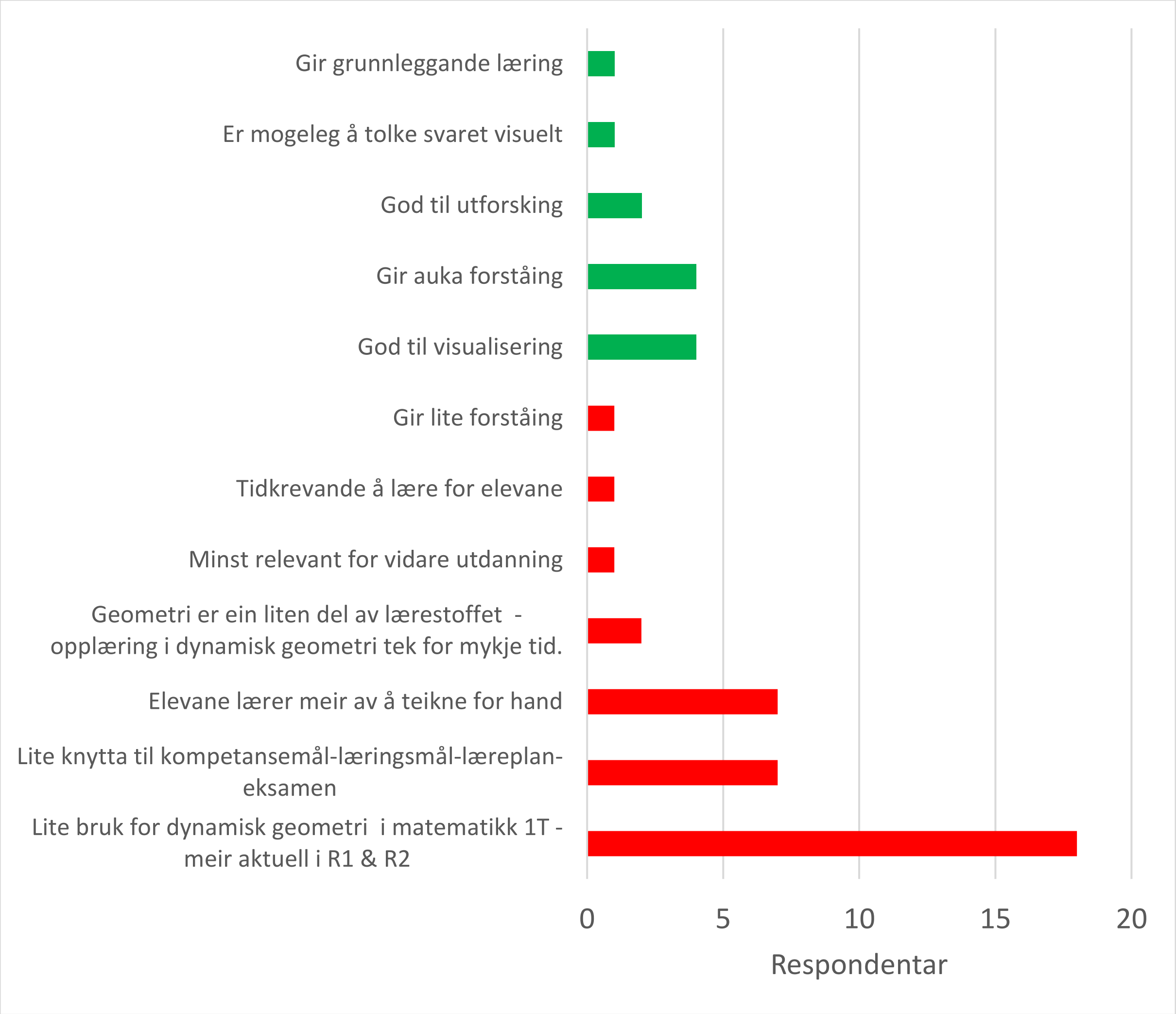
Figur 8-28 Kommentarar om GeoGebra frå fritekstfelta



Figur 8-3 Kommentarar om grafteiknar frå fritekstfelta



Figur 8-4 Kommentarar om dynamisk geometriprogram frå fritekstfelta



Figur 8-5 Kommentarar om CAS frå fritekstfelta