

Masteroppgave Undervisning og læring

Demokrati og medborgerskap i matematikkundervisningen

En kunnskapsoversikt

Joakim Olsson

Matematikkdidaktikk
2021

Tal ord: 30 729



HØGSKULEN
I VOLDA

Abstract

As a part of the new curricula that was implemented in the fall of 2020 in Norwegian compulsory education, three interdisciplinary topics were introduced. They are as follows: Health and life skills, Democracy and citizenship, and Sustainable development. In this research project I have studied how Democracy and citizenship can be addressed in the subject of mathematics.

Starting with the research topic *What characterises a mathematical education that addresses democracy and citizenship?* I have conducted a systematic review of research published between the years 2011 and 2020. A total of 16 articles have been included in the review.

To narrow down the scope and to relate the review more clearly to the teaching and learning of mathematics in school, I have formulated the following research questions:

1. How is the link between mathematics education and the topic of democracy and citizenship articulated in the research literature?
2. How is the teaching of mathematics described in the research literature?
3. How is the role of the teacher described in the research literature?

An important goal of conducting the review has been to contribute to knowledge and new ways of thinking when addressing the topic of democracy and citizenship in the subject of mathematics.

The results of this review tell us that the research literature has a broader notion of what it means to link the topic of democracy and citizenship to mathematics education, compared to how the topic is defined in the Norwegian mathematics curriculum. Part of the reviewed research addresses how mathematics can be a tool for social critique, which is in line with how the topic is defined in the subject curriculum. But the research literature expands beyond this perspective as it looks at how mathematics and mathematics education can be understood as a cultural phenomenon and addresses how the teaching and learning of mathematics can become more democratically oriented.

Sammendrag

Som en del av den fagfornyelsen og den nye læreplanen har det tverrfaglige temaet Demokrati og medborgerskap blitt en del av matematikkfaget i den norske grunnskolen. I dette forskningsprosjektet har jeg undersøkt hvordan en matematikkundervisning som tematiserer demokrati og medborgerskap kan se ut.

Med utgangspunkt i problemstillingen *Hva karakteriserer en matematikkundervisning som tematiserer demokrati og medborgerskap?* har jeg gjennomført en systematisk kunnskapsgjennomgang over matematikdidaktisk forskning publisert mellom 2011 og 2020. Totalt har 16 artikler blitt gjennomgått i sinn helhet, og funnene i disse utgjør grunnlaget for kunnskapsoversikten.

Som en avgrensning, og for å tettere relatere den resulterende kunnskapsoversikten til undervisningspraksis, har jeg formulert følgende forskningsspørsmål:

1. Hvordan bli tematiseringen av demokrati og medborgerskap i matematikkundervisningen forstått i forskningslitteraturen?
2. Hvordan blir undervisningen beskrevet i forskningslitteraturen?
3. Hvordan blir lærerrollen beskrevet i forskningslitteraturen?

En viktig målsetning har vært at kunnskapsoversikten skal kunne fungere som en kilde til inspirasjon for de matematikklærere som skal sørge for at det nye tverrfaglige temaet blir en del av matematikkundervisningen.

Resultatene peker på at den matematikdidaktiske forskningen som er gjennomgått har en bredere og mer sammensatt forståelse av hvordan demokrati og medborgerskap bør tematiseres, jamført med hvordan det tverrfaglige temaet blir definert i læreplanen for matematikk. En betydelig del av forskningen diskuterer hvordan matematikken kan være et redskap elevene kan bruke til å analysere sosiopolitiske problemer, noe som er i tråd med hvordan det tverrfaglige temaet blir omtalt i læreplanen. Utover dette perspektivet er den didaktiske forskningen også opptatt av å forstå matematikken og matematikkundervisningen som kulturelle fenomener, og undersøker hvordan selve faget og organiseringen av undervisningen kan bli mer demokratisk og inkluderende.

Forord

I 2014 kom jeg til Volda sammen med min samboer og året etter begynte jeg på grunnskolelærerutdanningen ved Høgskulen i Volda. Lite visste jeg at jeg seks år senere skulle avslutte mine studier ved å levere en master i matematikdidaktikk, men nå sitter jeg altså her og formulerer de siste ordene av oppgaven. Prosjektet har både vært interessant og lærerikt, men til tider også svært utfordrende. I det jeg tok valget å utforme en kunnskapsoversikt, gav jeg meg også ut på forholdsvis utforsket terreng og måtte finne ut av mange ting underveis i prosessen. Nå i etterkant er jeg likevel glad for at jeg valgte denne tilnærmingen, da jeg har fått ny kunnskap og blitt kjent med nye perspektiver på matematikkundervisning i skolen – kunnskap og perspektiver som jeg håper kan komme flere til gode.

Jeg vil rette en stor takk til min veileder, Oda Heidi Bolstad, for mange gode samtaler og mye grundig og konstruktiv tilbakemelding underveis i prosessen. Takk også Synnøve Amdam for hjelp med korrekturlesing.

Jeg vil også takke Torbjørn Frantsen for forståelse og tilrettelegging som har gjort det mulig for meg å jobbe på Seksjon for digital kompetanse ved siden av studiene det siste året.

Til slutt vil jeg også takke min samboer for støtte og forståelse – mange kvelder og helger har blitt slukt av dette prosjektet det siste halvåret. Nå blir det deilig å kunne ta litt fri.

Volda, 29. mai 2021

Joakim Olsson

Innholdsliste

| | |
|--|-----|
| Abstract..... | ii |
| Sammendrag..... | iii |
| Forord..... | iv |
| Figurliste..... | vii |
| Tabelliste..... | vii |
| 1 Innledning..... | 1 |
| 1.1 Valg og avgrensning av tema..... | 1 |
| 1.2 Problemstilling og formål..... | 1 |
| 1.3 Begrepsavklaring..... | 2 |
| 1.4 Oppbygging av oppgaven..... | 3 |
| 2 Kunnskapsgrunnlag..... | 4 |
| 2.1 Perspektiver på demokrati og utdanning..... | 4 |
| 2.1.1 Ulike forståelser av sammenhengen mellom utdanning og demokrati..... | 4 |
| 2.2 Perspektiver på medborgerskap og utdanning..... | 6 |
| 2.3 En demokratisk matematikkundervisning..... | 9 |
| 2.3.1 Koblinger mellom matematikk og demokrati..... | 9 |
| 2.3.2 En kritisk matematikkundervisning..... | 12 |
| 2.4 Utforming av en demokratisk matematikkundervisning..... | 14 |
| 2.4.1 En didaktisk modell for en demokratisk matematikkundervisning..... | 14 |
| 2.4.2 Utfordringer med en demokratisk matematikkundervisning..... | 17 |
| 2.5 Lærerrollen i en demokratisk matematikkundervisning..... | 18 |
| 2.5.1 Klasseledelse og inkludering i matematikkundervisningen..... | 18 |
| 2.5.2 Om lærerrollen fra den tidligere kunnskapsoversikten..... | 20 |
| 2.6 Matematiske kompetanser i en demokratisk matematikkundervisning..... | 21 |
| 2.6.1 Konkretisering av matematiske kompetanser..... | 21 |
| 2.6.2 Instrumentell og relasjonell forståelse..... | 24 |
| 3 Metode..... | 26 |
| 3.1 Valg av metode..... | 26 |
| 3.2 Kunnskapsoversiktens design..... | 26 |
| 3.3 Systematisk kunnskapsgjennomgang som metode..... | 28 |
| 3.3.1 Sammenstillende eller konfigurativ kunnskapsgjennomgang..... | 28 |
| 3.3.2 Grad av systematikk i en systematisk kunnskapsgjennomgang..... | 29 |

| | | |
|-------|---|----|
| 3.4 | Gjennomføring av en systematisk gjennomgang..... | 31 |
| 3.4.1 | Søkestrategi | 31 |
| 3.4.2 | Utvalg av artikler..... | 34 |
| 3.4.3 | Gjennomlesing av artiklene | 36 |
| 3.4.4 | Syntetisering av artiklene..... | 36 |
| 3.5 | Validitet og reliabilitet | 39 |
| 3.6 | Etiske refleksjoner..... | 40 |
| 4 | Analyse og resultat..... | 43 |
| 4.1 | Matematikk som kritikk | 44 |
| 4.2 | Matematikk som kulturell aktivitet..... | 53 |
| 4.3 | Utforming av undervisning | 57 |
| 4.4 | Lærerrollen..... | 62 |
| 4.5 | Oppsummering | 66 |
| 5 | Diskusjon..... | 67 |
| 5.1 | Hvordan kan demokrati og medborgerskap tematiseres i matematikkundervisningen? | 67 |
| 5.1.1 | Resultat i denne kunnskapsoversikten | 68 |
| 5.1.2 | Sammenheng med tidligere kunnskapsoversikt..... | 71 |
| 5.2 | Hvordan kan en demokratisk matematikkundervisning utformes? | 72 |
| 5.2.1 | Tre rammeverk for utforming av en demokratisk matematikkundervisning | 72 |
| 5.2.2 | Didaktiske kjernesporsmål i kunnskapsoversikten | 74 |
| 5.2.3 | Utfordringer knytt til en demokratisk matematikkundervisning..... | 76 |
| 5.3 | Hvordan beskrives lærerrollen i en demokratisk matematikkundervisning?..... | 78 |
| 5.3.1 | Læreren som faglig tilrettelegger og klasseleder..... | 78 |
| 5.3.2 | Læreren i møte med en ny undervisningspraksis | 79 |
| 6 | Avslutning | 80 |
| 6.1 | Oppsummering og implikasjoner for praksis | 80 |
| 6.2 | Videre forskning..... | 81 |
| 7 | Litteraturliste | 83 |
| 8 | Vedlegg | 89 |
| | Vedlegg 1 – Analysetabell | 89 |

Figurliste

| | |
|--|----|
| Figur 1- Didaktisk modell for demokratisk matematikkundervisning (Lindenskov, 2020) | 15 |
| Figur 2 - Visuell representasjon av de åtte matematiske kompetansene (Niss et al., 2002) | 22 |
| Figur 3 - Skjematisk framstilling av utvalgsprosessen..... | 35 |
| Figur 4 - Utvikling av koder og tema | 38 |

Tabelliste

| | |
|--|----|
| Tabell 1 - Utvalgskriterier for litteratursøk | 33 |
| Tabell 2 - Oversikt over kategorier og fordeling av artiklene | 44 |
| Tabell 3 - Beskrivelse av elevers posisjonering i gruppearbeid | 59 |

1 Innledning

Høsten 2020 ble en ny læreplan tatt i bruk i norsk skole. Den nye læreplanen la føringer både for en oppdatering av innholdet i fagene og innføring av tverrfaglige tema som skal adresseres på tvers av fagene (Utdanningsdirektoratet, 2020b). Denne oppgaven tar utgangspunkt i hvordan det tverrfaglige temaet demokrati og medborgerskap kan integreres i matematikkfaget. I dette innledende kapittel vil jeg først redegjøre for valg av tema, for å så presentere problemstillingen og kort utdype formålet med oppgaven. Til slutt blir oppgavens videre struktur beskrevet.

1.1 Valg og avgrensing av tema

Som en del av den nye læreplanen er det utviklet tre tverrfaglige tema som skal være gjennomgående i de ulike fagene i grunnskolen. Omdreiningspunktet for dette prosjektet er det tverrfaglige temaet *Demokrati og medborgerskap*. I den overordna delen av læreplanen kan vi lese at «Demokrati og medborgerskap som tverrfaglig tema i skolen skal gi elevene kunnskap om demokratiets forutsetninger, verdier og spilleregler, og gjøre dem i stand til å delta i demokratiske prosesser» (Utdanningsdirektoratet, 2020c, s. 13). I læreplanen for matematikk avgrenses demokrati og medborgerskap til å handle om at elevene skal ha kompetanse i å utforske, analysere og vurdere funn fra reelle datasett, samt at de skal bli bevisste på premisser for matematiske modeller som påvirker og styrer deres liv og samfunnet generelt (Utdanningsdirektoratet, 2020a). Selv om innholdet i det tverrfaglige temaet avgrenses noe i matematikkfaget, så er koblingene til overordnet del av læreplanen fremtredende. Gjennom å tilegne seg kunnskap i å analysere og vurdere datasett og matematiske modeller kan matematikkfaget bidra til det bredere dannelsesidealet som beskrives i omtalen av det tverrfaglige teamet i den overordnede delen av læreplanen.

Denne sammenkoblingen av demokrati, medborgerskap og matematikkundervisning kan sies å representere en ny dreining i matematikkfaget. Tidligere har matematikkfaget ikke blitt sett på som politisk orientert (Hannaford, 1998; Skovsmose, 1990). Tradisjonelt har matematikkfaget blitt sett på som et fag hvor elevene tilegner seg nøytral kunnskap (Alrø et al., 2010), og hvor de arbeider med lukka oppgaver som har ett rett svar (Breivega et al., 2019; Lindenskov, 2020). Jeg ser det derfor som svært aktuelt og spennende å skulle utforske hvordan demokrati og medborgerskap kan tematiseres i matematikkfaget.

1.2 Problemstilling og formål

Med bakgrunn i tematikken og den kontekst som jeg har beskrevet over har jeg formulert følgende problemstilling:

Hva karakteriserer en matematikkundervisning som tematiserer demokrati og medborgerskap?

Måten jeg har valgt å tilnærme meg dette spørsmålet på er ved å gjennomføre en kunnskapskartlegging over aktuell matematikdidaktisk forskningslitteratur, som kan bidra med kunnskap til hvordan matematikkundervisningen kan utformes i lys av det nye tverrfaglige temaet. For å konkretisere den overordna problemstillingen har jeg definert hvilke sider ved matematikkundervisningen jeg skal se nærmere på gjennom å formulere følgende forskningsspørsmål:

1. Hvordan bli tematiseringen av demokrati og medborgerskap i matematikkundervisningen forstått i forskningslitteraturen?
2. Hvordan blir undervisningen beskrevet i forskningslitteraturen?
3. Hvordan blir lærerrollen beskrevet i forskningslitteraturen?

Utover å prøve å svare på problemstillingen og forskningsspørsmålene, vil jeg i tillegg drøfte hvordan tematiseringen av demokrati og medborgerskap i matematikkundervisningen kan bidra til å utvikle elevenes matematiske kompetanser.

Min målsetning med denne oppgaven er å bidra med forskningsbasert kunnskap som kan være med på å skape forståelse for hvordan demokrati og medborgerskap kan aktualiseres i matematikkundervisningen. Kunnskap fra forskning kan ikke i seg selv fortelle hvordan undervisningen skal utformes i et bestemt klasserom, men sammen med læreren sin profesjonelle dømmekraft kan den forskningsbaserte kunnskapen bidra til å skape en forandring (Biesta, 2020; Qvortrup, 2016). Jeg håper at denne oppgaven kan være et bidrag i den profesjonelle samtalen om hvordan matematikkundervisning best kan utformes for å ivareta ett av de nye tverrfaglige temaene.

1.3 Begrepsavklaring

Jeg vil i denne oppgaven bruke *demokratisk matematikkundervisning* for å omtale undervisning som tar opp viktige perspektiver knytt til det tverrfaglige temaet Demokrati og medborgerskap. Dette er i tråd med hvordan begrepet blir brukt i litteraturen som beskriver matematikkfagets koblinger til demokrati og medborgerskap (Lindenskov, 2020). I den engelspråklige litteraturen blir begrepet *mathematical education for democracy* brukt for å beskrive tilsvarende matematikkundervisning (Aguilar & Zavaleta, 2012).

Et annet sentralt begrep som går igjen i oppgaven er *demokratisk danning*. Her baserer jeg meg på Breivega og kollegaer (2019) sin forståelse av begrepet. De framhever at demokratisk danning

handler om hvordan «[...] hvordan demokrati forstås og leves i skole- og undervisningssammenheng» (Breivega et al., 2019, s. 16). Dette perspektivet fokuserer altså på elevenes muligheter til å oppleve og delta i demokratiske prosesser i opplæringen. Aktiviteter slik som debatter, problemløsning og argumentasjon og arbeid med autentiske problemstillinger legger til rette for at elevene skal få erfaring med demokratiske praksiser i skolen (Breivega et al., 2019)

1.4 Oppbygging av oppgaven

Videre i oppgaven vil jeg i kapittel to presentere det kunnskapsgrunnlag som utgjør den teoretiske innrammingen av oppgaven. I kapittel tre redegjør jeg for metoden og designet jeg har valgt for å gjennomføre kunnskapsgjennomgangen. I kapittel fire presenterer jeg resultatene i kunnskapsoversikten, som i kapittel fem vil drøftes både i lys av relevant teori og med bakgrunn i overordnede funn fra denne gjennomgangen. I det sjette og avsluttende kapittelet vil jeg oppsummere de sentrale funnene i kunnskapsgjennomgangen og peke på hva som kan være interessant videre forskning, basert på funnene i dette prosjektet.

2 Kunnskapsgrunnlag

En forskningsprosess vil alltid bygge på noen teoretiske antakelser om fenomenet som skal undersøkes (Brunton et al., 2017; Newman & Gough, 2020). Kunnskapsgrunnlaget synliggjør de antakelsene som utgjør de teoretiske rammene for dette prosjektet. Jeg vil starte overordna med å først redegjøre for noen sentrale perspektiver på demokrati og medborgerskap i utdanning. Der etter vil jeg plassere forskningsprosjektet i det teoretiske landskapet som beskriver koblingen mellom matematikkundervisning og demokrati.

I arbeidet med å lese meg opp på relevant litteratur til dette prosjektet fant jeg én tidligere kunnskapsoversikt som undersøker det samme temaet: *On the links between mathematics education and democracy: A literature review* (Aguilar & Zavaleta, 2012). Den tidligere kunnskapsoversikten har vært en viktig inspirasjonskilde for oppbygging og valg av retning på dette forskningsprosjektet. Jeg har derfor valgt å presentere sentrale funn i denne kunnskapsoversikten som en integrert del av kunnskapsgrunnlaget.

2.1 Perspektiver på demokrati og utdanning

Vektleggingen av demokrati og medborgerskap i norsk skole er ikke noe nytt (Børhaug, 2018; Lenz, 2020), men har igjen blitt aktualisert med innføringen av den nye læreplanen høsten 2020. Som et første ledd i å skape en forståelse for det tverrfaglige teamet kan vi se til ulike måter å forstå demokratibegrepet på, og hvordan dette har betydning for hvordan demokrati blir tematisert i skolen.

Historisk har ulike diskurser om demokrati vært mer eller mindre framtreddende i norsk skole (Børhaug, 2018). Den tidligste fasen la vekt på nasjonalt felleskap, kristendom og at elevene skulle utdannes til lovlydige og lojale borgere. Denne forståinga ble på 1970-tallet utfordret av en mer radikal demokratibevegelse som løftet fram de samfunnskonflikter som en mente lå til grunn for utvikling i samfunnet. Med et slikt kritisk perspektiv ble det sett på som viktig å utdanne elevene til aktive deltakere i samfunnet. De siste to tiåra har så denne forståelse igjen blitt utfordret av en demokratiutdanning som legger større vekt på elevene sin livsverden – hvordan de selve opplever og erfarer demokratiske prosesser (Børhaug, 2018).

2.1.1 Ulike forståelser av sammenhengen mellom utdanning og demokrati

Diskusjonen om hva demokrati er, bør og kan være er i høyeste grad levende både i og utenfor skolen, og mange av forståelsene kan være motstridende eller stå i spenningsforhold til hverandre (Lenz, 2020). Sant (2019) har med en omfattende kunnskapsoversikt – hvor hun analyserer forskningsartikler som tematiserer demokrati og utdanning – vist at det finns mange ulike og

konkurrerende forståelser av demokrati innenfor utdanning og utdanningsforskning. Sant (2019) har følgende å si om hva de ulike forståelsene av demokrati og demokratisk utdanning har å si for diskusjonen om utdanningen sin rolle i samfunnet:

Academics often present their educational project as a universal form of democratic education constructed against competing discourses. As they aim toward different horizons, proposals for educational policy and practice diverge. Democratic education is a disputed terrain that elicits plurality of educational alternatives. (Sant, 2019, s. 680)

Diskusjonen om forholdet mellom demokrati og utdanning er med andre ord i høyeste grad levende og påvirker direkte hvordan den overordnede målsettingen for utdanningspolitikk og -praksis beskrives. Sant (2019) skriver at det vesterlandske liberale demokratiet i stor grad fungerer som et utgangspunkt for diskusjonen om hva en demokratisk undervisning er eller bør være. En tendens er at utdanningsforskning fra nyere demokratier ser de liberale demokratiet som et forbilde og dermed en samfunnsorganisering som bør etterstrebes, mens det i mange veletablerte demokratiske samfunn blir stilt spørsmål til det liberale demokratiet (Sant, 2019).

I en sammenheng hvor konsolidering av et liberalt demokrati er hovedmålet tenderer forskningen mot å understreke at utdanning er en sosial reproduksjon av normer og verdier (Sant, 2019). I denne sammenhengen blir ofte demokratisk utdanning forstått som *utdanning for demokrati*, hvor målet er å formidle demokratiske verdier og tankemåter til landets befolkning, noe som blir omtalt som utdanning for demokrati (Sant, 2019). I kontekster hvor det liberale demokratiet der imot representerer et slags status quo, tenderer utdanningsforskning mot å tematisere demokratisk utdanning som *utdanning gjennom demokrati*. Sant (2019, s. 685) forklarer fenomenet slik: «The education through democracy approach, in contrast, conceives democratic education as social reconstruction. The struggle here is not to fix the meaning attributed to democratic education but rather to open the possibilities for new meanings». Med andre ord handler det om en utdanning hvor elevene inviteres til å være delaktige i demokratiske prosesser i skolen og i undervisningen.

At det finnes ulike typer av demokratiundervisning, er også noe Stray (2011) gjør oss oppmerksomme på. Hun viser til tre ulike tilnærminger og omtaler de som undervisning *om*, *for* og *gjennom* demokrati. I sin beskrivelse av de ulike typene demokratiundervisning legger Stray (2011) vekt på at de både har ulike mål og innhold. Med *undervisning om demokrati* er målet å gi elevene den grunnleggende kunnskapen de trenger som informerte borgere; *undervisning for demokrati* handler om å gi elevene ferdigheter og verdier som aktiverer deres demokratiske beredskap; *undervisning gjennom demokratisk deltakelse* vil si at eleven lærer gjennom deltakelse i aktiviteter i

skolen, med målet om at de kan delta i demokratiske prosesser og kan handle reflektert og ansvarlig (Stray, 2011).

Breivega og kollegaer (2019) refererer til Stray (2011) og peker på at alle de tre typene demokratiundervisning har en rolle å fylle, men at særlig opplæring *for* og *gjennom* demokrati bør framheves i arbeid med det tverrfaglige temaet demokrati og medborgerskap. Bakgrunnen for dette synet er en demokratiforståelse som forfatterne omtaler som levd demokrati:

Levd demokrati er altså en levestil; en levestil som handler om å stå i dannende prosesser, og den innlemmer alle medborgere, inkludert barn og unge. Dermed kan bare en opplæring gjennom demokratisk deltakelse gjøre det mulig å erfare levd demokrati i skolen. Slik erfaring oppstår lettest når barn og unge får arbeide med autentiske og gjerne kontroversielle problemstillinger. (Breivega et al., 2019, s. 22)

Oppsummert kan vi altså se at flere forfattere argumenterer for at undervisning som tematiserer demokrati og medborgerskap må handle om mer enn kun det å tilegne seg kunnskap om demokratiske systemer og medborgerlige rettigheter. Elevene må også få erfaring med å delta i læringsprosesser som modellerer demokratisk deltakelse, og de må oppleve at samfunnsmessige problemstillinger blir løftet i undervisningen i skolen. Vi skal i neste delkapittel se på hvordan matematikkfagets rolle kan se ut i en slik utvidet forståelse av demokratiundervisning.

2.2 Perspektiver på medborgerskap og utdanning

At læreplanen bruker begrepet medborgerskap fremfor den juridiske termen statsborgerskap er ikke tilfeldig, da det er en viktig forskjell mellom de to. Denne forskjellen er beskrevet på følgende måte i *Store norske leksikon*:

Statsborgerskap gir en rekke juridiske og formelle rettigheter. I praksis kan en bestemt person bare i varierende grad nyttiggjøre seg disse rettighetene. En person kan for eksempel være norsk statsborger og inneha alle formelle rettigheter som følger med det norske statsborgerskapet, men likevel ha vanskeligheter med faktisk å fungere som et fullverdig medlem eller *medborger* i det norske samfunnet. (Thoresen, 2020, kursivering i original)

Medborger legger altså i større grad enn statsborger vekt på rolleperspektivet til individet. Sagt på en annen måte er en medborger «en deltaker i et felleskap [som] tar ansvar for noe mer enn sine egne anliggende» (Lenz, 2020, s. 48). I den pedagogiske litteraturen kan en se at det blir tilført enda en dimensjon ved medborgerbegrepet da en beskriver et *demokratisk medborgerskap*, som fullverdig deltakelse i samfunnet og at individet er i stand til å bidra og påvirke (Breivega et al.,

2019). Både Breivega av kollegaer (2019) og Lenz (2020) framhever altså her ferdighetsperspektivet av medborgerskapet – at elevene skal bli satt i stand til å aktivt bidra i demokratiske prosesser og til å kunne påvirke forandringer i samfunnet. Denne måten å tenke om demokratiundervisning står i kontrast til en mer klassisk forståelse hvor undervisning og opplæring i hvordan demokratiske systemer fungerte og hvor elevene ble oppdratt til å bli velfungerende borgere innenfor samfunnet etablerte rammer (Breivega et al., 2019; Børhaug, 2018).

For å få en bedre forståelse for den andre delen av det tverrfaglige temaet, medborgerskap, velger jeg å trekke fram funn fra en stor internasjonal komparativ studie – International Civic and Citizenship Education Study (ICCS). Studien kartlegger ungdommers «[...] knowledge and understanding of concepts and issues related to civics and citizenship, as well as their beliefs, attitudes, and behaviours concerning this domain» (Biseth et al., 2021, s. 2). Funn fra denne studien kan hjelpe oss å forstå hvordan perspektiver på medborgerskap kan tematiseres i matematikkundervisning i en norsk kontekst.

Datagrunnlaget for studien er 14-årige elevers kunnskap, holdninger og engasjement knyttet til spørsmål om medborgerskap og samfunnsmessige problemstillinger. I studien har Biseth og kollegaer (2021) systematisert funn fra fire nordiske land (Sverige, Danmark, Norge og Finland). Når de sammenlikner norske elevers resultater fra 2009 og 2016, finner de en positiv trend med økt skår på kunnskapsdelen, en større tillit til de demokratiske institusjonene, et mer aktivt samfunnsmessig engasjement og mer positive holdninger til minoriteters og innvandreres rettigheter (Biseth et al., 2021).

Videre har nordiske elever stor kunnskap om medborgerlige rettigheter og plikter og samfunnsmessige problemstillinger, og er i stor grad tilfreds med å leve i etablerte representative demokratier med et velfungerende sosialt sikkerhetsnett (Biseth et al., 2021). Dette ser også ut til å være en internasjonal trend. I veletablerte demokratier ser en tendens til at lærere prioriterer kritisk tenking i undervisning om medborgerskap og samfunnsmessige problemer, og at elever derfor primært utvikler en mer avansert kunnskapsbase og positive holdninger til minoriteters rettigheter. Til sammenlikning så prioriterer lærere i det som i studien karakteriseres som nyere demokratier, i større grad å undervise om medborgerlige rettigheter og plikter. På den måten er det et større fokus på å sette elevene i stand til å kunne være aktive deltakere i demokratiske prosesser i samfunnet (Biseth et al., 2021).

Lieberkind og Bruun (2021) har gått dypere inn i dataene fra ICCS og prøvd å definere hva det er som karakteriserer nordiske ungdommers syn på eget medborgerskap og deres politiske

engasjement, jamført med internasjonale tendenser. Forfatterne stiller spørsmål til den internasjonale trenden i forskning hvor ungdommer i dag blir beskrevet som lite interessert og deltakende i politiske spørsmål. Denne utviklingen tilskrives ofte en økt grad av individualisering og at dagens ungdom ser på seg selve som frikoblet fra de normer og verdier som viderefører en felles kultur i samfunnet (Lieberkind & Bruun, 2021, s. 22). De mener at motsatsforholdet mellom aktive og passive medborgere ikke er en hensiktsmessig inndeling for å forstå nordiske ungdommer sitt samfunnsengasjement, da det ikke klarer å fange opp hvordan ungdommenes engasjement kommer til uttrykk. Forfatterne forklarer:

[...] we argue in favour of an understanding of the Nordic youth as reserved citizens. This analytical category turns the stand-by citizens' passive/active (i.e., off/on and latent/manifest) dichotomy upside down [...]. The main point here is that the reserved citizen is simultaneously relatively *active* and relatively *passive*. The reserved citizen is always already engaged, i.e., not passive as a rule and not active only when and if needed. (Lieberkind & Bruun, 2021, s. 25)

De mener altså at en forståelse av den nordiske ungdommen som reserverte medborgere bedre fanger opp en tilstand hvor ungdommen er godt informert og beredt til å handle, men hvor de til vanlig kan bli sett på som lite deltakende i en tradisjonell forstand.

Forfatterne forankrer denne forståelsen i funn fra ICCS hvor de finner at den nordiske ungdommen ikke blir tilsidesatt i det demokratiske samfunnet. Tvert imot peker dataen på et økt engasjement bland nordisk ungdom, og at denne økningen også skiller seg ut i et internasjonalt perspektiv (Lieberkind & Bruun, 2021) Det som utmerker den nordiske ungdommen er at de (både i en internasjonal og europeisk kontekst) i mindre grad sier seg villige til direkte politisk deltakelse, for eksempel i ulike typer av bevegelser. Derimot er det en sterk forventning og vilje til å kunne bruke sin stemmerett i demokratiske valg og en til dels stor vilje til å diskutere politiske spørsmål med familie og venner (Lieberkind & Bruun, 2021).

Gjennom å se nærmere på noen sider ved en stor internasjonal og komparativ studie (ICCS), har vi nå fått et innblikk i hvordan medborgerskap blir forstått i en nordisk skolekontekst og av nordisk ungdom. Vi har sett at det er en positiv utvikling i elevenes kunnskap og holdninger knyttet til samfunnsmessige spørsmål, og at ungdom generelt opplever å være tilfreds med å være borgere i de velutviklede nordiske demokratiene (Biseth et al., 2021). Samtidig så er det en tendens at nordisk ungdom er mindre villige til direkte demokratisk deltakelse i klassisk forstand, selv om de har en sterk forventning om å kunne bruke sin stemmerett og delta i den demokratiske samtalen på andre

arenaer (Lieberkind & Bruun, 2021). Før det gjorde vi noen nedslag i litteraturen for å se på hvordan ulike forståelser av demokratibegrepet påvirker hvordan koblingen mellom demokrati og utdanning blir definert. Avhengig av gjeldende samfunnsstrukturer og målsetninger med utdanningen så vi da at sammenhengen mellom utdanning og demokrati kan uttrykkes som utdanning om, for og gjennom demokrati (Sant, 2019; Stray, 2011). Fra å ha sett på utdanning, skole og demokrati fra et overordna perspektiv, skal vi nå fokusere på matematikkundervisningen og hvordan denne kan settes i sammenheng med demokrati og demokratisk danning i skolen.

2.3 En demokratisk matematikkundervisning

At jeg i dette prosjektet undersøker koblingen mellom demokrati- og matematikkundervisning begrunnes, som tidligere nevnt, primært med introduksjonen av det tverrfaglige temaet demokrati og medborgerskap i matematikkfaget. I denne delen av kunnskapsgrunnlaget vil jeg vise at det finnes en tradisjon for å koble matematikkfaget til demokratisk danning som går lenger tilbake i tid enn arbeidet med den nye læreplanen.

2.3.1 Koblinger mellom matematikk og demokrati

Nissen (1990) viser til flere grunner for hvorfor det er relevant å diskutere matematikkundervisningens rolle i et demokratisk samfunn. Grunnleggende handler det om matematikkens sentrale plass i teknologiske og naturvitenskapelige fag og om en samfunnsutvikling hvor disse fagene har fått en mer sentral rolle både i hverdagslivet til befolkningen og innenfor andre vitenskapelige disipliner. Videre har utviklingen av et mer teknologisk og spesialisert arbeidsmarked gjort at flere arbeidstakere trenger en mer avansert matematisk kunnskap for å kunne ta beslutninger i arbeidshverdagen.

Nissen (1990) peker også på at det på samfunnsnivå og i politikken blir vanligere at matematikk og matematiske modeller blir brukt i argumentasjon og for å begrunne beslutninger. Med bakgrunn i disse argumentene formulerer forfatteren følgende spørsmål: «Hvordan er forholdet mellom den betydning, matematikken har for demokratisk beherskelse af samfundsordenen under højtteknologien, og den matematikundervisning, der foregår i uddannelsessystemet?» (Nissen, 1990, s. 4). Selv om dette er et spørsmål som ble formulert for over tre tiår siden, så har den teknologiske utviklingen ikke stoppet opp. Barwell (2021) argumenterer for at matematisk kunnskap fortsatt er sentral dersom individer skal kunne delta i den politiske samtalen i dagens samfunn. Han bruker klimaendringene som et eksempel på en internasjonal og politisk utfordring dagens samfunn står overfor, hvor matematiske modeller og analytisk evne er viktige komponenter for å kunne forstå og delta i diskusjonen (Barwell, 2021). Mulighet til deltakelse i samfunnet er noe Aguilar og Zavaleta (2012) også diskuterer i sin kunnskapsoversikt. En av sammenhengene mellom

matematikkundervisning og demokrati som de har identifisert i sin gjennomgang av forskning handler om matematikkfagets rolle som en dørvokter, eller sosialt filter, og hvordan en manglende matematisk kompetanse kan gjøre det vanskelig for elever å fullt ut kunne delta i samfunnet. utfordringer med å delta i politiske diskusjoner og å få tilgang til høyere utdanning er konkrete eksempler på utestengelse grunnet begrenset matematisk kompetanse som blir løftet fram i artiklene.

Ser vi til mer konkrete måter å arbeide med koblingen matematikk-demokrati i undervisningen kan de tre tilnærmingene Christiansen (2003) foreslår være et godt utgangspunkt. Hun foreslår at matematikkfaget kan knyttes til demokrati på tre ulike måter: 1) gjennom at elevene utvikler kompetanser som setter dem i stand til å handle i et demokratisk samfunn, 2) at de utvikler kompetanser som setter dem i stand til å kritisk vurdere andres handlinger, og 3) ved å utvikle en demokratisk kultur i klasserommet. I tillegg peker forfatteren på at matematisk tenking og refleksjon har noen innledende likheter med den kritiske tenkingen som ofte blir beskrevet som en viktig del av demokratisk kompetanse. Gjennom arbeid med problemløsning som stiller krav til at elevene vurderer ulike veier fremover i prosessen, og ved at de blir oppfordra til å ta stilling til påstander og matematisk argumentasjon, kan en fremme kompetanser som også er viktige for evnen til å kritisk vurdere utsagn av annen karakter enn de rent matematiske (Christiansen, 2003). Christiansen (2003) peker altså på at matematiske kompetanser kan være viktige handlingskompetanser i et demokratisk samfunn, samt at kulturen i klasserommet kan modellere en demokratisk kultur i samfunnet. Dette overlapper med to viktige funn fra kunnskapsoversikten til Aguilar og Zavaleta (2012). I sin gjennomgang av litteraturen fant de to lignende måter å realisere en demokratisk matematikkutdanning på.

Den først handlet om mulighetene for elevene til å tilegne seg en matematisk kompetanse, som setter dem i stand til å kritisk analysere hvordan matematikken blir brukt i samfunnet. Forfatterne viser til at flere av artiklene tar opp den sentrale rollen matematikk har i samfunnet i dag og at mange politiske beslutninger og beslutninger i bedrifter begrunnes ved hjelp av matematiske beregninger og modeller. Aguilar og Zavaleta (2012) oppsummerer på denne måten: «The important point here is that it would be difficult for citizens to assess whether these decisions are fair or appropriate if they have not received a proper mathematical education» (Aguilar & Zavaleta, 2012, s. 5). Det kan altså se ut til at forskningen som er gjennomgått i deres kunnskapsoversikt adresserer temaet som Nissen (1990) satte på agendaen for over 30 år siden – hvordan forholdet mellom den matematiske kunnskapen som prioriteres i undervisningen i skolen forholder seg til den kunnskapen elevene trenger for å delta i et demokratisk samfunn.

Det andre temaet Aguilar og Zavaleta (2012) har identifisert handler om at matematikkundervisningen enten kan fremme eller hindre utviklingen av holdninger som er viktige for å bygge og vedlikeholde demokratiske samfunn. Dette kobles til matematikkundervisningen ved å utfordre tendensene til absolutisme i oppgavebesvarelser og løsningsstrategier – å komme vekk fra holdninger om at det kun finns én riktig måte å løse oppgaver på og at det alltid handler om å komme fram til det ene rette svaret. Flere av artiklene problematiserer dette og mener at dette kan resultere i at elevene utvikler lignende absolutistiske holdninger om faget, holdninger som mange vil se på som udemokratiske.

Selv om det altså finnes gode grunner til hvorfor en bør se matematiske kompetanser i sammenheng med den offentlige demokratiske samtalen, har det i liten grad vært tradisjon for dette i matematikkundervisningen i skolen (Barwell, 2021; Hannaford, 1998; Nissen, 1990). Stemhagen og Smith (2008) kommenterer den manglende tematisering av demokrati i matematikkfaget i skolen. Forfatterne viser til at det innenfor andre fag i skolen har skjedd en utvikling mot mer elevsentrerte og deltakelsesfokuserede undervisningsformer, noe som de ser på som et ledd i en demokratisering av undervisningen. Et eksempel de trekker fram er at det i naturfagene har blitt vanlig å utforme undervisningen rundt en tanke om elevene som gryende forskerspirer, med et medfølgende fokus på praktisk utprøving og eksperimentering i undervisningen (Stemhagen & Smith, 2008). Den samme utviklingen har ikke funnet sted i matematikkfaget, og forfatterne løfter fram et problematisk syn på matematikkfaget som en av grunnene: «The unexamined, common-sense version of mathematics as objective, neutral, and extra-human has fostered resistance to the aforementioned pedagogical shifts that have taken place in other subject areas» (Stemhagen & Smith, 2008, s. 30). Et tradisjonelt fagsyn som ser på matematikken som en nøytral autoritet har altså stått i veien for utvikling av en mer demokratisk undervisning.

Flere forfattere problematiserer hva et slikt tradisjonelt syn på faget har å si for matematikkundervisningen i skolen. Skovsmose (i samtale med Alrø et al., 2010) forklarer at en slik holdning går ut på at faget først og fremst handler om å lære seg nøytral fagkunnskap. Han utfordrer denne holdningen ved å vise til følgende paradoks: Selv om mange vil være enige i at matematikkundervisning er et sosialt, økonomisk og politisk fenomen, så blir selve innholdet i undervisningen sett på som nøytralt (Alrø et al., 2010). Rasmussen (2010) utdyper dette forholdet. Han viser til at det å lære seg matematikk lenge har blitt forstått som det å tilegne seg ferdigheter for å finne svaret på forhåndsdefinerte oppgaver. En tilnærming til matematikkfaget som også setter faget i en samfunnskontekst, utfordrer dette synet. Et sentralt poeng er her at matematikkundervisningen må inneholde både systematisk refleksjon over hva slags kunnskap vi

kan tilegne oss gjennom matematikk, i tillegg til en bredere etisk og moralsk drøfting av hvordan matematiske verktøy og systemer påvirker oss som individer og det samfunnet vi lever i (Rasmussen, 2010). Stemhagen og Smiths (2008) argumenterer også for en ny retning i matematikkundervisningen. De viser til et idealbilde av en demokratisk matematikkundervisning, som utgår fra virkelige problemer som elevene opplever i hverdagen. «The starting points for mathematical inquiry are the multiple live issues that students possess; mathematics becomes the set of tools from which they can choose to help carry out their inquiries» (Stemhagen & Smith, 2008, s. 34).

I denne sammenhengen vil det også være relevant å se til det Hannaford (1998) skriver om etikkens plass i matematikken. Han viser til koblinger mellom grunnleggende etiske prinsipper innenfor demokratisk tenking og tenking innenfor matematikken. Et demokrati hviler på en felles respekt mellom medmennesker, noe som har likhetstrekk med den faglige diskusjonen og utviklingen i matematikk som faglig disiplin. Hannaford (1998) uttrykker denne koblingen slik: «I suggest principally that this morality is what mathematics really is: not its results, but the moral agreement between human beings to work together, as near as possible as if all are of equal importance» (Hannaford, 1998, s. 182). Denne forståelsen legger altså vekt på at matematikkens essens ikke handler om de resultat som en oppnår til slutt, men de prosessene som leder fram til svarene og måten kunnskap utvikles gjennom samhandling.

2.3.2 En kritisk matematikkundervisning

Som vi nå har sett argumenterer flere forfattere for at det både er hensiktsmessig og nødvendig å se matematikkundervisningen i sammenheng med skolens bredere demokratiske mandat. Det har blitt løftet fram at matematikkfaget kan være en plass hvor elevene tilegner seg kompetanser som sette dem i stand til å delta i et demokratisk samfunn (Barwell, 2021; Christiansen, 2003; Nissen, 1990; Stemhagen & Smith, 2008) og at vi gjennom å bevege oss vekk fra et tradisjonelt syn på faget kan legge til rette for en dypere refleksjon over matematikkfagets plass i samfunnet (Alrø et al., 2010; Hannaford, 1998; Rasmussen, 2010). En tilnærming til faget slik den har blitt skissert her står i sterk kontrast til det synet på matematikk som dominerer mange plasser i skolen, hvor pugging memorering og læring av løsningssekvenser blir sett på som veien til å tilegne seg matematisk forståelse (Wolfmeyer, 2017).

Allerede for over tre tiår siden ble det sagt at vi i skolen måtte begynne å se på «[...] matematikforståelse som en del af almen dannelse i et højt teknologisk, demokratisk samfunn [...]» (Nissen, 1990, s. 5). En del av den matematikdidaktiske forskningen som har tatt denne utfordringen på stort alvor er den kritiske tradisjonen. I tillegg til å se på matematikkens faglige

relevans i et demokratisk samfunn, utforsker den kritiske tradisjonen hvordan matematikkfaget og matematikkundervisningen i skolen kan bidra til å enten opprettholde eller motvirke strukturelle ulikheter og andre sosiopolitiske utfordringer i samfunnet (Skovsmose, 2020; Wolfmeyer, 2017).

Den kritiske tradisjonen innenfor matematikkutdanning er sammensatt og stadig i utvikling (Skovsmose, 2020; Wolfmeyer, 2017). Noen fellestrekk for forskning og litteratur som kan plasseres innenfor dette feltet er at den er interessert i de sosiale og etiske dimensjonene av matematikkundervisningen. Eksempel på tema som opptar forskere og didaktikere innen den kritiske tradisjonen er hvordan undervisningen kan fremme sosial rettferdighet, være følsom overfor elevenes kulturelle erfaringer og hvordan aktuelle samfunnsutfordringer og konflikter kan tematiseres i matematikkundervisningen (Skovsmose, 2020).

En analyse av ordet kritisk kan hjelpe oss å få et bilde av hva en kritisk tilnærming til matematikkutdanning kan innebære. Ernest (2010) viser til tre ulike dimensjoner av ordet. Det første er knyttet til at et problem er kritisk og henger sammen med at noe befinner seg i en tilstand av krise, som kan defineres som «[...] a turning point where conditions may deteriorate or improve dramatically, or where action is needed to guide events in one direction or another» (Ernest, 2010, s. 66). En annen dimensjon er koblet til kritiske kommentarer eller det å kritisere noe, som ofte knyttes til det å gi uttrykk for motsatte eller negative holdninger overfor et fenomen. Den tredje dimensjonen som Ernest (2010) løfter fram er kritikk som et analytisk grep, som blir forklart slik av forfatteren: «to *critique* is to analyse the merits and faults of something, typically a cultural product, possibly to uncover and evaluate hidden dimensions of meaning and social and cultural significance» (Ernest, 2010, s. 66). Her blir kritikken mer nyansert og analytisk, jamført med å kun gi uttrykk for uenighet.

Med bakgrunn denne tredelte betydningen av begrepet kritikk, lister Ernest (2010) opp fire hovedoppgaver for en kritisk matematikkundervisning. En kritisk matematikkundervisning må 1) granske og kritisk analysere de verdier og normer som er uttalte i den vanlige matematikkundervisningen, 2) stille spørsmål til fagets epistemologi og filosofi, og de teorier og oppfatninger som danner fundamentet for faget. Videre må en kritisk matematikkundervisning 3) vende en kritisk brodd mot aktuelle problemer og utfordringer i samfunnet, og til slutt, så må en kritisk matematikkundervisning 4) stille spørsmål ved (den tradisjonelle) matematikkundervisningen i skolen (Ernest, 2010).

Den kritiske tradisjonen innenfor matematikkdiraktikk og -undervisning etterspør altså at vi vender blikket mot samfunnet rundt oss og analyserer og stille spørsmål til hvordan matematikken blir brukt

til å opprettholde strukturer i samfunnet. Samtidig så fordrer den at vi tenker over matematikkundervisningens eventuelle rolle i å videreføre liknende maktstrukturer innenfor utdanningsfeltet, og hvordan vi som matematikklærere aktivt kan velge en annen retning for vår undervisning.

2.4 Utforming av en demokratisk matematikkundervisning

Aguilar og Zavaleta (2012) fant to tilnærminger til hvordan matematikkundervisningen kan støtte utviklingen av demokratiske kompetanser. Den første handlet om utvikling av såkalte kritiske matematiske ferdigheter: «The term *critical mathematical skills* refers to the mathematical knowledge that allows students to use mathematics to analyse social problems or to address issues relevant in their personal lives» (Aguilar & Zavaleta, 2012, s. 7). Den andre tilnærmingen handlet om å legge til rette for utvikling av demokratiske verdier og holdninger, noe som blir knyttet til å utfordre tradisjonelle holdninger til faget og undervisningen:

[...] proposals to use mathematics to promote democratic values and attitudes require challenging traditional absolutism in the mathematics classroom. Such proposals aim both at modifying the kinds of interactions that occur between the teacher and the students, and at changing the mathematical activities that mediate such interactions. (Aguilar & Zavaleta, 2012, s. 7)

De to strategiene som forfatteren har identifisert legger altså vekt på to ulike sider ved sammenhengen mellom matematikkundervisning og demokrati. Den ene fokuserer på hvordan faglige kompetanser kan bidra til at elevene kan analysere samfunnsmessige problemer. Den andre strategien viser til hvordan organisering av undervisningen og valg av arbeidsmåter kan støtte opp om utvikling av demokratiske holdninger. Videre i denne delen skal vi se på en didaktisk modell som adresserer både faglige kompetanser og organisering av selve undervisningen i matematikkfaget.

2.4.1 En didaktisk modell for en demokratisk matematikkundervisning

Lindenskov (2020) har utviklet en didaktisk modell som beskriver koblingen mellom matematikkundervisning og demokrati. Modellen er presentert i Figur 1 under. Lindenskov (2020) mener at dersom en henter inspirasjon fra denne modellen, vil matematikkundervisningen kunne sette elevene i stand til å identifisere de mekanismene og matematiske modellene som styrer utviklingen i samfunnet.

Figur 1- Didaktisk modell for demokratisk matematikkundervisning (Lindenskov, 2020)

| | <i>Formelle</i> demokratiske systemer med rettigheter | <i>Uformell</i> deltakelse i et levende demokrati |
|--|--|---|
| <i>Hva</i> skal det undervises i og <i>hvorfor</i> ? | Matematikkundervisning om demokratiets spilleregler og medborgerlig deltakelse - f.eks. om algoritmer og statistikk | Matematikkundervisning om undersøkelser og begrunnelse for saksforhold - f.eks. om matematiske modeller med regning, algebra, geometri og statistikk |
| <i>Hvem</i> skal undervises og <i>hvordan</i> ? | Demokratiske rettigheter og adgang til matematisk kompetanse og myndighet | Demokratiske læreprosesser i matematikkundervisningen |

Den første dimensjonen – «Matematikkundervisning om demokratiets spilleregler og medborgerlig deltakelse» – handler ifølge Lindenskov (2020) om å gjøre elevene kjente med formelle demokratiske systemer og å gi de en kritisk forståelse av matematikken som definerer systemene. Et konkret eksempel på denne kategorien kan være at en i undervisningen ser på matematiske modeller og algoritmer som brukes til å vekke stemmer og fordele mandat i stortingsvalget (Lindenskov, 2020). En kan også ser for seg å sammenlikne ulike lands valgsystemer og diskutere fordeler og ulemper med ulike systemer for å fordele mandater.

Den andre dimensjonen – «Matematikkundervisning om undersøkelser og begrunnelse for saksforhold» – tar sikte på å gi elevene kompetanse i å delta i det uformelle, levende demokratiet. Konkret handler det om at en i undervisningen ser på hvordan matematikk blir brukt i politiske debatter og når beslutninger fattes i samfunnet. Her mener Lindenskov (2020) at grunnleggende regneferdigheter ikke er tilstrekkelige, men at eleven må tilegne seg mer avansert kunnskap om matematiske modeller.

Den tredje dimensjonen – «Demokratiske rettigheter og adgang til matematisk kompetanse og myndighet» – beskriver elevenes adgang til en formålstjenlig matematisk kompetanse som et grunnleggende politisk og moralsk spørsmål. Søkelyset er fortsatt på innhold og organisering, men da hvordan dette påvirker elevenes mulighet til å tilegne seg faglig kunnskap. Det demokratiske prinsippet blir her at alle elever, uavhengig av faglig, sosioøkonomisk eller kulturell bakgrunn må kunne få tilgang til den matematiske kompetanse som trengs for å kunne delta i et demokratisk samfunn (Lindenskov, 2020).

Den fjerde og siste dimensjonen – «Demokratiske læreprosesser i matematikkundervisningen» – legger vekt på at elevene skal få delta i demokratiske læreprosesser som forbereder dem på å kunne utøve sine demokratiske rettigheter og å sameksistere i et demokratisk felleskap. Lindenskov (2020) poengterer at dette handler om å arbeide på andre måter enn etter en klassisk IRE-metode (initiering, respons og evaluering). Dette kan for eksempel skje gjennom øving i matematisk argumentasjon og gjennom større grad av samarbeid i læringsprosesser preget av utforskning og utprøving. I tillegg handler det om å bygge opp under elevenes autonomi gjennom involvering i planlegging og gjennomføring av undervisningen.

For å oppsummere modellen så ser vi at den vannrette dimensjonen i modellen skiller mellom de *formelle* og *uformelle* sidene ved demokratiet. Matematikkundervisning som beskjeftiger seg med den formelle siden av demokratisk undervisning ser på formelle demokratiske systemer og rettigheter til å delta i det demokratiske samfunnet. Matematikkundervisning som derimot er opptatt av den uformelle siden av demokrati ser på hvordan elevene kan bli satt i stand til å delta i uformelle fora og diskusjoner, og hvordan vi kan sørge for å modellere demokratiske læringsprosesser i matematikkundervisningen (Lindenskov, 2020).

Den loddrette dimensjonen dreier seg om det som Lindenskov (2020) omtaler som didaktiske kjernesporsmål. Det første spørsmålet er *hva* det skal undervises i og *hvorfor*, som altså er knyttet til valg av faglig innhold og begrunnelsene for hvorfor dette innholdet er viktig. Det andre spørsmålet dreier seg om *hvem* som skal undervises og *hvordan* undervisningen skal gjennomføres. Her setter Lindenskov (2020) søkelyset på hvem det er som blir gitt tilgang til undervisningen (tilpassing og inkludering), og hvilke undervisningsformer som lærere bruker. Til sammen skaper dette fire dimensjoner av en demokratisk matematikkundervisning. Målet med den didaktiske modellen er å vise at «[...] matematikkundervisningens innhold og oppbygning ikke er en verdineutral boble isolert fra samfunnet, men derimot på lengere sikt kan have betydning for demokratiets indretning og borgernes deltakelse» (Lindenskov, 2020, s. 47).

En måte å bygge videre på den kritiske refleksjonen i matematikkfaget, kan være å behandle «kontroversielle tema» i matematikkundervisningen. Hess (2009) legger vekt på at denne typen tema bør ha en politisk dimensjon, og presenterer følgende definisjon: «They are authentic questions about the kinds of public policies that should be adopted to adress public problems» (Hess, 2009, s. 5). Det å tørre gå inn i diskusjoner om kontroversielle tema i undervisningen er en forutsetning for at elevene skal kunne utvikle en reflektert holdning til problemstillinger i samfunnet (Misco, 2011). Hess (2009) utdyper hvordan undervisning som tematiserer kontroversielle temaer kan se ut:

[...] the teaching of controversial political issues has come to describe a lesson, unit, course, or curriculum that engages students in learning about such issues, analysing them, deliberating alternative solutions, and, frequently, taking and supporting a position on which solutions may be based. (Hess, 2009, s. 27)

Her handler det altså ikke kun om å bruke samfunnsmessige spørsmål som kontekst for undervisningen; i tillegg må elevene få mulighet til å analysere, vurdere og formulere mulighet løsninger på reelle problemer.

Et eksempel på et slikt kontroversielt tema kan være å tematisere klimaendringer i matematikkundervisningen – noe vi så vidt har vært innom tidligere i kunnskapsgrunnlaget. Gjennom å arbeide med tallmaterialer og å undersøke avveielser og vurderinger som ligger bak politiske beslutninger, kan elevene bli bevisst den matematikken som ligger bak diskusjonen om klimaendringer. Ved å tematisere dette i matematikkfaget gis elevene anledning å drøfte både matematiske, vitenskapelige, økonomiske og sosiale problemstillinger (Steffensen & Hansen, 2019).

2.4.2 Utfordringer med en demokratisk matematikkundervisning

Aguilar og Zavaleta (2012) har i sin kunnskapsoversikt identifisert noen utfordringer knyttet til å utforme og legge til rette for en demokratisk matematikkundervisning. Den første utfordringen handler om spenningen mellom to idealtyper av oppgaver: åpne og utforskende oppgaver opp mot oppgaver som har sosiopolitisk relevans og kan virke bemyndigende (eng. empowering). Aguilar og Zavaleta (2012) utdyper denne utfordringen ved å stille to spørsmål. Hvordan skal en som lærer agere dersom elevene opplever en oppgave som svært interessant, men som ikke adresserer et relevant samfunnsmessig spørsmål? Og omvendt: Hvordan kan vi utforme oppgaver som adresserer relevant matematisk innhold hentet fra samfunnet, uten at oppgavene mister alle element av utforskning og oppdaging? Forfatteren gir ikke noen svar på disse spørsmålene, men viser til at de er aktuelle refleksjoner læreren må gjøre i utforming av undervisningen.

En annen utfordring som belyses er spenningsforholdet mellom autoritet og demokrati. I klasserommet handler det om at læreren må sørge for en balanse mellom styring og inkludering. Forfatterne konkluderer med at en i denne konteksten må ta hensyn til to viktige poeng:

This tension brings two important points into focus: firstly, in order to promote democracy sometimes it is necessary to engage in non-democratic practices; and secondly, it is important to recognise that democracy requires some kind of authority, but it is also important to be aware that authority can turn into authoritarianism. (Aguilar & Zavaleta, 2012, s. 8)

Aguilar og Zavaleta (2012) løfter til slutt fram utfordringen med en bemyndigende undervisning. Dersom læreren ønsker å vektlegge matematisk innhold og oppgaver som knytter an til sosiopolitiske utfordringer med relevans for elevene, er det ikke sikkert at dette er det samme faglige innholdet eller matematiske kompetanser som blir prioritert av læreplanen eller på prøver. I verste fall kan dette føre til at et genuint ønske om å bemyndige elevene kan resultere i at elevene strever med å få gode nok karakterer. Dette spenningsfeltet, mellom sosiopolitisk spørsmål og oppgaver som er relevante for progresjonen i læreplanen, må læreren orientere seg i og finne en balanse mellom bemyndigende undervisning og faglig innhold som støtter opp om progresjonen i læreplanen (Aguilar & Zavaleta, 2012). Dette er altså noen av de utfordringer som læreren kan møte i arbeidet med å skape en demokratisk matematikkundervisning. I neste del av kunnskapsgrunnlaget skal vi se mer på hva en slik matematikkundervisning har å si for lærerrollen.

2.5 Lærerrollen i en demokratisk matematikkundervisning

I tillegg til å være den som tar beslutninger om utforming av undervisningen og valg av faglig innhold og arbeidsmåter, har læreren en viktig rolle som klasseleder og leder av læringsprosesser i en demokratisk matematikkundervisning (Aguilar & Zavaleta, 2012). En inkluderende undervisning er også et sentralt tema innenfor den kritiske tradisjonen i matematikdidaktikk. Wolfmeyer (2017) kritiserer den tradisjonelle matematikkundervisningen for å ikke i stor nok grad inkludere den mangfoldige elevgruppen læreren møter i klasserommet. Som tidligere nevnt mener Ernest (2010) at en viktig oppgave for kritisk matematikkundervisning er å stille spørsmål ved strukturer, normer og verdier som definerer undervisningen. Det blir derfor viktig å stille spørsmål ved hvorfor en tradisjonell tilnærming ikke alltid klarer å inkludere alle elever i undervisningen. Når vi vet at lærere som utøver god klasseledelse også i størst grad bruker undervisningsstrategier som utfordrer elevene faglig og kognitivt (Bergem, 2018), er det fra et kritisk perspektiv relevant å finne ut av hva vi kan gjøre for å legge til rette for et inkluderende klassemiljø i matematikkundervisningen.

2.5.1 Klasseledelse og inkludering i matematikkundervisningen

I en kunnskapsoversikt av Schmidt (2013) kan vi finne noen svar på hva som kreves av læreren for å legge til rette for en inkluderende undervisning i matematikk. Forfatteren har sett på hvordan matematikklærere praktiserer klasseledelse og hvordan dette påvirker elever sin mulighet til å utvikle sin matematiske kompetanse. Gjennomgangen av forskningslitteraturen på feltet resulterte i fire tema som beskriver sider ved lærerens klasseledelse som hadde særlig betydelse for elevenes faglige utvikling. Jeg velger her å presentere de tre perspektivene på klasseledelse som er relevante for konteksten til denne oppgaven, og fokuserer derfor på lærerens tilnærming til matematikkfaget og elevenes læringsprosesser, samt lærerens tilrettelegging for faglig dialog og deltakelse i

læringsfelleskapet. Det fjerde temaet Schmidt (2013) viser til er betydelsen av læreren arbeider systematisk med å få innsikt i elevenes læringsprosesser; at læreren får en forståelse for hvilken kunnskap elevene har, og hva som skal til for at elevene kan lære seg mer i faget. Dette er selvsagt en viktig side av lærerens arbeid i matematikkfaget, men plasserer seg utenfor fokus i av dette prosjektet.

Vedrørende det første perspektivet – tilnærming til matematikkfaget og elevenes læringsprosesser – viser Schmidt (2013) til et skille mellom lærere som primært er opptatt av at elevene skal produsere riktige svar og lærere som i større grad er opptatt av læringsprosesser som kan bidra til økt forståelse:

En fagforståelse der har fokus på å utvikle elevenes kompetencer til at få øje på og forbinde matematiske sammenhænge, øger muligheden for en faglig progression i forhold til at kunne bearbejde, kommunikere og fortolke numeriske oplysninger. Dette modsat en tilgang der i højere grad centrerer sig om talresultater. (Schmidt, 2013, s. 33)

Videre – med tanke på tilretteleggelse for faglig dialog – viser de gjennomgåtte studiene at det er viktig at læreren inviterer elevene til å delta i en faglig dialog, men at det bør være læreren som leder dialogen. Gjennom å ta styringen over dialogen kan læreren bruke de utfordringene elevene møter og gjøre dem om til muligheter for læring, og ved hjelp av en slik tilnærming demonstrerer læreren at utfordringer er lærerike å snakke om (Schmidt, 2013). Samtidig bør denne ledelsen av den faglige dialogen ikke gå på bekostning av eventuelle alternative måter å beskrive og forstå et problem eller matematiske begrep på. Lærere må være åpne for å tilpasse sin egen faglige forståelse i møte med alternative forklaringsmåter fra elevene (Schmidt, 2013). I tillegg til faglig styring og fleksibilitet er innholdet i dialogen av betydning, og forfatteren oppsummerer funnene knyttet til innhold slik:

Gennem autentiske spørgsmål kan læreren etablere en undersøkende samtale hvor eleven argumenterer matematisk, og hvor det værdsættes at tanke sig om i stedet for at komme med et hurtigt resultat. I stedet for at fastholde den planlagte læreproces må læreren være villig til at lede dialogen i en anden retning for at følge elevens tankegang og ikke holde fast i egne ræsonnementer. (Schmidt, 2013, s. 35)

Til slutt viser også litteraturgjennomgangen betydningen av læringsfelleskapet i klasserommet. I denne sammenheng blir lærerens oppgave å legge til rette for og aktivt oppfordre elever til å forklare fremgangsmåter og stille spørsmål til hverandres strategier. For at elevene skal utvikle evnen til å forklare og spørre på gode måter må dette undervises eksplisitt av læreren. Læreren kan

gjennom sin klasseledelse legge til rette for trygge rammer og et faglig fokus hvor denne typen av interaksjon blir mulig (Schmidt, 2013).

2.5.2 Om lærerrollen fra den tidligere kunnskapsoversikten

Lærerens betydning var et sentralt tema i kunnskapsoversikten til Aguilar og Zavaleta (2012). Jeg har derfor valgt å gjengi de sentrale funnene i et eget delkapittel. Aguilar og Zavaleta (2012) konkluderer med at en demokratisk matematikkundervisning stiller krav til lærerens matematikkfaglige/-didaktiske og pedagogiske ferdigheter, og at de i tillegg må innta en anerkjennende holdning overfor elevene. Konkret handler dette om at lærere må ha gode nok faglige kunnskaper for 1) å kunne se og forstå hvordan matematikk blir brukt i samfunnet utenfor skolen og, 2) for å finne måter å koble sammen relevant faglig innhold med sosiopolitiske og kulturelle kontekster utenfor skolen. Videre stiller denne typen av undervisning krav til lærerens pedagogiske kompetanse. Aguilar og Zavaleta (2012) utdyper:

A mathematics classroom that aims to promote democratic values and attitudes should model deliberative interaction, argumentation, critical analysis of the information, and respect for the ideas of others. These features require that teachers possess the pedagogical skills to manage and promote such dynamics in the classroom. (s. 9)

I tillegg til faglige og pedagogiske ferdigheter peker flere av artiklene i litteraturgjennomgangen på at en matematikkundervisning som fremmer demokratiske kompetanser stiller krav til noen spesifikke holdninger hos lærerne. Holdninger som blir trukket fram som viktige er mellom annet en kritisk holdning til det faglige innholdet og utformingen av undervisningen – læreren må tørre å si ifra og agere dersom noen av delene innvirker negativt på elevenes mulighet til bemyndigelse og utvikling av relevant matematisk kompetanse. Videre bør læreren etterstrebe en egalitær behandling av elevene i klasserommet, og da særlig med tanke på deltakelse i læringsprosessen. Læreren bør oppmuntre til aktiv deltakelse og ikke se på elevenes forsøk og feil som noe negativt, men som muligheter til faglig dialog og utvikling.

Til slutt handler det også om at lærere må være villige til å gi slipp på noe av kontrollen og den autoriteten som en kanskje til vanlig er vant med å holde på i klasserommet. Dette knyttes både til ledelse av læringsprosessen og styring av det faglige innholdet. Læreren kan agere som rollemodell for elevene ved å finne en balanse mellom autoritetsrollen og elevenes mulighet til å utfordre denne autoriteten. Som forfatterne påpeker stiller dette altså krav til at læreren er villig til å gi slipp på noe av den tradisjonelle styringen i klasserommet. Å åpne opp for denne typen utfordringer fra elevene er en viktig karakteristikk ved en demokratisering av undervisningen (Aguilar & Zavaleta, 2012). Den andre siden av det å gi slipp på noe av kontrollen handler om at læreren må være villig i stå i en

faglig usikkerhet. De åpne og utforskende oppgavene som etterspørres av mange av artikkelforfatterne gjør at progresjonen i en undervisningsøkt kan være vanskelig å forutsi. Men for at denne typen av oppgaver skal kunne nå sitt fulle potensial må læreren klare å navigere denne usikkerheten (Aguilar & Zavaleta, 2012).

Som vi ser så stiller altså en demokratisk matematikkundervisning en rekke krav til lærerens forståelse av egen rolle og tilretteleggelse i klasserommet. Et grunnleggende trekk ved denne type matematikkundervisningen er et fokus på inkludering av alle elever (Wolfmeyer, 2017) En måte å tilnærme seg dette er ved å legge til rette for et klassemiljø hvor læringsprosessene prioriteres fremfor å raskt finne fram til riktig svar, og hvor faglige dialoger og samtaler er en naturlig del av undervisningen (Schmidt, 2013). Utover den pedagogiske tilretteleggelsen stiller undervisningen også krav til lærerens faglige kunnskap da han må kunne relatere det faglige innholdet til sosiopolitiske kontekster (Aguilar & Zavaleta, 2012). I tillegg må læreren kunne akseptere å stå i åpne og usikre læringsprosesser samme med elevene (Aguilar & Zavaleta, 2012).

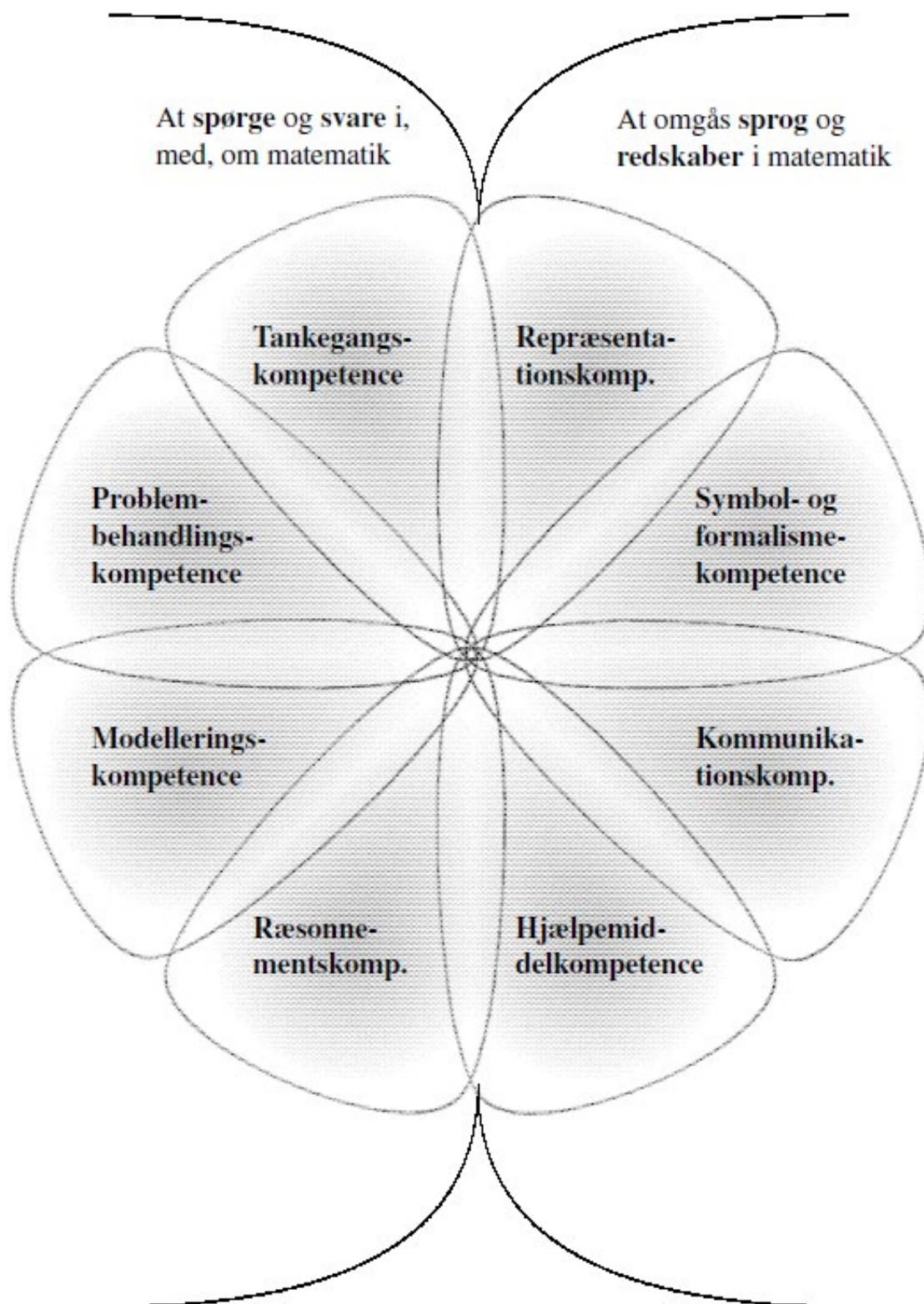
2.6 Matematiske kompetanser i en demokratisk matematikkundervisning

Til nå i kunnskapsgrunnet har vi på sett flere måter å beskrive hvordan en demokratisk matematikkundervisning fremmer viktige demokratiske kompetanser. Men et spørsmål som i mindre grad har blitt aktualisert er hvordan en demokratisk matematikkundervisning kan bygge opp under viktige matematiske kompetanser. Som avslutning på kunnskapsgrunnet vil jeg derfor vise til noen sentrale aspekter ved matematisk kompetansen som kan være viktige i en demokratisk matematikkundervisning.

2.6.1 Konkretisering av matematiske kompetanser

En måte å tilnærme seg spørsmålet om hva slags matematiske kompetanser som kan aktualiseres i en demokratisk matematikkundervisning, er å se nærmere på selve kompetansebegrepet. En mulig definisjon på matematisk kompetanse er at det er en «[...] innsigtsfuld parathed til at handle hensigtsmæssigt i situationer, som rummer en bestemt slags matematiske utfordringer» (Niss et al., 2002, s. 43). Som en utdyping av dette kompetansebegrepet har Niss og kollegaer (2002) definert åtte ulike delkompetanser, som til sammen beskriver hvordan elevene kan bli i stand til å handle innsiktsfullt og hensiktsmessig i situasjoner som adresserer matematiske utfordringer. For en visuell framstilling av kompetansene se Figur 2 på neste side. Slik som det framgår av figuren, deles de åtte kompetansene opp i to grupper. Det å kunne spørre og svare i, med og om, matematikk konkretiseres i *tankegang-, problembehandling-, modellerings- og resoneringskompetanse*. Den andre gruppen handler om å nytte språk og redskaper i matematikk, og konkretiseres i *representasjons-, symbol- og formalisme-, kommunikasjons-, og hjelpemiddelskompetanse*.

Figur 2 - Visuell representasjon av de åtte matematiske kompetansene (Niss et al., 2002)



Slik som det framgår av den visuelle framstillingen i Figur 2, så er det en viss overlapping mellom kompetansene. Niss og kollegaer (2002) framhever også at oppdelingen i grupper ikke skal tolkes for bokstavelig, og at det også vil være overlapping mellom kompetanser på tvers av de to gruppene. Selv om det altså kan være utfordrende å isolere de ulike kompetansene fra hverandre, så ser jeg det som hensiktsmessig å løfte fram noen av kompetansene som er kan være ekstra relevante i konteksten av dette prosjektet. Under vil jeg presentere de kompetansene fra modellen til Niss og kollegaer (2002) som jeg mener er ekstra aktuelle i lys av en demokratisk matematikkundervisning.

Den første kompetansen jeg har lyst å løfte fram er *modelleringskompetanse*. Denne kompetansen består av to deler. Dels handler det om å kunne analysere matematiske modeller og vurdere deres holdbarhet og rekkevidde, samt å kunne avkode og fortolke modellelementer og resultater i de situasjonene som modellene beskriver. Den andre siden av kompetansen handler om å kunne konstruere matematiske modeller i en bestemt sammenheng, for slik å kunne bruke matematikken til å analysere spørsmål som ikke er direkte matematiske, men hentet utenfra fagets rammer (Niss et al., 2002). Denne matematiske kompetansen kan aktualiseres gjennom analysen av politiske spørsmål og andre kontroversielle temaer hvor bruk av matematiske modeller eller algoritmer har en nøkkelrolle.

Det er her verdt å merke seg det skillet Niss og kollegaer (2002) tegner opp mellom modelleringskompetansen og *problembehandlingskompetanse*. De viser til at dersom modelleringskompetansen skal aktualiseres så må oppgaven eller situasjonen som skal modelleres kreve at elevene skal ta beslutninger, gjøre antagelser og samle inn data eller opplysninger. Oppgaven eller situasjonen må med andre ord inneholde elementer av usikkerhet eller ukjente størrelser. I tilfeller hvor det ikke bli stilt krav om en slik tilnærming – når alle sider ved den matematiske problemstillingen er kjent – vil det primært være problembehandlingskompetansen som elevene får arbeide med. Selv om det altså er et skille mellom disse kompetansene vil det være en overlapping mellom de to når elevene arbeider med de konkrete matematiske modellene. Alt som går utover arbeid med selve modellen – for eksempel innsamling og bearbeiding av data og analyse av ikke-matematiske elementer – vil sortere under modelleringskompetanse. En demokratisk matematikkundervisning vil altså kunne aktualisere både problembehandlings- og modelleringskompetanse.

Videre vil jeg peke på *representasjonskompetanse*, som handler om å forstå og kunne bruke ulike former for representasjoner av matematiske objekter, fenomener, problemer eller situasjoner (Niss et al., 2002). Om elevene skal kunne bruke sin matematiske kunnskap til å adressere samfunnsmessige problemer vil det være avgjørende at de behersker ulike matematiske

representasjonsformer, slik som tabeller, grafer, diagrammer og andre visuelle representasjonsformer. Og omvend, det å måtte øve seg i å forstå representasjoner av matematiske forhold slik de blir framstilt i media, vil kunne styrke elevenes representasjonskompetanse i matematikkfaget. Det er en nær forhold mellom representasjonskompetanse og *kommunikasjonskompetanse*, ettersom det å kommunisere i og om matematikk stiller krav til å kunne representere det matematiske saksforhold som skal kommuniseres (Niss et al., 2002). Kommunikasjonskompetanse handler om å kunne forstå, analysere og selv produsere muntlige, skriftlige og visuelle tekster med et matematisk innhold (Niss et al., 2002). Som flere forfattere har pekt på (f.eks. Christiansen, 2003; Lindenskov, 2020; Nissen, 1990; Skovsmose, 2020), vil en demokratisk matematikkundervisning være opptatt av å gi elevene verktøyene til å kunne analysere og drøfte hvordan matematikken blir brukt i samfunnet rundt oss. Dette vil nødvendigvis bety at elevene må kunne forstå og analysere tekst som inneholder matematiske representasjoner.

2.6.2 Instrumentell og relasjonell forståelse

Utover å se på hva slags matematiske kompetanser som kan styrkes i en demokratisk matematikkundervisning, kan det også være interessant å se på hva slags forståelse for faget en slik type undervisning kan bidra til. En mulig tilnærming til å drøfte dette er å se på det klassiske skillet mellom instrumentell forståelse og relasjonell forståelse, som ble formulert av Richard Skemp på slutten av 1970-tallet (Star, 2014).

En instrumentell forståelse knyttes til innlæring av regler og faste løsningsmåter der progresjonen i faget er synonym med tilegnelse av flere og mer avanserte regler og fremgangsmåter (Skemp, 1976). En relasjonell forståelse handler i større grad om å bygge opp begrepsmessige strukturer og å lære å se sammenhenger mellom begrepene (Skemp, 1976). Denne typen forståelse krever at en både kan løse den aktuelle oppgaven og forstå hvorfor svaret en får er riktig (Wæge & Nosrati, 2015). Den instrumentelle forståelsen knyttes ofte til en tradisjonell og formidlende undervisning, mens relasjonell forståelse settes i sammenheng med en undersøkende og elevaktiv tilnærming til faget (Wæge & Nosrati, 2015). Tidligere i kunnskapsgrunnlaget har vi sett at en demokratisk matematikkundervisning settes i sammenheng med konstruktivistiske og elevaktive arbeidsmåter (Stemhagen & Smith, 2008). Flere forfattere beskriver også hvordan matematikk kan brukes til å oppdage og analysere viktige fenomener i samfunnet (f.eks. Christiansen, 2003; Ernest, 2010; Lindenskov, 2020; Nissen, 1990; Wolfmeyer, 2017). Med andre ord vil en slik undervisning kreve at elevene ikke lenger er passive mottakere av ferdige oppskrifter og kunnskap, men at det er aktive i sine egne læringsprosesser og klarer å identifisere hvordan matematikken de lærer kan settes inn i

en større sammenheng. En kan derfor argumentere for at en demokratisk matematikkundervisning kan bidra til å styrke elevenes relasjonelle forståelse for faget.

Ut ifra denne korte gjennomgangen av noen utvalgte kompetanser og overordnede målsetninger for matematikkundervisningen, ser vi at det vil være mulig å argumenter for at en demokratisk matematikkundervisning også vil kunne bidra positivt til utvikling av fagspesifikke matematiske kompetanser. Utover å bidra til styrke utvalgte sider ved elevenes matematiske kompetanse, så vil arbeid med samfunnsmessige spørsmål hentet fra virkeligheten ha en affektiv side - mange elever vil kunne oppleve det som gøy og motiverende å arbeide med problemer hentet fra den virkelige verden (Maasz & O'Donoghue, 2011).

Med dette kunnskapsgrunnlaget har jeg så definert det teoretiske utgangspunktet for dette forskningsprosjektet. Jeg har redegjort for relevante perspektiver på demokrati og utdanning, sett på medborgerskapsbegrepet og hvordan dette blir oppfattet av elever i en nordisk kontekst. Deretter beveget jeg meg over til matematikkundervisningen og redegjorde for noen sentrale koblinger mellom demokrati medborgerskap og matematikkundervisning, for å så se på hva en demokratisk matematikkundervisning kan ha å si for praksis i klasserommet. Til slutt har jeg argumentert for hvordan en demokratisk matematikkundervisning også kan hjelpe elevene til å utvikle noen sentrale matematiske kompetanser og en relasjonell forståelse for faget. Etter å nå ha etablert de teoretiske rammene for oppgaven, vil jeg i neste kapittel redegjøre for prosjektets design og den metoden jeg har brukt for å gjennomføre kunnskapsgjennomgangen.

3 Metode

I det forrige kapittelet skrev jeg fram mitt teoretiske ståsted og definerte hvor i fra min undersøkelse begynner. I dette kapittelet vil jeg forankre oppgaven i det metodologiske universet; jeg vil beskrive hvordan jeg har gått frem for å finne svar på min problemstilling. Jeg vil først beskrive hvilken metode jeg har valgt for analyse av de inkluderte forskningsartiklene, for å så gjøre rede for kunnskapsoversiktens design.

3.1 Valg av metode

Valg av metode styres i stor grad av konteksten for forskningsprosjektet og hvilken type problemstilling forskningen utgår fra, og hva som er den beste metoden for å besvare denne problemstillingen (Alvesson & Sköldbberg, 2018; Mason, 2018). Da jeg i dette prosjektet baserer meg på empiri i form av forskningsartikler, må jeg bruke en metode som egner seg for å hente ut informasjon fra disse tekstene. En metode som egner seg godt for denne typen forskning er innholdsanalyse. «As a research technique, content analysis provides new insights, increases a researcher's understanding of particular phenomena, or informs particular actions» (Krippendorff, 2013, s. 24) Jeg ser på dette som en god egnet metode for å analysere og hente ut informasjon fra de artiklene som inngår i min kunnskapsoversikt.

Mitt arbeid med å lese og systematisere funn fra artiklene hadde mange likhetstrekk med en kvalitativ innholdsanalyse, som blir omtalt som standardmetoden for å analysere tekst innenfor den humanistiske forskningstradisjonen (Mayring, 2015). Den kvalitative innholdsanalysen har ofte som mål å kombinere elementer fra både en kvantitativ og en kvalitativ tilnærming til tekstanalyse. Kort oppsummert så starter analysen ofte med at forskeren med et fortolkende blikk, skaper kategorier som beskriver innholdet i teksten for å så kvantifisere hvor vanlig forekommende de ulike kategoriene er (Mayring, 2015). Senere i kapitelet vil jeg gå i mer detalj på hvordan jeg har arbeidet med gjennomlesing av artiklene og hvordan de ulike analytiske kategoriene ble utviklet.

3.2 Kunnskapsoversiktens design

Et forskningsprosjekts design kan ses på som retningslinjer for hvordan arbeidet skal utføres; designet viser til hva det er som skal undersøkes, hvem som skal delta, hvor undersøkelsen skal utføres og hvordan den skal gjennomføres (Thagaard, 2018). Prosessen med å tenke over hva slags design en ønsker vil starte tidlig – gjerne allerede i det en formulerer sin problemstilling – men er også en dynamisk prosess som kan endres utover i forskningsprosessen (Mason, 2018).

En sentral del av designet av forskningsprosjektet handler om å velge metodisk tilnærming for å undersøke problemstillingen (Thagaard, 2018). En viktig oppgave for utdanningsforskning er å bidra

med innsikt i problemstillinger som kan sette aktører innenfor utdanningssektoren bedre i stand til å ta informerte beslutninger (Biesta, 2020). Dette er en oppgave jeg har hatt et ønske om å adressere i dette prosjektet. Jeg har derfor valgt å gjennomføre en gjennomgang av aktuell forskning, for å kunne si noe om min problemstilling: *Hva karakteriserer en matematikkundervisning som tematiserer demokrati og medborgerskap?* Jeg har valgt å gjennomføre en systematisk gjennomgang av empirisk klasseromforskning, som på ulike måter belyser sammenhengen mellom matematikkundervisning og demokrati og medborgerskap.

I engelskspråklig forskningslitteratur blir metoden jeg har valgt omtalt som *systematic review* (jf. Dickson et al., 2017; Hammersley, 2020; Newman & Gough, 2020; Oliver & Tripney, 2017). Inspirert av Kunnskapssenter for utdanning, og deres arbeid med å sammenstille forskningskunnskap innenfor ulike felt i utdanningsvitenskapen, velger jeg å bruke den norske oversettelsen «systematisk kunnskapsoversikt» (jf. Lillejord et al., 2016, 2017).

Det finnes flere grunner til hvorfor jeg mener at en systematisk kunnskapsgjennomgang er en god egnet metode for å svare på den aktuelle problemstillingen. For det første så er sammenstilling og oppsummering av forskningskunnskapen er en etablert forskningsmetode og har lang historikk innenfor samfunns- og utdanningsvitenskapene (Forsberg & Sundberg, 2019). Videre har kunnskapsoversikter hatt en viktig rolle i utdanningsforskning, da de kan bidra til å gi oversikt over den kumulative kunnskapen på et felt (Boote & Beile, 2005). Et tredje argument er at kunnskapsoversikter bidrar til å gjøre forskningsbasert kunnskap tilgjengelig for de som fatter beslutninger om hvordan undervisningen og praksisen i klasserommene kan utformes (Oliver & Tripney, 2017; Qvortrup, 2016). Kunnskapsoversikter kan dermed bidra med viktig kunnskap som kan gjøre at en kan utvikle en forskningsinformert praksis i klasserommet (Carlgren, 2019; Forsberg & Sundberg, 2019). Et fjerde argument er knyttet til statusen på forskningsfeltet. Å gjøre kunnskap tilgjengelig for lærere og ledere i skolen kan være ekstra viktig i dag, da utdanningsforskning er et forskningsområde i stor vekst og hvor den store mengden publisert forskning kan gjøre det vanskelig å skaffe seg et oppdatert bilde over kunnskapsfronten (Denner et al., 2017; Eriksson Barajas et al., 2013).

Til slutt vil jeg trekke fram en litt mer personlig begrunnelse for å gjennomføre en systematisk kunnskapssammenstilling. Det er en metode som er godt egnet for å opparbeide seg kunnskap og forståelse for ulike forskningsmetoder og til å utvikle ferdigheter i å finne, vurdere og sammenstille forskningsfunn (Dickson et al., 2017). For å kunne utføre meningsfylt forskning på et felt må man først bli godt kjent med den eksisterende forskningslitteraturen (Boote & Beile, 2005). Med denne metoden vil jeg altså både kunne utvikle mine ferdigheter i å lese, vurdere og sammenstille

forskningsslitteratur, samtidig som syntesen av forskningsartiklene kan være en kilde til kunnskap med relevans utenfor rammene for denne masteroppgaven.

Som vi nå har sett finnes det mange gode grunner til hvorfor en systematisk kunnskapsgjennomgang er en god egnet metode for dette forskningsprosjektet. Samtidig er det verdt å merke seg at kunnskap fra forskning ikke alene vill kunne fortelle hvordan undervisningen i klasserommet skal se ut. Biesta (2020) poengterer at kunnskap fra forskning alltid må tolkes inn i den bestemte konteksten en står i og at denne typen kunnskap kan bidra til å informere valgene en tar, men bør ikke alene styre hvordan undervisningen utformes – i denne typen valg må både kunnskap fra forskning og lærerens profesjonelle dømmekraft spille inn (Biesta, 2020; Qvortrup, 2016). Med andre ord vil en kunnskapsoversikt som dette prosjektet basere seg på kun bidra med en del av helheten når ny praksis skal utformes i klasserommet. Videre i dette kapittelet vil jeg redegjøre for hvordan jeg har gjennomført kunnskapsgjennomgangen. Målet med denne gjennomgangen er å styrke oppgavens gjennomsiktighet og pålitelighet.

3.3 Systematisk kunnskapsgjennomgang som metode

En kunnskapsgjennomgang av forskning kan ta mange former, og metoden forstås noe ulikt av forskere avhengig av teoretisk ståsted og metodologisk tradisjon (se f.eks. Gough & Thomas, 2017; Oliver & Tripney, 2017; Suri, 2014). Hvilken type kunnskapsgjennomgang som blir brukt vil i stor grad styres av målet med forskningsprosessen, hvilke kunnskapssyn som fremmes av forskeren/forskergruppen, samt hvor mye og hvilken type forskning som allerede er publisert på feltet som utforskes (Denner et al., 2017). I en oversikt gjennomført i 2009 ble 14 forskjellige kategorier av kunnskapsoversikter identifisert, samtlige med flere underkategorier (Grant & Booth, 2009). Med bakgrunn i dette sammensatte bildet, vil jeg i dette delkapittelet ramme inn min forståelse av hva det metodologisk vil si å gjennomføre en systematisk kunnskapsgjennomgang, og hvor jeg plasserer meg i det store mangfoldet av tilnærminger til kunnskapsgjennomganger.

3.3.1 Sammenstillende eller konfigurativ kunnskapsgjennomgang

Newman og Gough (2020) forstår *systematic review* som en samlebetegnelse for en rekke tilnærminger som har til felles at de sammenstiller funn fra primærforskning, for å svare på et eller flere forskningsspørsmål. De skiller mellom to overordnede tilnærminger, eller logikker som forfatterne omtaler det som: en sammenstillende (eng. aggregative) og en konfigurativ (eng. configurative). Med en sammenstillende tilnærming, som nok er den mange først og fremst forbinder med systematiske kunnskapsgjennomganger, er forskeren opptatt av å sammenstille tegn på effekt og forandring. I utdanningsvitenskap vil dette typisk handle om effekter av intervensjoner eller bestemte pedagogiske eller didaktiske tilnærminger. Sammenstillende

kunnskapsgjennomganger blir gjerne gjennomført på forskningsfelt hvor det allerede eksisterer mye primærforskning om effekten av ulike intervensjoner og tiltak (Newman & Gough, 2020).

Kunnskapsgjennomganger med en konfigurativ tilnærming er mer utforskende, prøvende og iterativ, og er mer opptatt av å kartlegge en variasjon innenfor et gitt forskningsområde. Denne typen kunnskapsgjennomganger blir ofte gjennomført på forskningsfelt hvor det eksisterer begrenset med forskning fra tidligere, eller hvor forskningen er mer mangfoldig med tanke på metode og tematikk (Newman & Gough, 2020).

Med bakgrunn i flere preliminnære søk stod det klart for meg at mesteparten av forskningen på feltet var brukte kvalitative metoder, og at både tema og fremgangsmåte for forskningen var preget av en stor heterogenitet. Jeg så derfor på det som hensiktsmessig å ta i bruk en konfigurativ tilnærming til gjennomgangen av forskningen.

Oliver og Tripney (2017) peker på at en med en konfigurativ tilnærming til en systematisk kunnskapsgjennomgang kan utforske nye perspektiver eller utvikle teori ved å sammenstille tidligere funn. Forskeren vil da ofte stille et åpent forskningsspørsmål og arbeide med tentative teoretiske konsepter. Jeg mener at dette godt beskriver min problemstilling og de forskningsspørsmålene jeg har formulert for å gi retning til dette prosjektet

3.3.2 Grad av systematikk i en systematisk kunnskapsgjennomgang

Når jeg velger å omtale metoden jeg bruker som systematisk kunnskapsgjennomgang, er jeg samtidig klar over at *systematic review* tradisjonelt har blitt brukt om svært rigorøse kunnskapsgjennomganger som oftest har blitt gjennomført av forskergrupper med betydelig større ressurser i form av tid og kunnskap enn hva som er mulig i et forskningsprosjekt innenfor rammene av en masterutdanning.

Gough og Thomas (2017) mener at selv om alle systematiske kunnskapsgjennomganger bør utføres etter nøye definerte prinsipper, vil konteksten styre hvor stor grad av systematikk som preger disse prinsippene. Forfatterne løfter fram at tilgjengelige ressurser for den som gjennomfører kunnskapsgjennomgangen vil være avgjørende (Gough & Thomas, 2017). Da denne kunnskapsgjennomgangen gjennomføres innenfor rammene av en masterutdanning vil den begrensede tidsrammen og det faktum at jeg gjennomfører prosjektet alene, legge noen begrensninger på graden av systematikk og hvor rigorøse kriterier jeg klarer å holde meg til i forskningsprosessen.

Hammersley (2020) gjør oss oppmerksomme på at det kan være hensiktsmessig med en litt mindre rigorøs tilnærming til gjennomgang og rapportering av en systematisk kunnskapsoversikt:

[...] exhaustive and fully transparent specification of the reviewing process is an ideal that is hard to realise, since judgment is always involved in the synthesis process. Furthermore, there are disadvantages to pursuing this ideal of formalisation *very far*, since it downgrades the important role of imagination and creativity, as well as of background knowledge and scientific sensibility. Here, as elsewhere, some assessment has to be made about the relative advantages and disadvantages of formalisation, necessarily trading these off against one another, in order to find an appropriate balance. (Hammersley, 2020, s. 35)

Det vil altså i noen grad være opp til den som utfører kunnskapsgjennomgangen å finne en balanse mellom det å følge kravene til struktur og kreativitet i prosessen med å syntetisere funnene i litteraturen. Når dette er sagt, så er min ambisjon å gå systematisk til verks både i gjennomgang og rapportering av funn i artiklene. Som Hammersley (2020) oppfordrer til, vil jeg prøve å finne en balanse mellom tidsbruk, gjennomsiktighet i rapportering og leservennlighet, da jeg ønsker at denne oppgaven skal oppleves som tilgjengelig også for et bredere publikum. I tillegg vil også metodene i den forskningen som utgjør grunnlaget for kunnskapsgjennomgangen påvirke hvor store krav som stilles til systematikk i forskningsprosessen. Cherry og kollegaer (2017) poengterer at det i systematiske kunnskapsgjennomganger basert på kvantitative studier er vanlig med strikte regler for hvordan resultatene fra de ulike studiene skal rapporteres. Når en derimot primært baserer seg på kvalitative studier, er det vanlig med en mer dynamisk og fleksible syntese av funnene i artiklene (Cherry et al., 2017). Da denne kunnskapsgjennomgangen primært baserer seg på kvalitative studier kan det altså være hensiktsmessig med en mer dynamisk synteseprosess.

Hammersley (2020) nyanserer også hvor uttømmende et litteratursøk i en kunnskapsgjennomgang må være. Han viser til at et økt antall artikler ikke automatisk vil gi oversikten en større verdi, men at det i like stor grad handler om å vurdere validiteten og kvaliteten til de studiene som tas med i oversikten. Når en kunnskapsgjennomgang gjennomføres innenfor rammene av et masterprosjekt vil det være ekstra viktig å være pragmatisk i henhold til tidsbruk, og det vil være nødvendig å ta noen pragmatiske valg når det gjelder omfang på litteratursøket (Dundar & Fleeman, 2017b). Dette er en vanlig målsetting med en konfigurativ kunnskapsgjennomgang og fordrer at en får tilgang på nok artikler for å kunne danne et bilde av forskningsfeltet, men trenger ikke nødvendigvis å prioritere et fullstendig uttømmende litteratursøk (Oliver & Tripney, 2017). For å avgrense mengden artikler jeg måtte syntetisere i dette prosjektet noe, har jeg valgt å kun søke etter artikler publisert i fagfelleverderte tidsskrifter og avgrenset antallet søkefraser. Disse avgrensingen blir drøftet i mer detalj i neste delkapittel.

3.4 Gjennomføring av en systematisk gjennomgang

Målet med gjennomgangen i dette prosjektet er altså at finne en bredde av empirisk forskning som beskriver koblingen mellom demokrati og medborgerskap og matematikkundervisning, for å kunne si noe om hvordan undervisningen kan utformes i klasserommet. I en tidligere kunnskapsoversikt ble det konstatert at det er gjort lite empirisk forskning på koblingen mellom demokrati og matematikkundervisning (Aguilar & Zavaleta, 2012). Jeg velger derfor å prioritere å få et overblikk over en bredde av empirisk forskning, fremfor å tillempe smale utvalgs-kriterier for å gå i dybden på en avgrenset del av forskningsfeltet. Videre i dette delkapittelet vil jeg beskrive hvordan jeg har gått frem når jeg planla og gjennomførte kunnskapsgjennomgangen, og vil begrunne valgene jeg har tatt med bakgrunn i relevant litteratur.

3.4.1 Søkestrategi

Som et første trinn i å utforme en søkestrategi kan en gjennomføre et preliminært litteratursøk. I den engelske litteraturen blir dette omtalt som *scoping search* – denne typen tidlige søk har til hensikt å gi forskeren et overblikk over hva som finnes av publisert forskning på feltet (Dundar & Fleeman, 2017b). Med bakgrunn i dette preliminære søket kunne jeg konstatere at det finnes svært lite forskning om koblingen mellom demokrati og matematikkundervisning publisert på skandinaviske språk. Jeg har derfor valgt å primært søke etter engelskspråklig forskning, og har gjennomført søk på databasene *ERIC* og *Web of Science*, som er to sentrale databaser for utdannings- og samfunnsvitenskapelig forskning (Røkenes & Krumsvik, 2014)

Videre fant jeg at hoveddelen av forskningen så ut til å ha brukt en kvalitativ tilnærming, men at det også var noen kvantitative studier på feltet. Dette gjorde at jeg valgte å inkludere både kvalitative og kvantitative studier i kunnskapsgjennomgangen. Det var også i det preliminære søket jeg fant den tidligere litteraturgjennomgangen av Aguilar og Zavaleta (2012) som er omtalt i kunnskapsgrunnlaget.

En siste viktig oppgave til de preliminære søkene er å finslipe søkeordene og de utvalgs-kriteriene en bruker i hovedsøket (Dundar & Fleeman, 2017b). Med bakgrunn i nøkkelord og gjennomlesing av abstraktene i noen av de tidlige søkene, utviklet jeg søkefraser bestående av følgende ord: Mathematics Education, Critical Mathematics Education, Democracy, Citizenship, Emancipation og Empowerment. Frasene baserer seg på ord og tema som var hyppig forekommende i flere av artiklene jeg fant i de tidlige søkene. Jeg er klar over at disse frasene ikke er uttømmende, og at det også hadde vært mulig å ta med ord som «equity» og «social justice» i søkefrasene. Som jeg har vært inne på tidligere var jeg likevel nødt til å avgrense mengden artikler i noen grad. Dette er en av grunnen til at jeg ikke valgte å inkludere flere ord i søkefrasene. I tillegg tar flere av artiklene opp

likebehandling, inkludering og matematikkens rolle i å motarbeide sosiale hierarkier. Sånn sett så er også flere tema som ikke blir eksplisitt adressert av søkefrasene. Videre i dette kapitlet vil jeg redegjøre for hvordan jeg har valgt ut de artiklene som er inkludert i kunnskapsgjennomgangen. Utvalgskriteriene presenteres i Tabell 1 på neste side.

Tabell 1 - Utvalgskriterier for litteratursøk

| Kriterier | Inkludert | Ekskludert |
|---------------------|---|---|
| Databaser | ERIC, Web of Science | Andre databaser |
| Publiseringsperiode | 2011-2020 | Før 2011 og etter 2020 |
| Type publisasjon | Fagfellevurderte forskningsartikler | Bøker og bokkapittel, rapporter, innlegg fra konferanser, og annen «grå litteratur». ^a |
| Forskningsfokus | Empiriske studier (primærforskning) som undersøker sammenheng mellom matematikk- og demokratiundervisning | Andre kunnskapsoversikter eller teoretiske forskning. Forskning som kun ser på ett av de aktuelle temaene |
| Språk | Engelsk, norsk, svensk og dansk | Andre språk |
| Deltakere/målgruppe | Forskning gjennomført med elever og lærere | Annen empirisk og all teoretisk forskning |
| Trinn/aldersgruppe | Grunnskole og videregående (1.-13. trinn) | Barnehage, voksenutdanning og høyere utdanning (høgskole/universitet). |

^a Grå litteratur er en vanlig samlebetegnelse for litteratur som ikke er publisert i fagfellevurderte tidsskrifter, for eksempel rapporter fra konferanser, bøker og bokkapittel, studentoppgaver, doktorgradsarbeid og avisartikler (Dundar & Fleeman, 2017b; Røkenes & Krumsvik, 2014)

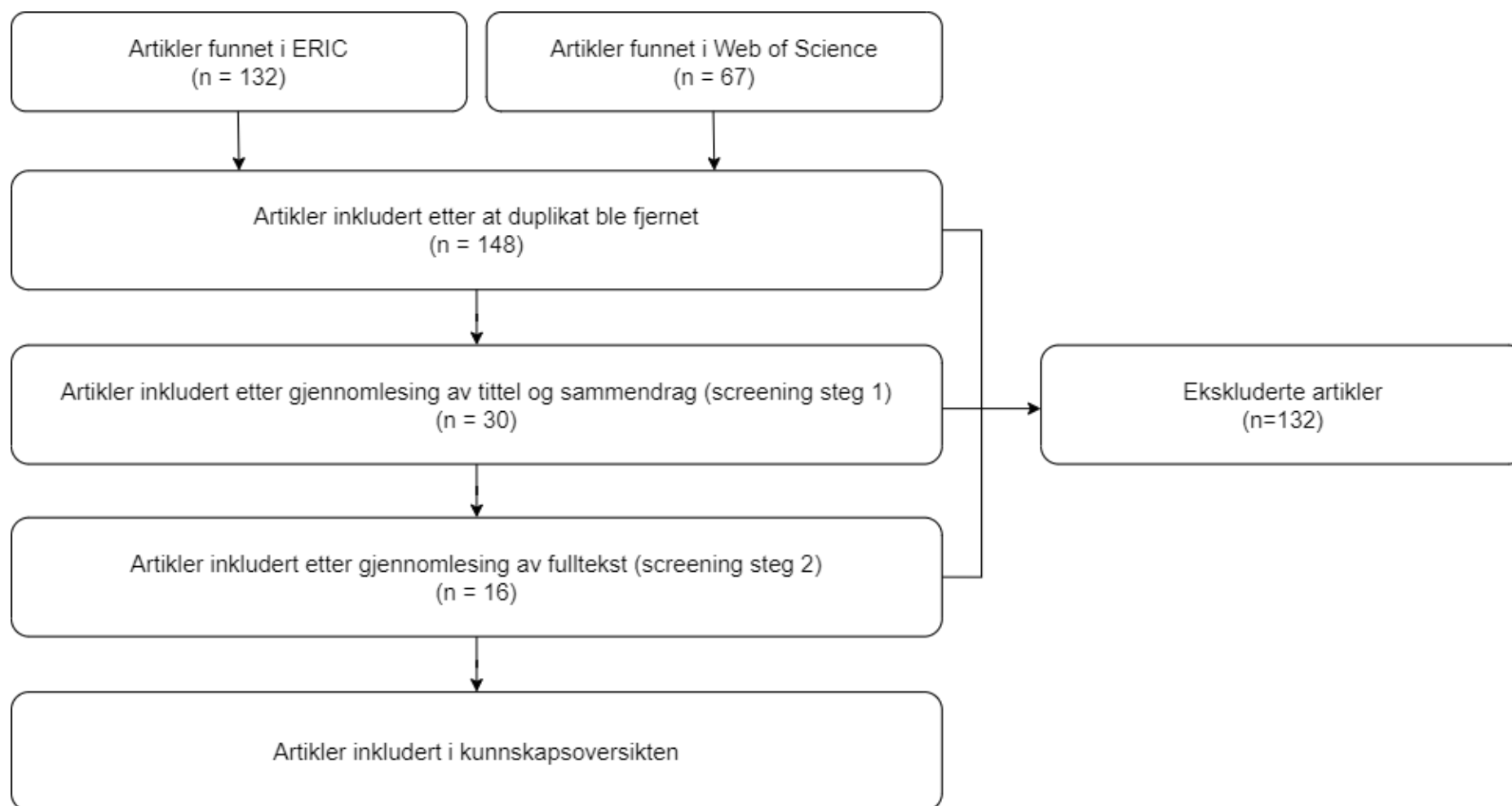
3.4.2 Utvalg av artikler

I forlengelsen av Aguilar og Zavaletas (2012) tidligere kunnskapsoversikt har valgt å avgrense meg til forskningsartikler publisert etter 2011. Selv om dette gir noe overlapp med kunnskapsoversikten til Aguilar og Zavaleta (2012), mener jeg at dette kan motiveres med at jeg har et eksklusivt fokus på empirisk forskning. I tillegg valgte Aguilar og Zavaleta (2012) å avgrense sin kunnskapsgjennomgang til å kun inkluderte artikler som inneholdt ordene «demokrati» (og relaterte ord som «demokratisk og «demokratisering») og matematikkundervisning. Forfatterne kommenterer selve at dette kan ha gjort at det gikk glipp av artikler som utforsket beslektede fenomener som likestilling og sosial rettferdighet (Aguilar & Zavaleta, 2012). Med bakgrunn i disse konklusjonene i den tidligere kunnskapsoversikten, har jeg valgt en noe bredere tilnærming.

Avgrensingen til å kun ta med artikler publisert i fagfelleverderte tidsskrifter er både tenkt som et ledd i kvalitetssikring og validering av kunnskapsoversikten. Jeg velger å kommentere denne avgrensningen da det er en misoppfattelse at systematiske kunnskapsgjennomganger kun bør ta med fagfelleverderte artikler; avhengig av forskningsspørsmål kan også det som klassifiseres som grå litteratur være relevant å ta med i en kunnskapsgjennomgang (Dundar & Fleeman, 2017b). Med tanke på det begrensede tidsrommet denne kunnskapsgjennomgangen skulle gjennomføres i, ser jeg likevel dette som en hensiktsmessig avgrensning. Videre har jeg, som tidligere nevnt, valgt å avgrense meg til empirisk forskning. Mangelen på empirisk forskning som ser på koblingen mellom matematikkundervisning og demokrati og medborgerskap blir også påpekt av Aguilar og Zavaleta (2012). Det vil være interessant å se om dette bildet har endret seg gjennom det siste tiåret, og å se på hva den empiriske forskningen som faktisk er publisert kan gi av råd om utforming av matematikkundervisningen.

Etter at søkefrasene hadde blitt brukt til å gjennomføre søk på *ERIC* og *Web of Science*, gikk jeg igjennom titlene på artiklene og fjernet duplikat – artikler som gikk igjen flere ganger. Totalt fikk jeg 199 treff på søkefrasene i de to databasene. Etter at duplikat ble fjernet satt jeg igjen med 148 artikler. Utvalgsprosessen startet med at tittel og sammendrag ble vurdert opp mot utvalgskriteriene (se Tabell 1). I dette steget ble 30 artikler vurdert som relevante; artiklene ble så lest igjennom i sin helhet og ble igjen vurdert opp mot utvalgskriteriene. Jeg satt da igjen med 16 artikler som kom til å utgjøre grunnlaget for min kunnskapsoversikt. Denne utvalgsprosessen i to steg blir omtalt som *screening* og er en vanlig måte å gå frem for å vurdere hvilke artikler som skal inkluderes i en kunnskapsoversikt (Dundar & Fleeman, 2017a; Newman & Gough, 2020). I arbeidet med å sortere og systematisere artiklene brukte jeg kildebehandlings- og refereringsprogrammet Zotero. Se Figur 3 under for en skjematisk framstilling av utvalgsprosessen.

Figur 3 - Skjematisk framstilling av utvalgsprosessen



3.4.3 Gjennomlesing av artiklene

Presentasjon, analyse og tolking av funn er en sentral del av forskningsprosessen. Eriksson Barajas og kollegaer (2013) viser til at en gjennomgang av kvalitativ forskning kan by på noen ekstra utfordringer – forskeren må klare å gjøre store mengder data forståelige, samtidig som volumet av informasjon må gjøres mindre og mønster må identifiseres. En måte jeg adresserte denne utfordringen på var gjennom å systematisere innholdet og funnene i artiklene i en skjematisk oversikt. Denne oversikten ble også et viktig verktøy i analysen og syntetiseringen av artiklene. Se Vedlegg 1 for denne oversikten.

3.4.4 Syntetisering av artiklene

Helt grunnleggende handler det å syntetisere funn fra ulike artikler om å sammenstille funnene som er presentert i artiklene (Hammersley, 2020). I tillegg vil syntesen kunne bidra med ny kunnskap, og blir derfor noe mer enn en ren oppsummering av tidligere funn. Thomas og kollegaer (2017) utdyper:

Synthesis is an analytic activity that generates new knowledge and understanding in response to the review research question; new knowledge that is grounded in the information gleaned from the individual research studies included in the review. While grounded in the studies that it contains, a synthesis is often more than simply the sums of its parts. (s.182)

Det vil altså både være aktuelt å sammenstille funnene og konklusjonene fra de ulike studiene, samtidig som en bør ta sikte på å kunne si noe mer om tematikken basert på sammenligning og drøfting av de ulike artiklene. For den utforskende konfigurative syntesen er det av ekstra viktighet at forskeren søker etter mønster på tvers av studiene, for å prøve å si noe mer generelt om temaet som undersøkes (Newman & Gough, 2020).

I min gjennomgang av artiklene som ligger til grunn for kunnskapsoversikten henter jeg inspirasjon fra følgende forståelse av tematisk syntese: «thematic synthesis emphasises the development of theory from a starting point of open questions and few secure initial concepts» (Thomas et al., 2017, s. 190). Basert på hvordan analysearbeidet tok form, ser jeg at jeg i stor grad har arbeidet induktivt i kartleggingen av forskningsfeltet. En induktiv tilnærming til kategorisering av funnene er vanlig når en velger en konfigurativ tilnærming til kunnskapsgjennomgangen. Dette fordi at en med en konfigurativ kunnskapsgjennomgang utgår fra at forskningsfeltet som skal studeres er sammensatt og mangfoldig, noe som gjør at det er vanlig med en induktiv tilnærming til kategoriseringen av funn i artiklene (Levinsson & Prøitz, 2017).

Sentralt for en konfigurierende syntese er at en gjennom bruk av koder identifisere tema på tvers av artiklene. Denne kodingen utgår fra korte beskrivende fraser – koder – som beskriver relevante deler av den tekst som leses, uten å analysere eller abstrahere innholdet (Thomas et al., 2017). Disse kodene kan så brukes for å konstruere ulike tema. Temaene beskriver sammenheng og ideer som identifiseres på tvers av artiklene, og er derfor gjerne mer abstrakte enn den opprinnelige teksten. På denne måten kan denne typen syntese bidra med ny innsikt og nye forklaringsmåter når en oppdager koblinger på tvers av tekstene som syntetiseres (Thomas et al., 2017).

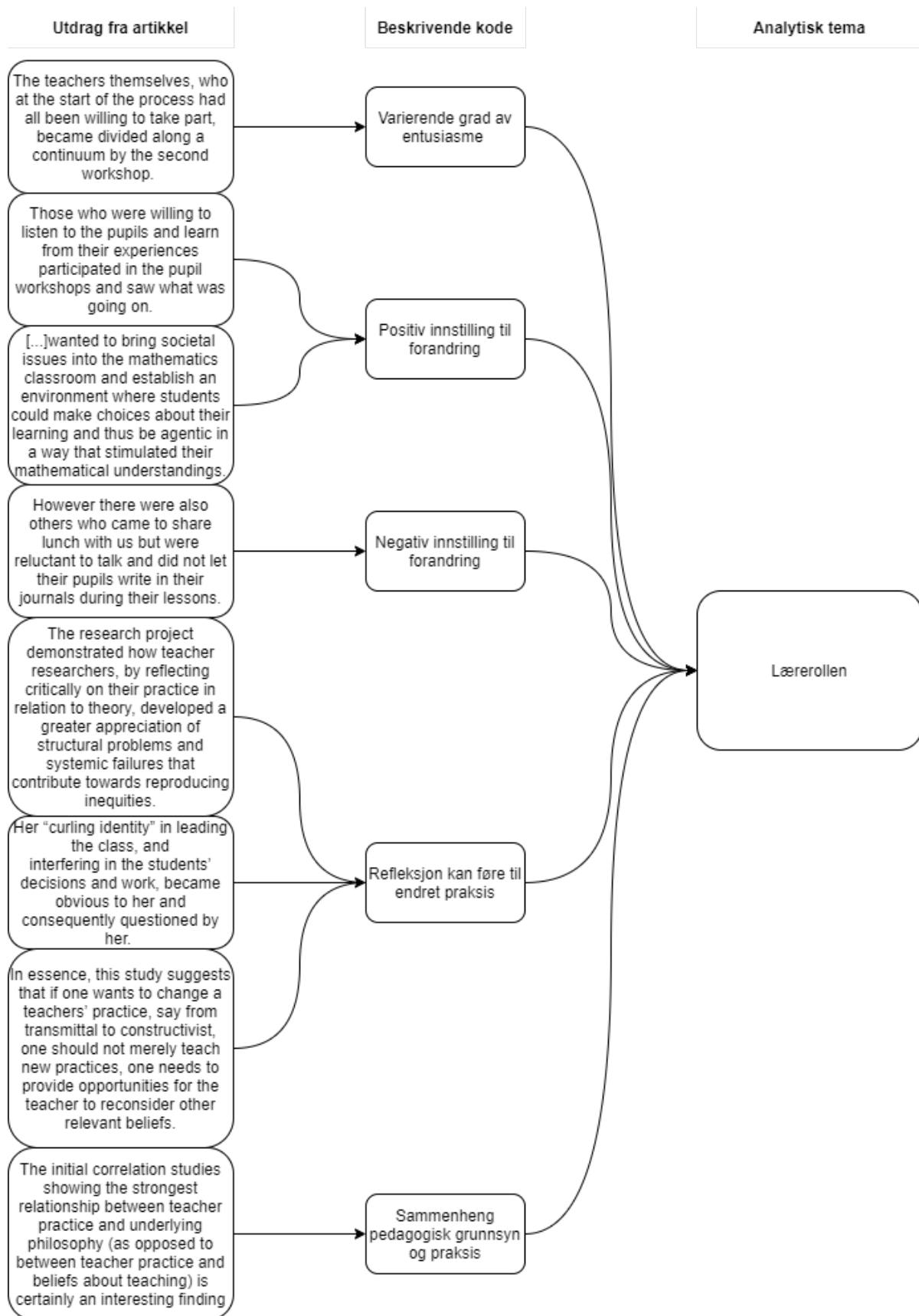
I arbeidet med dette forskningsprosjektet brukte jeg koder da jeg skulle oppsummere og beskrive funnene og andre sentrale elementer i artiklene jeg leste. Kodene som jeg utviklet, var beskrivende formuleringer som sa noe om hvilke sider ved undervisningen som ble tematisert i artiklene og hvordan koblingen mellom matematikkundervisning og demokrati og medborgerskap ble beskrevet. Etter en første gjennomlesing av artiklene ble kodene brukt til å sortere funnene i analytiske tema. Figur 4 under illustrerer hvordan ett av de analytiske temaene ble utarbeidet.

Da jeg hadde en ide om hvilke sider av matematikkundervisningen jeg ønsket å utforske før jeg gikk startet arbeidet med å sammenstille min kunnskapsoversikt, har arbeidet syntetiseringen av funnene i noen grad hvert teoriinformert. Samtidig har funnen i artiklene også styrt veien videre i analyseprosesser. Dette samspillet mellom teori og empiri har mange likheter med hvordan Alvesson og Sköldbberg (2018) beskriver en abduktiv tilnærming forskning:

[...] abduction starts from an empirical basis, just like induction, but does not reject theoretical preconceptions and is in that respect closer to deduction. The analysis of the empirical facts(s) may very well be combined with, or preceded by, studies of previous theory in the literature, not as a mechanical application on single cases, but as a source of inspiration for the discovery of patterns that bring understanding. (Alvesson & Sköldbberg, 2018, s. 5)

I denne oppgaven representerer kunnskapsgrunnlaget teorien og bakteppet til den empiriske undersøkelsen. Underveis i analysearbeidet har jeg også ved flere anledninger måtte vende tilbake til teorigrunnlaget for å tilpasse dette med bakgrunn i funn jeg har gjort da jeg leste artiklene. Dette fordi jeg oppdaget at nye sider ved undervisningen ble løftet fram i artiklene, som jeg ikke på forhånd hadde forutsett.

Figur 4 - Utvikling av koder og tema



3.5 Validitet og reliabilitet

Validitet er en grunnleggende kvalitet ved all forskning, og er knyttet til om konklusjonen og eventuelle forsøk på generalisering blir oppfattet som troverdige. Maxwell (2017) uttrykker det slik: «Validity, in the broad sense of trustworthiness or credibility, is a fundamental concept for all research. It is hard to imagine anything that could legitimately be called ‘research’ if the validity of its inferences were substantially in question» (Maxwell, 2017, s. 116). Her vektlegger altså forfatteren at et forskningsprosjekt sin troverdighet – dets validitet – først og fremst er knyttet til gyldigheten av funnene og eventuelle konklusjoner som rapporteres.

Da jeg primært baserer meg på kvalitative studier i denne kunnskapsgjennomgangen, er ikke målet å si noe allmenngyldig om koblingen mellom demokrati og medborgerskap og matematikkundervisningen i skolen. Det jeg derimot er interessert i er å bruke de vitenskapelige studiene til å si noe om hva som er mulige tilnærminger til å gjøre denne sammenkoblingen i matematikkundervisningen. Funnene i denne kunnskapsoversikten vil dermed ikke være gyldige som en generell oppskrift på hvordan lærere skal undervise. De vil derimot være gyldige som en kilde til inspirasjon og et utgangspunkt for å få en bedre forståelse for hvordan det kan være mulig å tilnærme seg en sammenkobling av demokrati, medborgerskap og matematikkundervisning.

En måte å styrke validiteten til et kvalitativt forskningsarbeid, er å sørge for en teoretisk gjennomsiktighet: at en er tydelig i beskrivelsen av det teoretiske ståstedet som ligger til grunn for tolkingene en gjør (Thagaard, 2018). Min måte å tilnærme meg denne teoretiske gjennomsiktigheten på er at jeg i denne oppgaven har jeg brukt kunnskapsgrunnlaget til å forankre forskningsprosjektet i det jeg mener er relevante perspektiver på demokrati og medborgerskap i skolen. Dette dreier seg om hvordan diskusjonen om skolen demokratiske mandat har utviklet seg (Børhaug, 2018; Lenz, 2020), ulike måter å se på sammenhengen mellom demokrati og utdanning (Breivega et al., 2019; Sant, 2019; Stray, 2011), og hvordan medborgerskapsbegrepet blir forstått i en nordisk kontekst (Biseth et al., 2021; Lieberkind & Bruun, 2021).

Videre er det essensielt å forstå og vurdere validitet knyttet opp mot de spesifikke metodene og den konteksten som forskningen er gjennomført i. Maxwell (2017) forklarer:

«Validity, from this perspective, pertains to the accounts or conclusions reached by using a particular method in a particular context for a particular purpose, not to the method itself, and fundamentally refers to how well these accounts and conclusions help to understand the actual phenomena studied. (s. 119)

Validitet blir da ikke et spørsmål om bestemte forskningsmetoder er mer gyldige enn andre, men i hvor stor grad den valgte metoden klarer å beskrive et fenomen og bidra med ny innsikt til forskningsfeltet. Min forståelse av denne måte å beskrive validitet på, er at det aldri kun vil være opp til forskeren som gjennomfører prosjektet å avgjøre om validiteten er god nok; validiteten vil være avhengig av hvordan prosjektet oppfattes og vurderes av andre forskere og andre lesere.

For mitt prosjekt vil dette si at det er avgjørende at gjennomføringen av kunnskapsgjennomgangen er tydelig kommunisert og at valgene jeg tar i de ulike stegene i prosessen er godt grunnlagt. Den formen for transparens vil bidra til at beskrivelsene jeg skriver frem vil framstå som troverdige og godt forankret i den forskningen jeg har gjennomgått. En tydelig gjengivelse av stegene i forskningsprosjektet vil gjøre det enklere å eventuelt gjenta eller gjennomføre et lignende prosjekt på et senere tidspunkt. Dette vil styrke etterprøvbareheten til det aktuelle forskningsprosjektet, slik at tolking og konklusjoner som jeg har gjort vil være mulige å granske i etterkant, noe som er et sentralt poeng i vurdering av et prosjekts validitet (Maxwell, 2017).

Så lang har vi sett på måter å sørge for at forskningsprosessen og konklusjonene fra prosjektet oppleves som gyldige av de som leser rapporteringen av prosjektet – måter å styrke forskningsprosjektet sin validitet. Et nærliggende konsept til arbeidet med å sikre et prosjekts validitet handler om forskningens reliabilitet, som kan oppsummeres som «[...] om en kritisk vurdering av prosjektet gir inntrykk av at forskningen er utført på en pålitelig og tillitsvekkende måte» (Thagaard, 2018). Innenfor den kvalitative forskningstradisjonen, som denne kunnskapsgjennomgangen plasserer seg innenfor, må forskeren i stor grad argumentere for et prosjekt sin reliabilitet. Thagaard (2018) forklarer det slik: «Forskeren må *argumentere for reliabilitet* ved å redegjøre for utviklingen av data i løpet av forskningsprosessen. Forskerens argumentasjon søker å overbevise den kritiske leser om kvaliteten av forskningen og dermed også verdien av resultatene» (Thagaard, 2018, s. 188, utheving i original). Med andre ord handler det ikke nødvendigvis om å følge noen på forhånd definerte regler eller fremgangsmåter, men at en gjennom hele forskningsprosessen er tydelig på hva som ligger til grunn for de valgene en tar og konklusjonene en kommer fram til. Min målsetning i denne oppgaven har vært å sørge for denne redeligheten som Thagaard (2018) etterspør ved å tydelig gjøre rede for metoden jeg har valgt og forklare hvordan prosessen med å syntetisere funnene i artiklene som inngår i kunnskapsoversikten har foregått.

3.6 Ethiske refleksjoner

Forskningsetiske vurderinger er noe som lett blir oversett i arbeid med kunnskapsoversikter, og dette ser ut til å være en ekstra stor utfordring på mastergradsnivå (Dickson et al., 2017). Suri (2020)

mener at en av grunnene til at etiske vurderinger lett oversees, uavhengig av nivå på forskningen, er at når forskere gjennomfører en systematisk kunnskapsgjennomgang forholder de seg ikke til personlig, sensitiv og konfidensiell informasjon like direkte som nå en arbeider med primærforskning.

Om vi ser til *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi*, publisert av Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora (NESH), kan vi likevel se at det blir tatt opp noen viktige forskningsetiske normer og verdier som er høyst aktuelle også i arbeid med sekundærforskning. Tidlig i retningslinjene kan vi lese at:

I humaniora og samfunnsvitenskap er ofte innlevelse og fortolkning en integrert del av forskningsprosessen. Forskjellige faglige tilnærminger og teoretiske ståsted kan dessuten åpne for ulike, men likevel rimelige fortolkninger av det samme materialet. Det er derfor viktig å reflektere over og redegjøre for hvordan egne verdier og holdninger kan påvirke valg av tema, datakilder og tolkninger. (NESH, 2016, s. 9)

Denne type etterrettelighet og redelighet ligger tett opp mot det som vi har sett at Maxwell (2017) og Thagaard (2018) beskriver som avgjørende for å sikre forskningens validitet og reliabilitet, og kan derfor knyttes opp mot den redegjørelsen av fremgangsmåter og teoretisk gjennomskiktighet som jeg har vært inne på tidligere i dette kapitlet.

Videre er det viktig at en i kunnskapsoversikter ikke er selektiv i rapportering av funn og fortellinger fra de artiklene som har blitt inkludert (Eriksson Barajas et al., 2013; Thomas et al., 2017). For meg har det vært viktig å dokumentere utvalgsprosessen grundig (se figur 3). Jeg har også valgt å ta med en oversikt over viktige karakteristikk til de inkluderte artiklene, slik at den som leser kan få mer utfyllende informasjon om hver enkelt artikkel (se vedlegg 1).

Til slutt fremhever Suri (2014) en etisk utfordring som er spesiell for arbeid med kunnskapsoversikter. I motsetning til primærforskning, hvor forskeren som utformer prosjektet kan styre hvilke perspektiver og hvilke personer/grupper som bli representert, vil den som gjennomfører en syntese av tidligere forskning være prisgitt tidligere vurderinger om representasjon og valg av teoretiske ståsteder (Suri, 2014). Det blir da avgjørende å forholde seg kritisk til hvilke perspektiver det er som blir vektlagt i forskningen som blir gjennomgått. På denne måten kan en systematisk gjennomgang av forskning også bidra til å blottlegge eventuelle skjevfordelinger i representasjon innenfor det forskningsområdet som utforskes (Suri, 2014). I dette prosjektet har analysetabellen (se vedlegg 1) jeg har utviklet vært et viktig redskap for kunne systematisere og få et overblikk over hvilke metoder som blir brukt og hvem som blir representert i forskningen. Grunnet omfanget til

denne oppgaven diskuterer jeg ikke metodologiske tilnærminger og representasjon eksplisitt, men den som leser kan bruke analysetabellen til å danne seg en oppfatning om disse aspektene ved de inkluderte artiklene.

I dette kapitlet har jeg gjort rede for forskningsprosjektets design og den metodologiske tilnærmingen som jeg har brukt for å gjennomføre kunnskapsgjennomgangen. Jeg har også drøftet prosjektets validitet og reliabilitet, samt pekt på noen sentrale etiske utfordringer knyttet til gjennomføring av kunnskapsgjennomganger, og hvordan jeg tar hensyn til disse. I neste kapittel vil jeg presentere resultatene fra denne kunnskapsoversikten.

4 Analyse og resultat

Proessen med å sammenstille de inkluderte artiklene begynte med at artiklene ble gjennomlest i sin helhet, med særlig vekt på resultat, analyse, diskusjon og eventuelle konklusjoner. Denne prosessen har jeg beskrevet i detalj i metodekapittelet. Basert på en tematisk syntese (Thomas et al., 2017) av artiklene kunne funnene deles opp i fire kategorier. Kategoriene beskriver noen hovedtendenser i hvordan forskningen beskriver koblingen mellom demokrati, medborgerskap og matematikkundervisningen i skolen. Kategoriene er som følger: *Matematikk som kritikk*, *Matematikk som kulturell aktivitet*, *Utforming av undervisningen* og *Lærerrollen*. Tabell 2 på neste side gir en oversikt over hvordan artiklene fordeler seg mellom de ulike temaene.

Slik som det også framgår av tabellen, er ikke kategoriene gjensidig utelukkende - noen artikler tematiserer flere av kategoriene. Dette gjelder også for de eksemplene og oppgavene som er omtalt i teksten. For eksempel så omtaler Oh og Kwon (2014) en prosentoppgave som tar utgangspunkt i den skjeve fordelingen av kapital på verdensbasis. Dette er en oppgave som i seg selv skulle kunne sorteres under kategoriene matematikk som kritikk. Jeg har likevel vurdert det kulturelle perspektivet de adresserer som mer interessant, og har derfor valgt å drøfte artikkelen under kategorien matematikk som kulturell aktivitet.

I kategoriene *Matematikk som kritikk* og *Matematikk som kulturell aktivitet*, finner vi flere av de inkluderte artiklene som tydeligst artikulere sammenhengen mellom demokratisk danning og matematikkundervisning. Felles for artiklene i førstnevnte kategori er at de undersøker muligheter og utfordringer med å bruke matematikk som et verktøy for sosial kritikk. Artiklene som plasserer seg innenfor sistnevnte kategori er i større grad opptatt av hvordan elevenes sosiokulturelle bakgrunn påvirker deltaking i og utbytte av matematikkundervisningen. I tillegg blir spørsmålet om hvordan læreren kan innarbeide relevante kulturelle perspektiver i matematikkundervisningen adressert i artiklene.

Kategorien *Utforming av undervisningen* representerer artikler som tematiserer konkrete måter læreren kan arbeide med å utforme matematikkundervisningen, og hvordan denne utformingen henger sammen med noen utvalgte demokratiske kompetanser. Den fjerde og siste kategorien er *Lærerrollen* og der presenteres funn knyttet til læreres refleksjoner om egen rolle i arbeidet med å utvikle en demokratisk matematikkundervisning.

Videre i dette kapittelet vil jeg presentere funnene i artiklene, og sammenlikne funnene på tvers av artiklene i den samme kategorien. Jeg har valgt å strukturere dette kapittelet etter de fire kategoriene.

Tabell 2 - Oversikt over kategorier og fordeling av artiklene

| Artikkel (n=16) | Matematikk som kritikk | Matematikk som kulturell aktivitet | Utforming av undervisningen | Lærerrollen |
|-----------------------------------|---------------------------|---------------------------------------|--------------------------------|-------------|
| Andersson (2011) | | | | x |
| Brantlinger (2013) | x | | | |
| Brelia (2014) | x | | | |
| Francois & Stathopoulou (2012) | | x | | |
| Hauge & Barwell (2017) | x | | | |
| Lee & Johnston- Wilder (2013) | | | x | x |
| Lo & Ruef (2020) | | | x | |
| Nasir & de Royston (2013) | | x | | |
| Nicol et al. (2019) | x | | | |
| Oh & Kwon (2014) | | x | | |
| Safi et al. (2018) | x | | | |
| Schell-Straub (2013) | x | | | |
| Schettino (2013) | | | x | |
| Stemhagen (2011) | | | | x |
| Wager (2012) | | x | | |
| Wright (2017) | | | | x |
| Artikler per kategori | 6 | 4 | 3 | 4 |

4.1 Matematikk som kritikk

Under dette temaet vil jeg oppsummere hvordan de ulike artiklene ser på koblingen mellom matematikk og sosiopolitiske utfordringer, og hvordan matematikk kan sette elevene i stand til å kritisk analysere vitenskapelige og politiske spørsmål i samfunnet. Artiklene har ulike innfallsvinkler til denne koblingen og aktualiserer ulike aspekter ved forholdet. Felles er at de utforsker matematikkens rolle i å kritisk kunne vurdere sammensatte samfunnsmessige problemstillinger.

Totalt hadde seks artikler dette temaet som ett av sine hovedfokus. Schell-Straub (2013), Hauge og Barwell (2017), Safi et al. (2018) og Brelia (2014) rapporterer om forskningsprosjekter gjennomført sammen med elever i grunnskolen. Spesifikt for artikkelen til Brelia (2014) er at den bidrar med å løfte fram elevstemmen gjennom et forskningsprosjekt hvor elevenes opplevelser av å arbeide med sosiopolitiske spørsmål i matematikkfaget står i sentrum. Brantlinger (2013) beskriver undervisningsøkter gjennomført i en kveldsskole for elever som trenger ekstra faglig oppfølging. Nicol og kollegaer (2019) gjengir et arbeid hvor forskere, lærerutdannere og lærere i grunnskolen samarbeidet om å utvikle tverrfaglige undervisningsopplegg.

Nicol og kollegaer (2019) ser spesifikt på matematikkfagets forhold til de andre realfagene (STEM). Med bakgrunn i en gjennomgang av styrings- og policydokument for skolesystemet i Storbritannia, viser forfatterne at den dominerende holdningen til matematikk er å se på faget som en integrert del av de andre realfagene, noe som ofte fører til en instrumentell tilnærming til matematikken; elevene må lære seg matematikk for å kunne utføre beregninger i biologi, kjemi og fysikk. Dette er en uheldig tilnærming til både matematikkfaget og realfagene generelt, da matematisk kompetanse blir redusert til en verktøyskompetanse i de andre realfagene. Denne tilnærmingen omtaler forfatteren som matematikk *i* STEM

Nicol og kollegaer (2019) fremmer en annen forståelse av matematikkfagets rolle i realfagene, matematikk *for* STEM (forkortet steM). Matematikk *for* STEM blir knyttet tett opp mot den kritiske matematikktradisjonen og skolens brede dannelsesmandat. Forfatterne uttrykker sammenhengen slik:

Mathematics *for* STEM education is also positioned within another tension that requires critical engagement. Mathematics education can be a tool for challenging our understanding of global and local issues in a STEM context. In other words, mathematics offers ways to view and understand complex issues, yet neglecting this possibility could further perpetuate social, economic and environmental injustices. (Nicol et al., 2019, s. 1006)

Selv om de andre artiklene i denne kategorien ikke bruker det samme begrepsapparatet som Nicol og kollegaer (2019), viser de til eksempler på hvordan matematikken kan hjelpe elevene å forstå slike komplekse, tverrfaglige problemstillinger. Jeg kommer tilbake til funnene Nicol og kollegaer (2019) rapporterer om til slutt i dette delkapittelet.

Schell-Straub (2013) ser på hvordan matematikkundervisningen kan bidra til å skape forståelse for globale utfordringer som fattigdom, klimaendringer, politiske konflikter, pandemier, og sammenhengen dem imellom. Problemstillinger knyttet til de nevnte kategoriene blir utforsket med hjelp av matematisk modellering. Forfatteren argumenterer for at matematisk modellering er en god inngang til denne typen sammenkobling av matematikkundervisning og globale og politiske spørsmål, da modellering kan bygge broer mellom verden vi lever i og et matematikkfag som ellers

kan oppleves som abstrakt. Konteksten for denne studien var et tverrfaglig opplegg utformet rundt læreplanmål hentet fra matematikk og samfunnsfag¹.

Schell-Straub (2013) kunne rapportere om flere positive synergier i etterkant av dette prosjektet. Denne typen av tverrfaglig opplegg bidrog både til at elevene utviklet sin matematiske kompetanse, samtidig som de fikk anledning til å reflektere over sin egen rolle i et globalisert samfunn. I tillegg rapporterer elevene om at de opplever undervisningen som mer motiverende, sammenliknet med den ordinære undervisningen.

Forfatteren belyser at spesielt matematisk modellering har en viktig rolle dersom en skal utforme gode tverrfaglige opplegg, hvor elevene får anledning til å reflektere kritisk rundt politiske spørsmål. Modelleringsprosessen legger både til rette for at elevene kan utforske, forstå og tolke komplekse samfunnsmessige spørsmål, samtidig som den åpner for at elevene kan omsette matematiske resultater til den virkelige verden og vurdere resultatenes gyldighet (Schell-Straub, 2013).

Hauge og Barwell (2017) utforsker lignende problemstillinger, men utgår i sin artikkel fra kontekster hentet fra elevenes nærmiljø. De undersøkte hvordan en kritisk og dialogfokuset matematikkundervisning kan forberede elevene til å forstå og delta i det offentlige ordskiftet. Forfatterne karakteriserer dette ordskifte som preget av usikkerhet, og hvor vitenskapelige sannheter ikke lenger er allmenngyldige. Dette mener Hauge og Barwell (2017) krever at elevene får øving i å delta i faglige diskusjoner hvor nye ideer og begrep kan skapes.

I artikkelen blir det vist til funn fra flere empiriske undersøkelser, hvor av to er relevante innenfor rammene av denne oppgaven. Det første prosjektet som omtales er et forsøk på å tematisere trafiksikkerhet i matematikkundervisningen. Oppgaven var å vurdere trafiksikkerhetstiltak på et veiparti i skolens nærmiljø. Basert på måling av høyde på fem autovernseksjoner og kategorisering av forbipasserende trafikk, skulle elevene vurdere om det var behov for sikringstiltak på den aktuelle veistrekningen. Den primære problemstillingen var om en seksjon med autovern burde forsterkes, basert på størrelse på bilene, bussene og lastebilene som kjørte på strekningen. Forfatterne konkluderer med at elevene, innenfor rammene av et forholdsvis konvensjonelt opplegg med tanke på matematisk innhold (måling og kategorisering), fikk mulighet til å oppleve at matematiske

¹ Studien ble gjennomført i den tyske delstaten Baden-Württemberg hvor geografi, økonomi og samfunnskunnskap (eng. social studies) undervises som ett fag. I denne sammenhengen ser jeg på samfunnsfag som en nærliggende og beskrivende oversettelse.

beregninger har en sentral rolle i beslutninger som påvirker utformingen av infrastrukturen i samfunnet (Hauge & Barwell, 2017).

I det andre prosjektet diskuterte en annen elevgruppe hvor vidt havområdet utenfor Lofoten (som var et nærområde til skolen), burde åpnes opp for oljeleting. Forskerne hadde forberedt et undervisningsopplegg der elevene, etter at de hadde fått innføring i tematikken, skulle utvikle argumenter for og imot oljeleting. Gjennom at hele klassen deltok i denne diskusjonen, fikk elevene erfare hvor komplekst spørsmålet er, og de fikk oppleve å måtte forholde seg til hverandres standpunkter og argumenter (Hauge & Barwell, 2017). Hauge og Barwell (2017) viser til at det matematikkfaglige innholdet ikke stod i sentrum i denne diskusjonen, selv om elevene brukte begrep som sannsynlighet og risiko i sin argumentasjon. De mener likevel at elevene fikk mulighet til å utforske viktige sider ved kontroversielle situasjoner, og fikk erfare hvordan usikkerhet, kompleksitet og interessekonflikter preger mange spørsmål i samfunnet. I tillegg peker forfatterne på at dersom en fortsetter å utforske denne eller lignende problemstillinger, vil det være mulig å tilføre matematiske elementer, for eksempel gjennom å undersøke hvordan risiko kalkuleres opp mot samfunnsnytt og hva som er grunnen til at eksperter er uenige i denne typen av spørsmål (Hauge & Barwell, 2017).

Også Safi og kollegaer (2018) skriver om matematikkens rolle i analyse av et sosiopolitisk spørsmål. Forfatterne ser på hvordan matematiske begrep kan hjelpe grunnskoleelever til å forstå fenomenet «gerrymandering», som handler om at «valgkrinser defineres slik at de favoriserer bestemte kandidater eller politiske partier» (Arnold, 2017 i Safi et al., 2018, s. 83, min oversettelse). Ett av målene med prosjektet var at elevene skulle få erfare at stemmetellingen i et distrikt med en konstant mengde velgere, kan endres og manipuleres etter hvilket utfall en ønsker. Safi og kollegaer (2018) hadde konstruert en serie med oppgaver som skulle introdusere elevene for sentrale matematiske begrep med relevans for temaet.

Denne progresjonen kulminerte i en oppgave hvor elevene skulle tegne om inndelingen i et fiktivt valgdistrikt etter bestemte kriterier. Valgene som ble simulerte var det som omtales som flertallsvalg, som betyr at det i hver krets velges én kandidat. Elevene fikk utdelt et rutenett (6x7 ruter) som skulle simulere en valgkrins. I valgkrinsen var det utplassert 24 trekant og 18 sirkler som representerte velgere med ulik tilhørighet. Elevene ble først bedt om å dele opp valgkrinsen i seks like store distrikt. Allerede her ble det klart for elevene at resultatene ble nok så forskjellige. Forfatterne viser til to elevløsninger hvor det i den ene er trianglene som vinner fem av seks distrikt, mens det i den andre blir en lik fordeling av mandater, 3-3, mellom de to gruppene. Videre ble elevene bedt om å se om de kunne gjenskape det samme valgresultatet med en annerledes

inndeling, og til slutt fikk de i oppgave å endre på resultatet gjennom å tegne opp distriktene en tredje gang. Gjennom undervisningsopplegget fikk elevene erfare at et likt utgangspunkt (antall velgere i et valgdistrikt) kan gi ulike utfall (hvem som blir valgt), avhengig av hvordan intensjonale handlinger (oppdeling i valgkrinser) blir utført (Safi et al., 2018).

Vi har her sett tre eksempler på hvordan matematikken kan brukes for å kritisk analysere ulike typer utfordringer i samfunnet. Dette kan skje gjennom at elevene får modellere og utforske sammensatte og tverrfaglige problemstillinger og får på denne måten anledning til å reflektere over sin egen rolle i en globalisert verden, samtidig som de får styrket sin modelleringskompetanse (Schell-Straub, 2013). Elevene kan også bli bedre forberedt til å delta i et samfunn hvor det offentlige ordskiftet er preget av en høy grad av usikkerhet, gitt at undervisningen i matematikk i større grad baserer seg på dialog og forhandling av problemstillinger med en høy grad av usikkerhet (Hauge & Barwell, 2017). Denne typen opplegg kan også gi elevene innsikt i hvordan matematikk kan brukes for å opprettholde og forsterke urettferdige samfunnsstrukturer, slik som Safi og kollegaer (2018) illustrerer. I den samme artikkelen ser vi også eksempel på hvordan kritiske perspektiver kan bakes inn i større opplegg som også belyser spesifikke matematiske temaer.

Et annet viktig poeng som er verdt å merke seg, er at det i arbeid med denne typen sammensatte og tverrfaglige opplegg vil variere i hvor stor grad elevene arbeider med direkte matematikkfaglig innhold (Hauge & Barwell, 2017). I eksempelet fra Safi et al. (2019) er det matematikkfaglige innholdet forholdsvis eksplisitt, da elevene arbeidet direkte med telling, areal og likhetsbegrepet. Sammenlikner vi dette med diskusjonen om oljeleting fra Hauge og Barwell (2017), kan vi se at det rene matematikkfaglige innholdet var mindre eksplisitt. Dette trenger ikke nødvendigvis å være et problem, da elevene likevel kan få erfare viktige sider ved å utvikle faglige argumenter. Så selv om elevene i diskusjonen om oljeleting ikke arbeidet med matematikk, fikk elevene innsikt i en problemstilling hvor avansert matematisk kunnskap er en forutsetning for å kunne vurdere de ulike sidene ved oljeleting (Hauge & Barwell, 2017). Til slutt har vi også sett at matematisk modellering kan være en gunstig tilnærming til integrasjonen av sosiopolitiske spørsmål i matematikkundervisningen. Modelleringsprosessen i seg selv legger vekt på utforsking, forståelse og forklaring av sammenhenger (Schell-Straub, 2013), noe som også er viktige elementer i arbeid med sammensatte spørsmål hentet fra samfunnet elevene er en del av.

Brelia (2014) har undersøkt hvordan elevene oppfatter matematikkens rolle i sammensatte og tverrfaglige undervisningsopplegg knyttet til samfunnsmessige problemstillinger – problemstillinger som har mye til felles med de typer spørsmål som Schell-Straub (2012), Hauge og Barwell (2017) og Safi og kollegaer (2018) rapporterer om. Brelia (2014) viser til at undervisningsoppleggene som

inngikk i forskningsprosjektet blant annet omhandlet problemstillinger som bruken av naturressurser, finansiering av skoler, handtering av giftig industriavfall, USAs involvering i krigen i Irak, holdninger knyttet til samkjønnede ekteskap og positiv forskjellsbehandling av minoriteter (eng. affirmative action policies). Det matematiske innholdet i undervisningsoppleggene handlet primært om praktisk bruk av algebra og statistikk (Breliaş, 2014).

Elvene ble intervjuet i etterkant av at de hadde arbeidet med de aktuelle oppleggene og ble bedt om å beskrive sin opplevelse av å arbeide med denne typen oppgaver i matematikkundervisningen. Breliaş (2014) viser til noen hovedtendenser i elevenes beskrivelse av matematikkens rolle i denne typen av arbeid. Elevene mente at matematikk er et sentralt verktøy for å kunne utøve sosial kritikk. De mente at det var viktig å ha grunnleggende matematisk kunnskap, da matematiske fakta i form av tall, statistikk og bevis, ofte utgjør grunnlaget for sosiopolitiske spørsmål. Videre ga de uttrykk for at matematikk gjerne har en autoritær rolle i debatten i dagens samfunn og at den derfor blir styrende i mange diskusjoner. Samtidig var elevene klare over at matematikk har begrensinger som et verktøy for sosial kritikk. Breliaş (2014) oppsummerer disse begrensingene i fem punkt:

Students indicated that mathematics (1) oversimplifies complex social issues, (2) objectifies human beings, thereby distancing us from their suffering and struggles, (3) does not adequately explain societal problems, (4) is irrelevant for answering moral questions, and (5) is inaccessible to the general public and largely underutilized as an instrument for social change. (Breliaş, 2014, s. 204)

Av denne oppsummeringen ser vi altså at de fleste elevene oppfattet matematikken som kun ett av mange nødvendige verktøy for å kunne drøfte sosiopolitiske spørsmål. I tillegg må en vurdere og drøfte de sosiale og etiske sidene ved spørsmålene, noe som ikke matematikken alene kan hjelpe en med. Videre poengterte elevene at det var viktig å være kritisk til matematiske framstillinger av sosiopolitiske problemer. Dette handler om at en må studere og analysere de antakelsene som ligger bak, de matematiske metodene som er brukt, og målsetningene med å framstille et problem på en bestemt måte.

Breliaş (2014) oppsummerer funnene i prosjektet med å si at matematisk utforskning av sosiopolitiske utfordringer er knyttet til usikkerhet. Konklusjoner vil alltid ha en viss grad av feilmargin, og mange problemstillinger vil ikke la seg uttrykke og avgrenses til en ren matematisk kontekst. Denne usikkerheten i møte med komplekse samfunnsutfordringer er noe som også blir kommentert av Hauge og Barwell (2017).

Brantlinger (2013) har en noe annen tilnærming til sammenkoblingen mellom matematikkfaget og sosiopolitiske spørsmål, og rapporterer om noen vesentlige utfordringer knyttet til å bygge broer mellom de to. Forfatteren tar utgangspunkt i eksisterende matematikkoppgaver (hentet fra en serie med lærebøker) og prøver å sette det matematikkfaglige innholdet i en sosiopolitisk kontekst. Spesifikt handler det om å oversette oppgaver om euklidsk geometri til kontekster hentet fra elevenes kulturelle sfære utenfor skolen.

Å skulle re-kontekstualisere apolitisk, faglig innhold viste seg å være svært utfordrende, selv om forfatteren, etter eget utsagn, hadde god kjennskap til både lærebøkene og kritisk matematikk som fagfelt. Til å begynne med drøfter Brantlinger (2013) om utfordringene kan være knyttet til hans egen manglende erfaring med å syntetisere eksisterende faglig innhold med en kritisk tilnærming til matematikk. Senere i prosjektet begynte han å stille spørsmål til om avansert matematikk, utover grunnleggende regne- og måleferdigheter og kjennskap til proporsjoner, noensinne ville være relevant for å analysere sosiopolitiske spørsmål:

As part of these reflections, I conducted a self-inventory of my own social and everyday use of mathematics. I could not recall a time when I consciously used any school mathematics beyond arithmetic, measurement, and proportional reasoning in my life outside of schools. I doubted that I ever used Euclidean geometry or for that matter any advanced mathematics (e.g., secondary algebra, formal logic, calculus, formal probability, and statistics) to understand social reality. I pondered whether it might be mistaken to believe that most students would need advanced mathematical knowledge in their everyday, work, and political lives. (Brantlinger, 2013, s. 1070)

Løsningen på denne utfordringen ble at forfatteren gikk vekk fra tanken om å syntetisere en kritisk og matematikkfaglig tilnærming, for å heller undervise de to perspektivene parallelt i det samme opplegget. Undervisningsopplegget ble avsluttet med en diskusjon hvor Brantlinger (2013) prøvde å legge til rette for en syntese av de to perspektivene sammen med elevene. Det viste seg likevel å være vanskelig å oppnå denne sammensmeltingen i praksis: Elevene brukte sin matematiske kunnskap til å løse oppgavene og brukte sin forståelse av samfunnet til å reflektere over de kritiske spørsmålene som fulgte med opplegget, men overlappingen mellom de to prosessene var minimal. Brantlinger (2013) sin konklusjon står i sterk kontrast til de overveiende positive erfaringene Shell-Straub (2013) og Hauge og Barwell (2017) viser til i sine artikler. «It seemed that mathematical activity could neither insert nor endorse a critical perspective about social matters» (Brantlinger, 2013, s. 1071), er den noe nedslående konklusjonen i denne artikkelen.

Om vi nå går tilbake til artikkelen som innledet dette temaet, så ser Nicol og kollegaer (2019) noe av den samme utfordringen med å tematisere sosiopolitiske spørsmål i matematikkundervisningen. De reflekterer dog annerledes om bakgrunnen. Forfatterne ser primært utfordringer knyttet til å lage tverrfaglige oppgaver til de laveste og høyeste trinnene. Forfatterne drøfter om det kan ha sammenheng med at de faglige elementer som prioriteres på mellom- og ungdomstrinn lettere lar seg flette sammen med sosiopolitiske spørsmål: «We reasoned that the mathematics content—number operations, functions and relations, and statistic—at these levels was broad enough to explore a range of social justice issues of possible interest to students» (Nicol et al., 2019, s. 1011).

Forfatterne rapporterer altså om noen av de samme utfordringene som Brantlinger (2013). For å bruke en av de deltakende lærernes egne ord, er arbeidet med å kombinere sosiopolitiske spørsmål med realfagene «[...]messy, time consuming, and takes you down different paths», samtidig som prosessen «[...]helps to refine and clarify your thinking to make the task stronger» (Nicol et al., 2019, s. 1012). Forfatterne gir ikke noe klart svar på hva som skal til for å lykkes, men at det delvis handler om å navigere i spenningsfeltet mellom rammefaktorer og et innhold som treffer elevene sitt faglige nivå.

Et annet viktig poeng som Nicol og kollegaer (2019) løfter fram, dreier seg om lærerens faglige repertoar i andre fag enn matematikk. Funnene i artikkelen viser at det i stor grad var lærernes interesser som styrte faglig innhold og utforming av de tverrfaglige oppgavene, og flere av deltakerne opplevde det som utfordrende å skulle innarbeide tverrfaglige tema som gikk utenfor deres faglige kompetanse og interesser. Flere opplevde å mangle den faglige kompetansen i andre fag enn matematikk, og at det derfor var vanskelig å gjøre samfunnsmessige problemer til noe mer enn en kontekst for det matematikkfaglige innholdet. Denne utfordringen kommenteres også kort av Schell-Straub (2013), som drøfter om en mulig løsning på dette kan være å få hjelp av ekstern ekspertise, for eksempel ideelle interesseorganisasjoner som kan bidra med kunnskap som kan gjøre det enklere for læreren å trekke inn samfunnsmessige problemstillinger i undervisningen.

Her bidrar Brantlinger (2013), Nicol og kollegaer (2019) og Schell-Straub (2013) med viktige nyanseringer av hva det vil si å arbeide med matematikk som kritikk i skolen. Som vi så i innledningen til dette delkapittelet, ligger det mye potensial i å arbeide med matematikkfaget på denne måten. Dersom dette potensialet skal kunne realiseres må vi også ta hensyn til lærerens faglige kompetanse og i hvilken grad det matematikkfaglige innholdet lar seg tilpasse eller kan appliseres på sosiopolitiske spørsmål.

Det kan se ut til at dersom dette potensialet fullt ut skal kunne realiseres, må synet på hva matematikk er utvides, og lærere må få mulighet til å utvikle sin kompetanse i å innarbeide tverrfaglige perspektiver. Dette kan da føre til at lærere kjenner en større trygghet i å trekke inn andre fag i matematikkundervisningen, samt at de i større grad klarer å identifisere matematiske muligheter i andre fag (Nicol et al., 2019). Som Safi og kollegaer (2018, s. 87) uttrykker det: «We do not just work with students to develop their mathematical knowledge, we work to grow their knowledge of how mathematics is used to impact the world around us». Hvordan elevenes erfaringer fra nettopp verden rundt oss er noe som tematiseres i neste delkapittel.

Artiklene som er syntetiserte under denne kategorien har vist oss at det finnes mange måter å aktualisere matematikkens rolle som et verktøy for sosiopolitisk kritikk. Dette kan for eksempel gjøres gjennom matematisk modellering av sosiopolitiske spørsmål (Schell-Straub, 2013), gjennom drøfting og analyse av spørsmål hentet fra elevenes nærmiljø (Hauge & Barwell, 2017), eller gjennom å gjøre kritiske perspektiver til en del av et større opplegg som også tar for seg andre viktige matematiske kompetanser (Safi et al., 2018). Det kan også se ut til at vi må tenke nytt om matematikkfagets forhold til de andre fagene. Som Nicol og kollegaer (2019) argumenterer for må ikke matematikken kun bli sett på som et verktøy for de andre fagene som lar elevene gjøre relevante utregninger. Vi må anerkjenne matematikkfagets mulighet til å bidra til elevenes demokratiske dannelse i seg selv. Dette perspektivet på matematikkfagets mulige bidrag til elevenes dannelse, blir utforsket i mer dybde i flere artikler i de to neste kategoriene.

Et eksempel på denne bredere inngangen til matematikkfagets dannende rolle, kan vi se i de argumentene Hauge og Barwell (2017) legger fram for at matematikkfaget må ta ansvar for å forberede elevene til å kunne delta i samfunnspolitiske spørsmål. Som vi har sett mener forfatterne at det er viktig å gi rom for politiske og faglige samtaler, selv om det matematikkfaglige innholdet ikke alltid er like fremtredende. Sett i lyset av konklusjonene til Brelia (2014), at matematikken ikke i seg selv er tilstrekkelig for å analysere samfunnspolitiske spørsmål, gir dette mening – elevene må få mulighet til å drøfte flere sider ved et problem enn kun de matematiske om de skal kunne utvikle en helhetlig forståelse. Dette kan også tas som et argument for at en matematikkundervisning som tematiserer sosiopolitiske spørsmål ikke lar seg definere innenfor rammene av den klassiske oppdelingen i fag i skolen, men at det fordrer en tverrfaglig tilnærming. Ikke bare gjennom at vi snakker om de samme temaene i flere fag, men at vi faktisk tenker tverrfaglig når vi organiserer undervisningen.

4.2 Matematikk som kulturell aktivitet

Felles for funnene som omtales i denne kategorien er at de illustrerer konsekvenser av at matematikk og matematikkundervisningen i skolen er en kulturell og situert praksis. Dette blir eksemplifisert gjennom en beskrivelse av hvordan en som lærer kan arbeide med å integrere elevenes kulturelle bakgrunn i undervisningen (Wager, 2012), og elevers ulike tilganger til matematikkfaget basert på sosiokulturell bakgrunn (Francois & Stathopoulou, 2012; Nasir & de Royston, 2013). Felles for disse tre artiklene, er at de ser på matematikkundervisningen fra et minoritetskulturelt perspektiv. Til slutt skal vi se et eksempel på at også et samfunns majoritetskultur kan påvirke muligheten til å omdefinere matematikkundervisningen i en mer demokratisk retning (Oh & Kwon, 2014).

Wager (2012) forsker på hvordan utvalgte lærere arbeider med å integrere elevenes erfaringer fra livet utenfor skolen i matematikkundervisningen. Forfatteren mener at integrering av elevenes kulturelle erfaringer er en forutsetning for å skape en mer likestilt undervisning, hvor en større del av elevgruppen kan identifisere seg med innholdet i undervisningen. Forskningsprosjektet resulterte i fire kategorier som beskriver ulike tilnærminger til dette arbeidet. Det dreiet seg om 1) å bruke elevenes erfaringer som kontekst for oppgaver eller problemer, 2) å hjelpe elevene med å se koblinger mellom egne erfaringer og matematikken de arbeidet med på skolen, 3) å identifisere matematikken i det som elevene opplevde som hverdagslige fenomener, og 4) at læreren konstruerer læringssituasjoner i klasserommet som integrerer elevenes kulturelle erfaringer i læringsarbeidet på skolen (Wager, 2012).

Forfatteren trekker fram denne inndelingen som et godt verktøy til å øke forståelse blant lærere for hvordan en kan integrere elevenes kulturelle erfaringer i matematikkundervisningen. Samtlige fire kategorier av integrasjon er viktige. De belyser ulike sider av koblingen mellom matematikk og kultur, samtidig representerer kategori tre og fire en mer helhetlig integrasjon av elevenes kulturelle erfaringer. Wager (2012) forklarer:

Each of the four practices in the framework is important and contributes to students' understanding in different ways. As teachers begin to consider students' experiences with mathematics outside of school, they may follow a trajectory in which they begin with the least demanding practice, incorporating context in problems, and advance to identifying embedded practices and creating situated settings. (s.21)

Ifølge forfatterne kan vi altså bruke alle fire tilnærmingene, men bør streve etter å få til en full integrasjon av kulturelle praksiser i undervisningen.

Nasir og de Royston (2013) plasserer seg med sin forskning i grenselandet mellom skolen og elevenes kulturelle sfære, da de studerer møtet mellom skolens formelle kunnskap og elevenes uformelle kunnskap fra hverdagslivet. Forfatterne ønsket å finne ut av hvordan elever fra en sosiokulturell minoritet (afroamerikansk ungdom i en amerikansk storby) tar i bruk matematisk problemløsning utenfor skolen. De ser spesifikt på hvordan bruken av matematikk utenfor skolen skiller seg fra det som blir prioritert og verdsatt i en tradisjonell skolekontekst.

Som et eksempel på dette skillet viser Nasir og de Royston (2013) til elevenes bruk av estimering som en løsningsstrategi, når de skal vurdere basketballspilleres prestasjoner i løpet av en sesong. Der det i skolen ofte er krav om stor nøyaktighet i utregninger, var det i basket ofte mer hensiktsmessig med estimeringer. Dette gjelder blant annet når elevene skal vurdere og sammenlikne spilleres prestasjoner. Forfatterne forklarer:

Because players' goals are often to compare the skills and performance of other players, players did not value precise numerical answers; instead, estimation was used. Thus, mathematical adequacy when solving average and percent problems in relation to basketball statistics was defined differently from adequacy for solving school problems, which is often based on whether or not a student's response is exactly accurate. (Nasir & de Royston, 2013, s. 272)

Selv om elevene kan ha utviklet gode strategier for problemløsning i sammenhenger utenfor skolen, så er det en fare for at denne kunnskapen ikke blir anerkjent i klasserommet, da den ikke faller innenfor det som skolen etterspør og definerer som matematisk kunnskap.

Skillet i vurderingen av matematisk kunnskap som Nasir og de Royston (2013) har identifisert, kan hjelpe oss å forstå noen av utfordringene og mulighetene Wager (2012) peker på med sitt rammeverk som er referert tidligere i teksten. Dersom vi som lærere prøver å bruke basketball som en kontekst for et matematisk problem (kategori 1 i rammeverket), vil vi møte utfordringer dersom vi ikke tar hensyn til at det er en annen type logikk som styrer bruken av matematikk i den konteksten. På samme måte vil det bli vanskelig å hjelpe elevene å se koblinger mellom matematikken i basket og matematikken på skolen (kategori 2) dersom vi ikke er klare over de ulike kunnskapstypene som vektlegges. Om vi kan hjelpe elevene med å identifisere det unike i de kunnskapene som trengs for å sammenlikne spilleres prestasjoner (nivå 3), vil dette også åpne opp for at vi, sammen med elevene, kan konstruere situasjoner i klasserommet hvor denne typen kunnskap og problemløsning aktualiseres (kategori 4). Dette illustrer én måte å arbeide systematisk

med å bevege oss fra å bruke en kulturell aktivitet som kontekst, til å fullt ut integrere den spesifikke matematiske kunnskapen som den kulturelle aktiviteten representerer i undervisningen.

Francois & Stathopoulou (2012) beskriver et forsøk på å gjøre elevenes kulturelle erfaringer relevant i undervisningen, men som ikke lykkes fullt ut da skolens krav til formell notasjon og bruk av bestemte algoritmer hindrer elevene i å bruke egenutviklede løsningsstrategier. Forskerne studerte elever fra en minoritetsgruppe (romani) sitt møte med skolen i Hellas. Én av oppgavene som diskuteres i artikkelen handler om bruk av divisjon. Oppgaven var satt til en kontekst som skulle oppleves som kjent for elevene: «Vasilis' father has to distribute 372 kilograms of apples into 20 kilogram crates. How many crates are needed?» (Francois & Stathopoulou, 2012, s. 242).

I dette spesifikke eksemplet rapporterer Francois & Stathopoulou (2012) om at mange av elevene fra majoritetskulturen strevet med å finne en løsning på denne oppgaven. For mange av elevene handlet dette om at de ikke klarte å ta i bruk den formelle standardalgoritmen for divisjon som det var forventa at elevene skulle bruke. Selv om ikke heller elevene med romanibakgrunn brukte denne standardalgoritmen i stor utstrekning, var de gode til å finne alternative strategier for å løse oppgaven. Elever fra denne gruppen brukte primært uformelle og egenutviklede regnestrategier, men strevede da de skulle skrive ned utregningene med formell matematisk notasjon. Også dette hendelsesforløpet som Francois & Stathopoulou (2012) her viser til kan tas som eksempel på at skolen ikke anerkjenner elevenes kulturelle erfaringer. Selv om oppgaven er et forsøk på å aktualisere en kontekst som ble beskrevet som kjent for elevene, gjenstår kravet om en skolemessig notasjon og bruk av en bestemt divisjonsalgoritme. Dette fører til at elever med minoritetsbakgrunn opplever at deres matematiske kunnskaper blir sett på som av lavere verdi (Francois & Stathopoulou, 2012).

Som en avrundning på denne kategorien kan funnene i fra Oh og Kwon (2014) bidra med viktige perspektiv på hvordan et samfunns majoritetskultur setter rammer for matematikkundervisningen. Målet med prosjektet var å undersøke hvorvidt en kritisk tilnærming til matematikkundervisningen kunne hjelpe elevene å utvikle en større sosiopolitisk bevissthet. Konteksten var et sett med oppgaver som tok utgangspunkt i den skjeve fordelingen av formue i verden. I dette tilfelle illustrert av at seks amerikanske milliardærer eier 59% av verden samlede tilganger, mens de fattigste 20 prosentene av verdens befolkningen til sammen eier 2% (Oh & Kwon, 2014).

Det som blir trukket fram som hovedfunnet i artikkelen er at det ikke er en direkte sammenheng mellom økt innsikt i sosiopolitiske spørsmål og elevenes utvikling av en politisk aktørskap:

In short, the student's perceptions about the social conflict situation and their vision for their role in bringing about social change are not consistent [...] In the case at hand, the students didn't mention any actions that they could take to bring about social change, but instead focused on their own personal success. (Oh & Kwon, 2014, s. 349)

Forfatterne forklarer dette med noe de omtaler som «reserved agency». Dette reservede aktørskapet forklarer Oh og Kwon (2014) som at elevene forstår at bestemte samfunnsmessige fenomener (i dette tilfellet ujevn fordeling av formue) kan oppfattes som urettferdig, og at det derfor kan sies å være behov for sosiopolitisk forandring. Samtidig opplever elevene at deres mulighet til å bidra til denne typen forandring begrenses av deres egen sosiokulturelle bakgrunn. Preget av det sørkoreanske samfunnet, ser de på sitt eget aktørskap for sosial forandring som å være begrenset til gode prestasjoner i skolen, som i sin tur kan føre til sosial mobilitet (Oh & Kwon, 2014). Med andre ord ser de ikke på seg selv som mulige aktører i en mer direkte forandring av samfunnsmessige problemer, for eksempel gjennom politisk aktivisme eller deltakelse i sosiale bevegelser.

Oh og Kwon (2014) mener at, selv om majoritetskulturens verdisystem gjør at elevene i mindre grad tilegner seg de kritiske perspektivene fra undervisningen, så finnes det fortsatt muligheter for at elevene, over tid, forandrer sine holdninger. «However, reserved agency partially affects the student's agency for social change at the present point because reserved agency gradually induces changes in the student's perspective on social issues» (Oh & Kwon, 2014, s. 351). Funnene i artikkelen til Oh og Kwon (2014) er et viktig kompletterende perspektiv til Wager (2012), Nasir og de Royston (2013) og Francois og Stathopoulou (2012), som alle har utforsket muligheter og utfordringer med å skulle innarbeide perspektiver fra minoritetskulturer i undervisningen. Oh og Kwon (2014) viser at også verdier og normer fra majoritetskulturen kan begrense mulighetene til å virkeliggjøre en demokratisk undervisningspraksis i klasserommet.

Funnene som er syntetisert i dette delkapittelet viser at det mange steder gjenstår en del arbeid dersom en skal få til å gjøre elevenes kulturelle erfaringer og den alternative matematiske kunnskapen som denne ofte representerer, relevant. Men dersom vi bevisst arbeider mot å få til en større grad av integrasjon kan vi bevege oss vekk fra en overfladisk kulturell relevans i undervisningen – mot en mer helhetlig integrasjon. Dette vil kunne bidra til å skape en mer inkluderende undervisning hvor flere elever kan delta på like vilkår (Wager, 2012).

Dersom vi skal få til en slik bevegelse vil det kreve at vi ser på matematikkundervisningen i et nytt lys. Nasir og de Royston (2013) poengterer at vi må anvende en sosiokulturell og sosiopolitisk

analyse for å forstå hvilke mekanismer som styrer diskrepansen mellom hva som ses på som verdifull kunnskap i og utenfor skolen. Forfatterne er tydelige på at vi som matematikklærere bør utvide vår forståelse for læringsprosesser i matematikk – fra å kun handle om kognitive prosesser, til å også omfatte sosiale og politiske prosesser. I tillegg bør vi støtte elevene i å reflektere over hva slags matematisk kunnskap de bruker utenfor skolen, og hvorfor ulike typer av kunnskap vurderes ulikt i og utenfor skolen (Nasir & de Royston, 2013)

I forlengelsen av dette bør vi se på variasjon i elevers kompetanse og prestasjoner, ikke som mangler hos den enkelte, men som del av de sosiale strukturene som definerer hva som er legitim og verdifull kunnskap i et samfunn. Her bør vi også tørre å utfordre majoritetsperspektivene, da de, som Oh og Kwon (2014) har vist, kan virke konserverende og stå i veien for utviklingen av en kritisk matematikkundervisning.

4.3 Utforming av undervisning

Da undervisning alltid vil være et sentralt tema i matematikdidaktisk forskning, har flere av de allerede refererte funnene også handlet om utforming av undervisning i noen grad. I dette delkapittelet vil jeg presentere funn fra artiklene som har undervisningsdesign som hovedtema, og som kan gi oss verdifull innsikt i hvordan vi kan legge til rette for læring i en demokratisk matematikkundervisning.

Schettino (2013) har utviklet et rammeverk for utforming av undervisning. Forfatteren tar utgangspunkt i den skjeve kjønnsfordelingen innenfor realfagene (STEM) i høyere utdanning og på arbeidsmarkedet. Med utgangspunkt i feministisk pedagogisk teori har forfatteren undersøkt om alternative undervisningsmetoder i matematikkfaget kan bidra til å øke kvinnelige elever og studenters interesse for matematikk og teknologifagene. Funnene i artikkelen peker på fire sentrale karakteristikk ved undervisningen og organiseringen av læringsarbeid for at flere elever, uavhengig av kjønn, skal oppleve matematikkfaget som interessant og relevant for deres videre studier og arbeid.

Den første karakteristikken blir omtalt som *sammenheng i fagstoffet* (eng. Connected Curriculum), og handler om at elevene må oppleve at det er en indre logikk i oppbyggingen av undervisningen og en logisk progresjon mellom de faglige temaene (Schettino, 2013). Den andre karakteristikken handler om å prioritere *argumentasjon fremfor å følge oppskrifter* (eng. Justification not Prescription). Schettino (2013) peker her på at det må dyrkes en klasseromkultur som vektlegger faglig argumentasjon, resonnering og utvikling av begrunnelser fremfor fokusering på riktige svar. Karakteristikk nummer tre dreier seg om at elevene må føle *eierskap til kunnskapsproduksjonen*

(eng. Ownership of Knowledge Production). Læreren og elevene må bidra til å skape holdninger og strukturer som oppmuntrer til individuelt og felles eierskap til læringsprosessene gjennom bruk av læringsdagbøker, studentpresentasjoner, utdypende spørsmål, tid til ettertanke og andre arbeidsmåter som stimulerer til diskusjon og forhandling (Schettino, 2013). Den fjerde og siste karakteristikken er *delt autoritet* (eng. Shared Autonomy). Denne viser til at det i klasserommet må arbeides med målretta dekonstruksjon av faglige og sosiale hierarkier, slik at alle elever kan delta på lik linje og at klasserommet oppleves som et trygt sted hvor en tør å utfordre seg selv og andre (Schettino, 2013).

Schettino (2013) bidrar her med en tydeligere fremheving av kontinuitet gjennom det faglige innholdet og en logisk progresjon mellom ulike faglige tema. I tillegg beskriver hun en mer demokratisk organisering av undervisningen, hvor elevene og læreren i samarbeid legger til rette for læring og utvikling. Det siste perspektivet, fordeling av autoritet i klasserommet, er noe som også blir tematisert i neste artikkel i denne kategorien.

Lo og Ruef (2020) er opptatt av betydningen av både faglige og sosiale hierarkier i matematikkfaget. Med sin forskning er de interesserte i å finne ut av hvordan organisering av undervisningen påvirker elevenes deltakelse i matematikkundervisningen. Konkret undersøker de hvordan elevene posisjonerer seg i gruppearbeid i matematikkundervisningen, og hvordan dette påvirker elevenes mulighet til å oppleve autoritet og aktørskap i undervisningen. Forfatteren løftet fram matematikkfaget som en arena hvor elevene kan utvikle samarbeids- og problemløsningsevner som kan sette dem i stand til å bidra til forandringer i samfunnet: «Effective mathematics classes should support students in becoming collaborative and critical problem solvers prepared to leverage productive change in the world» (Lo & Ruef, 2020, s. 17). Forfatterne vektlegger altså både at elevene må utvikle sin matematikkfaglige problemløsningskompetanse, samtidig som de peker på at denne kompetansen kan bidra til at de kan engasjere seg i problemstillinger som strekker seg utenfor matematikkfaget.

Lo og Ruef (2020) viser til at dersom læreren skal lykkes med å utforme en undervisning som bidrar til å utvikle de ønskede evnene, står læreren overfor en sentral utfordring: å oppnå en mer lik fordeling av autoritet og aktørskap i klasserommet. Autoritet i undervisningen blir forstått som mulighet til å påvirke innhold og utforming av undervisningen. Elevene får mulighet til å oppleve aktørskap når de har innflytelse over hvordan undervisningen utformes og hvordan progresjon og utvalg av fagstoff planlegges (Lo & Ruef, 2020).

En måte å bevege seg mot en matematikkundervisning hvor elevene opplever en større grad av aktørskap, er gjennom å legge vekt på at elevene i felleskap skal utvikle en faglig forståelse (Lo & Ruef, 2020). Dette kan skje gjennom at læreren legger til rette for deling av ideer og faglige diskusjoner, noe som av forfatterne blir omtalt som *public sensemaking*. Dette står i kontrast til en mer tradisjonell undervisning hvor lærerens hovedoppgave er å formidle fagstoff som elevene skal tilegne seg, som de omtaler som *transmission-based learning* (Lo & Ruef, 2020). Denne vektleggingen av diskusjon i klasserommet, hvor elevene i felleskap får utviklet både sin faglige kompetanse og får øving i å delta i meningsbrytninger, ligger tett opp mot Hauge og Barwell (2017) sin argumentasjon om at matematikkfaget har en viktig oppgave i å forberede elevene til deltagelse i et samfunn preget av stor grad av usikkerhet.

Lo og Ruef (2020) fremhever videre at det i all slags samarbeid og gruppearbeid vil foregå en type posisjonering, hvor de som deltar inntar ulike posisjoner med bakgrunn i opplevd faglig kompetanse og sosiale hierarkier i klasserommet. Som et analyseverktøy har forfatterne utviklet fem kategorier som beskriver mulige posisjoneringer og gir eksempler på hvordan elevene kan gi uttrykk for sin posisjonering. Tabell 3 viser en oppsummering av forfatternes beskrivelse av mulige posisjoneringer, samt oppgaver og handlinger forbundet med de ulike posisjonene.

Tabell 3 - Beskrivelse av elevers posisjonering i gruppearbeid

| Posisjon i gruppearbeid | Definisjon av oppgave | Eksempel på handling |
|------------------------------|--|---|
| Ekspert | Gir faglig informasjon | «Arealet er lik bredden ganger høyden» |
| Novise | Etterspør faglig informasjon | «Hva er formelen for arealet» |
| Bidragstyper (ikke faglig) | Bidrar til framdrift i arbeidet | Den som leser oppgaven høyt eller deler informasjon med resten av gruppen |
| Tilrettelegger (ikke faglig) | Etterspør framdrift/Leder aktivitet | Den som etterspør å få oppgaven opplest |
| Ikke deltakende | Unngår å delta eller å dele informasjon med de andre | «Jeg tenker ikke å fortelle hva formelen for arealet er» |

Merknad. Tabellen er basert på funn i Lo og Ruef (2020)

Lo og Ruef (2020) fremhever at det å være observant på hvilke posisjoner elevene inntar i gruppearbeid eller andre former for samarbeid kan hjelpe læreren i å motarbeide at uheldige hierarkier utvikler seg i klassen. En kan da unngå at noen elever permanent inntar eller blir tildelt

bestemte roller. Et bevisst forhold til de ulike posisjonene i et gruppearbeid kan bidra til at samarbeidet blir med dynamisk og likestilt, da elevene kan få oppleve å forflytte seg mellom roller (Lo & Ruef, 2020). Hvor tidligere artikler i større grad har vært opptatt av fordelingen av autoritet mellom lærer og elever, bidrar Lo og Ruef (2020) her med å utvide perspektivet til å også se på fordeling av autoritet mellom elevene. De gjør oss også bevisste på at selv om det primært er læreren sitt ansvar å sørge for at alle elever kan bidra i, og få utbytte av, ulike typer gruppearbeid, så kan elevene også bli gitt en rolle her:

Although teachers are typically the ones tasked with noticing and treating inequitable participation in mathematics classrooms, this case study reveals the possibility that students may also have the capacity to address the distribution of authority and agency by monitoring how many opportunities they have to participate in sensemaking. (Lo & Ruef, 2020, s. 30)

Sånn sett kan også elevene bli involverte i å bygge ned de maktstrukturene som vi har sett at flere andre forfattere også har pekt på som en utfordring i matematikkundervisningen og i matematikkfaget generelt (f.eks. Francois & Stathopoulou, 2012; Nasir & de Royston, 2013; Schettino, 2013; Wager, 2012).

Lee og Johnston-Wilder (2013) bidrar også til å løfte perspektiver på hvordan elevene kan gis en mer aktiv rolle i undervisningen. I forskningsprosjektet har en gruppe elever blitt invitert til å ta rollen som med-forskere (eng. co-researchers). Målet med forskningsprosjektet var å finne ut av hva elevene karakteriserer som god undervisning i matematikk, og hva som skal til for at de opplever et større læringsutbytte i faget. I tillegg ville forskerne finne ut av om det å involvere elevene i utformingen og gjennomføringen av forskning, kunne føre til at elevene lettere kunne artikulere hva de ønsket av matematikkundervisningen. Måten elevene ble involvert i forskningen på var gjennom at de fikk bidra i utformingen av spørreskjema og i innsamling og analyse av data fra eget og medelevers arbeid i forskningsprosjektet (Lee & Johnston-Wilder, 2013).

Som et første ledd i prosjektet ble et spørreskjema utformet hvor elevene ble spurt om hvordan de mener matematikkundervisningen bør utformes. Forfatterne oppsummerer hovedtendensene i elevenes svar på følgende måte:

Interestingly the results obtained from the questionnaire clearly showed that many of the pupils already had an intuitive appreciation of the power of working collaboratively and discussing their ideas when learning. However the questionnaires also indicated that in their experience these ways of working were rarely, if ever, used in the teaching of mathematics. (Lee & Johnston-Wilder, 2013, s. 6)

Elevene løfter altså fram verdien av å samarbeide i grupper og å delta i matematiske diskusjoner, men viser samtidig til at de i liten grad opplever å få arbeide på denne måten i matematikkundervisningen. I dialog med sine med-forskere utformet Lee og Johnston-Wilder (2013) undervisningsopplegg hvor de innarbeidet noen av ønskene elevene gav uttrykk for i spørreskjemaet.

Videre i forskningsprosjektet fikk med-forskerne føre dagbok hvor de reflekterte over sine erfaringer og beskrev hvordan de opplevde å arbeide med de nyutviklede undervisningsoppleggene. I analysen av dagbøkene kunne forskerne se en interessant utvikling av elevenes holdninger til faget. I spørreskjemaet hadde kun 27 % av elevene gitt uttrykk for at de mente at faglig forståelse var viktigere enn gode karakterer, mens elevene i dagbøkene i langt større grad vektla at lærerne måtte hjelpe dem med å forstå fagstoffet. Forfatterne reflekterer over de motstridende svarene på denne måten:

It seems likely that, before starting this work, pupils' knowledge and understanding of ways that would help them to learn mathematics effectively was present, partial but unarticulated. If this is correct, then it seems that allowing pupils to experience different ways of learning mathematics, reflect on their learning and be encouraged to use their voice to express the outcomes of their reflection, could have an important role in promoting their own awareness of their own knowledge of how to learn mathematics. (Lee & Johnston-Wilder, 2013, s. 12)

Det kan altså se ut til at mange elever slites mellom to konkurrerende oppfatninger om matematikkundervisningen. På den ene siden er de opptatt av å få gode karakterer og i forlengelsen av dette å prestere innenfor hva de oppfatter som rammene for faget. På den andre siden ønsker de en undervisning hvor de får samarbeide, utforske og være aktive deltakere i et læringsfelleskap. Vi kan da tenke oss at vår rolle som lærere er å legge til rette for at elevene får oppleve at dette er to oppfatninger som er mulig å kombinere: at det er mulig å utvikle målbar fagkunnskap slik den blir definert av læreplanen, gjennom en undervisning som preges av samarbeid, diskusjoner og muntlig aktive elever.

Lee og Johnston-Wilder (2013) konkluderer med at rekrutteringen av elever som med-forskere hadde en avgjørende rolle for at de skulle få innsikt i hvordan elevene tenkte om hva som er god matematikkundervisning, og samtlige elever tok rollen på stort alvor. Forfatterne mener at det finnes et stort potensial i denne typen av elevinvolvering i forskning, og at det er en godt egnet metode for å løfte fram elevenes egne ønsker og preferanser (Lee & Johnston-Wilder, 2013).

Vi har under dette temaet sett på eksempler på forskningsprosjekt som løfter fram måter å organisere undervisningen på som kan bidra til en mer inkluderende matematikkundervisning og dermed et større faglig utbytte for flere elever. Vi har også sett at to av artiklene peker på at elevene med fordel kan involveres i arbeidet med å utforme undervisningen i denne retningen.

4.4 Lærerrollen

I dette fjerde og siste temaet skal vi se nærmere på hvordan lærere ser på sin egen rolle i møtet med en ny type undervisningspraksis. I tre av artiklene er læreres forståelse av egen rolle det primære forskningsfokuset (Andersson, 2011; Stemhagen, 2011; Wright, 2017). Som en avslutning på dette delkapittelet vil jeg også referere noen viktige delfunn fra Lee og Johnston-Wilder (2013).

Stemhagen (2011) undersøker matematikklæreres forståelse av egen rolle i lys av skolens demokratiske mandat, og hvordan deres bakgrunn, holdninger og undervisningspraksis forholder seg til hverandre. I studien fikk informantene svare på et spørreskjema som kartla kunnskapssyn, pedagogisk-didaktiske holdninger, holdninger knyttet til matematikkfaget, til undervisning i matematikk, og til demokratiske undervisningsformer.

Med spørreskjemaet ønsket forfatteren å kartlegge om lærerne så på matematikkfaget som noe absolutt og universelt, eller om de så det som et sosialt og kulturelt konstruert fenomen (eng. absolutist versus constructivist beliefs), og om de primært identifiserte seg med en konstruktivistisk eller en mer tradisjonell, formidlende pedagogikk. Videre fikk informantene svare på spørsmål om sine holdninger knyttet til en demokratisk pedagogisk praksis. Spørsmålene skulle kartlegge lærernes tanker om skolens brede demokratiske mandat, og videre hvilken plass matematikkfaget hadde i dette mandatet. Den siste kategorien spørsmål handlet om deltakernes følelser knyttet til matematikk og grad av mestringsfølelse knyttet til egen undervisning (Stemhagen, 2011).

Et sentralt moment i studien til Stemhagen (2011) var å kartlegge sammenhengene mellom deltakernes rapporterte holdninger på tvers av de ulike kategoriene. Denne kartleggingen resulterte i et av de viktigste funnene ifølge forfatteren selv:

The single most obvious and important outcome of this study is support for the idea that beliefs do, in fact, seem to matter. The initial correlation studies showing the strongest relationship between teacher practice and underlying philosophy (as opposed to between teacher practice and beliefs about teaching) is certainly an interesting finding, particularly in light of the fact that there is so little explicit attention to philosophy of mathematics in both mathematics and mathematics education programs. (Stemhagen, 2011, s. 9)

Funnene indikerer altså en sterkere sammenheng mellom lærernes grunnleggende pedagogisk-filosofiske holdninger og pedagogisk praksis i klasserommet, enn mellom rapportert fagdidaktisk tilnærming og praksis i klasserommet. Dette mener forfatteren er særlig interessant, da han peker på at underliggende filosofiske antakelser i liten grad blir tematisert i lærerutdanningen.

Stemhagen (2011) konkluderer med at dette bør få konsekvenser for hvordan utdanning for matematikklærere utformes. Dersom en ønsker en bevegelse mot en mer konstruktivistisk og elevsentrert undervisning, vil det ikke være tilstrekkelig å vektlegge nye undervisningsmåter. Utdanningen må i tillegg gi studentene mulighet til å reflektere over egne pedagogisk-filosofiske holdninger og tanker om matematikkfagets natur; studentene får da også mulighet til å utvikle sine holdninger kytt til matematikkfaget og undervisning generelt, parallelt med at de får utvikle sin fagdidaktiske kompetanse. På denne måten kan utdanningen legge til rette for et mer reflektert syn på egen rolle som lærer, noe som i forlengelsen også kan bidra til utvikling av en ny undervisningspraksis.

I de to neste artiklene i denne kategorien kan vi se konturene av en slik systematisk refleksjon som Stemhagen (2011) etterspør, og hvordan dette kan ha direkte praktisk betydning for utforming av undervisningen i matematikk. Andersson (2011) rapporterer om et forskningsprosjekt hvor en lærers syn på egen rolle står sentralt. Prosjektet ble gjennomført som et samarbeid mellom forfatteren (forsker) og deltakeren (lærer). Målet med prosjektet var å utvikle en kritisk undervisningspraksis hvor elevene fikk erfaring med matematikk som et verktøy for sosial kritikk, og en klasseromspraksis hvor de i større grad ble inviterte til å være aktører i egne læringsprosesser (Andersson, 2011). Dette ligger tett opp mot målsetningene til flere av de inkluderte artiklene i denne kunnskapsoversikten. Med bakgrunn i målsetningen utforsket forfatteren hvordan læreren reflekterte over sin rolle og identitet underveis i arbeidet med å utvikle en ny undervisningspraksis.

I starten av prosjektet til Andersson (2011) viste læreren til opplevde spenninger mellom målsetningene med prosjektet – å utvikle en kritisk undervisningspraksis og å legge til rette for at elevene opplevde å være aktører i egne læringsprosesser – og det tradisjonelle fokuset i undervisningen som handlet om å få dekket læreplanmålene og forberede elevene til eksamen. Spenningen oppstod da læreren skulle balansere åpne og utforskende oppgaver samtidig som hun kjente et press på å undervise det som ble målt på eksamen. Læreren opplevde at hennes ønske om å forberede elevene til eksamen gjorde det vanskelig å prioritere elevaktive arbeidsformer og å åpne opp for at elevene kunne være delaktige i utformingen av undervisningen. Denne opplevelsen førte til at læreren begynte å sette spørsmålstegn ved om det vil være mulig å oppnå målet om autonome elever innenfor rammene av den gjeldende læreplanen.

Utover i prosjektet begynner likevel de nye arbeidsformene å gi resultat. Andersson (2011) forteller at elevene begynte å vise tegn til å foretrekke samarbeidsorienterte arbeidsmåter også i faglig arbeid som i utgangspunktet var tenkt å være individuelt. Dette fører til at informanten gir uttrykk for en fornyet tro på at denne typen arbeidsformer kan bidra positivt også til oppnåelse av faglige mål definert i læreplanene. Læreren anerkjenner at det finnes et spenningsforhold mellom vektlegging av mål i læreplanen og ønsket om at elevene skal utvikles til selvstendige individer, men ser også at det kan være mulig å kombinere begge målene. Andersson (2011) utdyper hvordan dette henger sammen med synet på egen rolle som matematikklærer:

When realising the tensions within her prior designated identities, being a teacher teaching within curriculum frames with students becoming agentic and experiencing meaningfulness in mathematics education, she now accepts those tensions. However, her learning resulted in new emerged designated identities through the new questions articulated above.

Identities continuously change, and her learning continues. (Andersson, 2011, s. 451)

Som oppsummering viser forfatteren til at læreren gjennom denne intervensjonen har utviklet sitt syn på egen rolle, fra å ha sett på seg selv som en lærer som guider elevene mot eksamen, til en mentor som i større grad legger til rette for en helhetlig læringsprosess. Læreren som har deltatt i prosjektet beskriver hvordan hun opplever denne forandringen som frigjørende og at den har fått henne til å reflektere over nye muligheter for hvordan elevene kan innta nye aktørroller i klasserommet (Andersson, 2011).

Wright (2017) undersøker hvordan matematikkundervisningen kan utformes for å bedre ivareta skolens brede dannelsesmandat, et dannelsesmandat hvor «[...] education is viewed as integral to addressing issues relating to society as a whole» (Wright, 2017, s. 515). Forfatteren viser til at mange lærere utgår fra nettopp et slikt humanistisk dannelsesideal når de beskriver målsetningen med matematikkundervisningen, men at læreplanmål, sementerte maktstrukturer og andre ramme faktorer hindrer dem i å realisere dette idealet. Forskningsprosjektet tok utgangspunkt i en forskningsgruppe bestående av forfatteren og fem nyutdannede lærere som over ett års tid samarbeidet om å utvikle, prøve og evaluere en rekke undervisningsopplegg og klasseromsaktiviteter.

I arbeidet med å utforme en matematikkundervisning som kan støtte opp under skolens brede dannelsesmandat tok forskningsgruppen i bruk et rammeverk som Wright (2017) tidligere hadde utviklet. Rammeverket beskriver en matematikkundervisning for sosial rettferdighet (eng. teaching mathematics for social justice). En slik matematikkundervisning må: 1) Ta i bruk arbeidsformer som

fremmer samarbeid, diskusjon og problemløsning, slik at elevene må forholde seg aktivt til det matematiske innholdet; 2) Anerkjenn og aktivt bruke elevenes erfaringer fra hverdagslivet, og gjennom dette fremheve matematikkens kulturelle relevans; 3) Legge til rette for matematisk utforskning og sette elevene i stand til å utvikle en dypere forståelse av de sosiale, kulturelle, politiske og økonomiske kontekstene de er situerte i; 4) Utvikle en kritisk forståelse av matematikkens natur, og dens posisjon og status i utdanning og samfunnet generelt (Wright, 2015 i Wright 2017, s. 520).

Gjennom å analysere lydopptak og intervjuer gjennomført med deltakerne i forskergruppen i løpet av prosjektet kunne Wright (2017) identifisere tre overordnede tema som beskriver de deltakende lærernes tanker og refleksjoner knyttet til å utforme en matematikkundervisning som var i tråd med rammeverket som er presentert over. Det første temaet handler om lærernes endrede kunnskapssyn i matematikkfaget (eng. *changing epistemology in mathematics*). Fra å i utgangspunktet ha sett på matematisk kunnskap som noe nøytralt, reflekterer informantene i større grad over hvordan hele matematikkfaget er utviklet og konstruert i en sosial kontekst. Det andre temaet som løftes fram er utvikling av elevenes aktørskap (eng. *development of student agency*). Gjennom deltaking i forskningsprosjektet utviklet lærerne en forsterket tro på at elevene må oppleve matematikkundervisningen som engasjerende, relevant og meningsfull, og at nøkkelen til å oppnå dette er å styrke deres følelse av aktørskap i undervisningen

Det tredje og siste tema som Wright (2017) viser til, handler om hvordan hegemoniske tankeganger om evner og læringsutbytte (eng. *dominant discourses on ability and attainment*) styrer utforming av undervisningen. Deltaking i forskningsprosjektet førte til at alle tre lærere begynte å stille spørsmål til praksisen med nivådeling av elever, og hvordan dette begrenset læringsutbyttet for mange elever². Videre ble deltakerne mer og mer sikre på at det å innarbeide sosiopolitiske spørsmål i undervisningen, ville bidra til et økt læringsutbytte for mange elever, og at det ville føre til en mer helhetlig og dypere forståelse for matematikkfaget. Dette stod i kontrast til de holdningene lærerne hadde rapportert om i starten av prosjektet, hvor de i større grad tenkte på tverrfaglige kontekster som noe de kunne ramme inn det matematikkfaglige innholdet med.

Som avslutning på dette temaet kan det være interessant å se på de mulige utfordringene Lee og Johnston-Wilder (2013) setter søkelys på når et kollegium skal gjennom forandlingsprosesser hvor undervisningen i matematikk står i sentrum. Med bakgrunn i intervjuer med lærerne som deltok i

² Forskningsprosjektet ble gjennomført på en skole i Storbritannia som praktiserte nivådeling basert på elevenes prestasjoner

forskningsprosjektet kunne Lee og Johnston-Wilder (2013) peke på at det for mange lærere oppleves som utfordrende å skulle gi slipp på en etablert rolleforståelse. Dersom man over tid har blitt vant med en undervisning hvor læreren er den som velger innhold og arbeidsmåter og hvor elevens rolle er å tilegne seg fagkunnskap etter beste evne innenfor rammene som er satt av læreren, vil det kunne være vanskelig å plutselig skulle snu om på denne måten å undervise på. Gruppen lærere som deltok var til å begynne med positive og villige til å forandre undervisningspraksis i tråd med tilbakemeldingene fra elevene. Etter hvert begynte holdningene likevel å sprike, hvor noen lærere viste motstand mot å la elevene være med i utformingen av undervisningen, mens andre implementerte metodikken fra prosjektet i stor grad. Lee og Johnston-Wilder (2013) drøfter om dette kan ha vært fordi noen lærere følte seg ukomfortable med å skulle la elevene ta over deler av styringen av innhold og arbeidsmåter.

4.5 Oppsummering

I dette kapitlet har jeg presentert resultat fra analysen og syntetiseringen av de inkluderte artiklene. Ved hjelp av en tematisk syntese fant jeg fram til fire analytiske tema som beskriver ulike sider ved den overordna problemstillingen i dette prosjektet: *Hva karakteriserer en matematikkundervisning som tematiserer demokrati og medborgerskap?* I kapittel 4.1 og 4.2 har vi sett eksempler på hvordan matematikkundervisningen kan relateres til samfunnet utenfor skolen, enten gjennom å undersøke hvordan matematikken kan brukes som et verktøy for sosiopolitisk kritikk, eller ved å utforske hvordan elevenes kulturelle erfaringer påvirker deltakelse og læringsutbytte i matematikkfaget.

I kapittel 4.3 har vi sett konkrete eksempler på hvordan en demokratisk matematikkundervisning kan utformes, og i kapittel 4.4 har vi vist hvordan oppfatninger om lærerrollen kan utfordres i utformingen av en matematikkundervisning som tematiserer demokrati og medborgerskap. I neste kapittel vil jeg diskutere resultatene på tvers av de analytiske temaene og i lys av oppgavens teoretiske ramme slik den er presentert i kunnskapsgrunnlaget.

5 Diskusjon

Den primære målsetningen med denne oppgaven er å svare på spørsmålet *Hva karakteriserer en matematikkundervisning som tematiserer demokrati og medborgerskap?* gjennom å utforme en kunnskapsoversikt over relevant forskningslitteratur. Temaene som framkom i gjennomlesingen, representerer viktige funn i seg selv knyttet til hva forskningen sier om hva som karakteriserer en matematikkundervisning som tematiserer demokrati og medborgerskap. I denne avsluttende diskusjonen ser jeg det likevel som viktig å trekke fram sammenhenger som går på tvers av temaene fra resultatdelen. Jeg velger derfor å strukturere diskusjonen etter de tre forskningsspørsmålene:

1. Hvordan bli tematiseringen av demokrati og medborgerskap i matematikkundervisningen forstått i forskningslitteraturen?
2. Hvordan blir undervisningen beskrevet i forskningslitteraturen?
3. Hvordan blir lærerrollen beskrevet i forskningslitteraturen?

I diskusjonen vil jeg også trekke inn sentrale momenter fra kunnskapsgrunnlaget, hvor det vil være til hjelp for å bedre forstå viktige funn.

5.1 Hvordan kan demokrati og medborgerskap tematiseres i matematikkundervisningen?

I dette delkapittelet vil jeg først vise til noen overordna tendenser for hva resultatene fra kunnskapsgjennomgangen sier om hvordan demokrati og medborgerskap kan tematiseres i matematikkundervisningen. Deretter vil jeg se nærmere på resultatene fra de ulike kategoriene og diskutere disse i lys av kunnskapsgrunnlaget. Til slutt så vil jeg sammenlikne resultat i denne kunnskapsoversikten med kunnskapsoversikten fra Aguilar og Zavaleta (2012), og diskutere noen mulige utviklingstrekk i den matematikdidaktiske forskningen som tematiserer demokrati og medborgerskap etter 2011.

Det er et mangfoldig bilde som trer fram i artiklene i denne kunnskapsoversikten, med tanke på sammenhengen mellom matematikkundervisning og demokrati og medborgerskap. Dette er i tråd med tidligere beskrivelser av forskningsfeltet (Skovsmose, 2020; Wolfmeyer, 2017). Likevel er det mulig å se noen overordna tendenser i hvordan artiklene artikulere sammenhengen mellom demokrati, medborgerskap og matematikkundervisning. Artiklene tar i stor grad sikte på å utdanne elevene til kritiske borgere, samtidig som flere av problemstillingene er henta fra det som kan kalles elevenes livsverden (f.eks. Brantlinger, 2013; Hauge & Barwell, 2017; Safi et al., 2018). Dermed kan fokuset i artiklene i denne kunnskapsoversikten sies å være i tråd med en moderne diskusjon om demokratiets plass i skolen. Det har skjedd en bevegelse fra oppdragelse til lovlidige borgere, mot

en opplæring hvor elevene skal kunne forstå og analysere komplekse fenomener i samfunnet (Børhaug, 2018). Videre kan vi også se at mange artikler plasserer seg innenfor det som kan beskrives som en utdanning gjennom eller som demokrati (Sant, 2019; Stray, 2011), da de i stor grad legger vekt på at elevene skal få delta i demokratiske praksiser i matematikkundervisningen (f.eks. Lee & Johnston-Wilder, 2013; Lo & Ruef, 2020; Schettino, 2013).

5.1.1 Resultat i denne kunnskapsoversikten

Om vi ser til hvordan artiklene plasserer seg innenfor de ulike temaene som er redegjort for i resultatdelen, representerer disse noe av mangfoldet i kunnskapsoversikten. I de to første temaene fra resultatkapittelet finner vi de artiklene som tydeligst kobler matematikkundervisningen sammen med samfunnet utenfor skolen. Felles for artiklene er at de undersøker matematikkens plass i samfunnet, og hvordan matematikkundervisningen i skolen forholder seg til samfunnet utenfor skolen.

Matematikk som kritikk samler flertallet av artiklene som drøfter hvordan matematikkfaget og matematisk kompetanse kan hjelpe elevene til å kritisk forstå, tolke og analysere samfunnsmessige utfordringer hvor matematikken har en fremtredende rolle. Med andre ord adresserer de to av de tre koblingene mellom matematikkundervisning og demokrati som Christiansen (2003) viser til: at elevene skal få utvikle kompetanser som setter de i stand til å handle i et demokratisk samfunn og til å kritisk vurdere andres handlinger. Som vi har sett tidligere kan dette handle om å analysere problemstillinger hentet fra elevene nærmiljø (Hauge & Barwell, 2017), tverrfaglige problemstillinger som omhandler komplekse og globale samfunnsutfordringer (Breliaş, 2014; Nicol et al., 2019; Schell-Straub, 2013), eller konkrete utfordringer knyttet til demokratiske systemer (Safi et al., 2018).

Sett i lyset av Ernests (2010) definisjon av den kritiske matematikkundervisningen, er artiklene i dette temaet primært opptatt av å bruke matematikken til å analysere samfunnsmessige spørsmål. Dette fører likevel med seg at flere av forfatterne også stiller seg kritiske til prioriteringen av faglig innhold i undervisningen i skolen. For eksempel så viser Nicol og kollegaer (2019) til at mange lærere i dag har et altfor snevert syn på hva som skal inngå i matematikkundervisningen, og argumenterer for at en demokratisk matematikkundervisning krever samarbeid på tvers av skolefag. Hauge og Barwell (2017) har et lignende poeng om et smalt fagsyn, da de argumenterer for at dialog og diskusjon om samfunnsmessige spørsmål har en viktig rolle i en demokratisk matematikkundervisning.

Dersom matematikkundervisningen adresserer denne typen av sammensatte og tverrfaglige problemstillinger, hvor matematikken er en del av en større helhet, kan det også tenkes at en

demokratisk matematikkundervisning vil kunne legge til rette for en relasjonell forståelse. Som vi har sett i kunnskapsgrunnlaget handler en relasjonell forståelse i matematikk om å kunne se sammenheng mellom ulike matematiske begrep, og å kunne forstå hvorfor den utregningen og det svaret en får er riktig (Skemp, 1976; Wæge & Nosrati, 2015). Når elevene må bruke matematikken i en kontekst og når de må vurdere hva slags fremgangsmåter som og løsningsstrategier som er mest hensiktsmessige i en gitt kontekst, kan det tenkes at de får mulighet til å utvikle en mer helhetlig og relasjonell forståelse for matematikken.

Denne måten å arbeide med matematikk på vil også aktualisere flere av de matematiske kompetansene som er presentert i kunnskapsgrunnlaget. Først og fremst vil elevene få mulighet til å styrke sin modelleringskompetanse, både gjennom å tolke og analysere eventuelle matematiske modeller og gjennom å konstruere egne modelleringssekvenser slik som Schell-Straub (2013) diskuterer i sin artikkel. Dersom rammene for oppgaven er bestemt på forhånd og elevene blir presentert med et konkret matematisk problem, som for eksempel i opplegget til Safi og kollegaer (2018), så vil elevene måtte ta i bruk sin problemløsningskompetanse (Niss et al., 2002).

Oppgaver som setter matematikken i en samfunnskontekst og hvor elevene må ta stilling til hvordan matematikken brukes og kommuniseres utenfor skolen, vil også aktualisere representasjons- og kommunikasjonskompetanse. Elevene må både lære seg å lese og tolke hvordan matematisk innhold brukes i fremstillinger i det offentlige, samtidig som de selv må kunne kommunisere sine forslag på løsninger og presentere de i den relevante (sosiopolitiske) konteksten. I kunnskapsgrunnlaget har vi sett at dette er en viktig måte å knytte matematikkundervisningen tettere til skolens demokratiske mandat (Barwell, 2021; Christiansen, 2003; Lindenskov, 2020; Niss et al., 2002).

Under temaet *Matematikk som kulturell aktivitet* finner vi de artiklene som i større grad er opptatt av elevenes kulturelle erfaringer i møte med skolen, og hva de erfaringene har å si for elevenes læringsutbytte og mulighet til deltakelse. Majoriteten av artiklene ser på hvordan matematikkundervisningen bedre kan aktualisere perspektiver fra ulike minoritetskulturer (Francois & Stathopoulou, 2012; Nasir & de Royston, 2013; Wager, 2012), mens én av artiklene problematiserer majoritetskulturens innflytelse på matematikkundervisningen (Oh & Kwon, 2014).

Om vi også her sammenlikner med de oppgavene til en kritisk matematikkundervisning som Ernest (2010) peker ut, så fokuserer forfatterne i disse artiklene i større grad på å stille spørsmål ved organiseringen av den tradisjonelle matematikkundervisningen i skolen. De stiller spørsmål ved hva slags kunnskapsbase skolematematikken hviler på, og hvem som bestemmer hva som er viktige matematiske kompetanser. Konkrete eksempler på dette er at elevenes uformelle matematiske

kompetanse ikke anerkjennes i klasserommet (Francois & Stathopoulou, 2012; Nasir & de Royston, 2013), og utfordringer knyttet til å skulle aktualisere elevenes kulturelle erfaringer i matematikkundervisningen (Wager, 2012). I motsetning til tidligere artikler så vender artikkelforfatterne det kritiske blikket mot matematikkundervisningen i skolen og undersøker hvordan den bedre kan utformes i tråd med demokratiske prinsipper om likeverd og rett til deltakelse.

Gjennom å inkludere matematikk fra elevenes kulturelle sfære vil vi altså kunne utvide hva som blir sett på som relevant matematisk kunnskap og gyldige løsningsstrategier. En slik utvidet tilnærming til faget vil gjøre at flere elever – ikke kun de som er kjent med den kulturelle praksisen fra før – må ta stilling til alternative måter å snakke om og å representere matematikk. Nasir og de Royston (2013) fant i sin artikkel at det primært var elevene som var kjente med sporten som brukte unike løsningsstrategier knyttet til når de skulle vurdere spilleres prestasjon. Dersom en kan integrere disse løsningsstrategiene i undervisningen kan også flere elever få erfaringer med alternative måter å tilnærme seg faget på. Flere elever vil da få erfaring med andre måter å kommunisere og representere matematikkfaglig innhold på, noe som blir trukket fram som viktige kompetanser i matematikkfaget (Niss et al., 2002).

Ser vi til det tredje temaet – *Utforming av undervisningen* – så ser vi også her eksempel på hvordan matematikkundervisningen kan settes i sammenheng med viktige demokratiske prinsipper. Her er det da først og fremst snakk om en demokratisering av selve undervisningen, både med tanke på inkludering og faglig utbytte (Lee & Johnston-Wilder, 2013; Schettino, 2013) og tilrettelegging for samarbeid som en demokratisk arbeidsform (Lo & Ruef, 2020). Igjen ser vi hvordan det er undervisningen i skolen som blir målet for den kritiske refleksjonen (jf. Ernest, 2010; Wolfmeyer, 2017).

Vi kan allerede nå notere oss at denne måten å se på demokrati og medborgerskap i matematikkundervisningen går ut over det som er definert i læreplanen. Slik som demokrati og medborgerskap er definert i den nye læreplanen handler det primært om at elevene skal bruke sin matematiske kompetanse til å forstå og analysere samfunnsmessige problemer. Denne forståelse vil i stor grad være i tråd med å bruke matematikken som et verktøy for kritikk (Ernest, 2010; Lindenskov, 2020). Når forskningen i tillegg undersøker elevenes kulturelle erfaringer og måter å arbeide for en mer inkluderende undervisning, er dette i tråd med den kritiske tradisjonene innenfor matematikdidaktikken (Ernest, 2010; Skovsmose, 2020; Wolfmeyer, 2017).

Med denne bredere tilnærmingen til hvordan demokrati og medborgerskap kan tematiseres i matematikkundervisningen kan praksisen i klasserommet bevege seg mot det som blir omtalt som opplæring gjennom demokrati (Sant, 2019; Stray, 2011) og levd demokrati i skolen (Breivega et al., 2019). Gjennom å fremheve vekten av inkludering, demokratisering av klasserommet og tematisering av autentiske samfunnsspørsmål kan flere av kjennetegnene til denne typen av demokratiopplæring flettes inn i matematikkundervisningen.

På den måte bli også deltakelsesperspektivet ved medborgerskapsbegrepet aktualisert. Elevene får både oppleve inkludering og en demokratisk praksis i skolen, samtidig som de tilegner seg viktige redskap for å kunne delta fullt ut i samfunnet. Som vi har sett i kunnskapsgrunnlaget er dette viktige sider av er fullverdig medborgerskap (Breivega et al., 2019; Lenz, 2020; Thoresen, 2020). Vi kan da skape en klasseromspraksis som både ivaretar føringene i læreplanen, utvikler flere sentrale matematiske kompetanser og bidrar til elevenes demokratiske danning i vid forstand.

5.1.2 Sammenheng med tidligere kunnskapsoversikt

Om vi ser til de kategoriene Aguilar og Zavaleta (2012) konstruerte i sin kunnskapsoversikt, så ser vi at de til dels er overlappende med hvordan artiklene i denne kunnskapsoversikten beskriver mulige måter å koble matematikkundervisningen med demokrati. Den første kategorien til Aguilar og Zavaleta (2012) dreier seg om hvordan matematikkundervisningen kan gi elevene verktøy til å analysere samfunnsspørsmål, noe som flere av artiklene i denne kunnskapsoversikten også tematiserer (Brantlinger, 2013; Hauge & Barwell, 2017; Oh & Kwon, 2014; Safi et al., 2018; Schell-Straub, 2013).

Også den andre kategorien – hvordan matematikkfaget kan bidra til utvikling av demokratiske holdninger gjennom å utfordre en absolutistisk holdning til faget – blir i noen grad tematisert. Gjennom å argumentere for at elevenes uformelle matematiske kompetanser bør anerkjennes og få en plass i undervisningen bidrar flere forfattere til å nyansere bildet av hva som er korrekt matematisk kunnskap (Francois & Stathopoulou, 2012; Nasir & de Royston, 2013; Wager, 2012)

Med sin tredje kategori fremhever Aguilar og Zavaleta (2012) hvordan matematikken kan fungere som en dørvokter som hindrer de som ikke mestrer faget fra å delta på flere arenaer i samfunnet. Denne kategorien adresseres primært av de artiklene som undersøker hvordan en demokratisering av undervisning- og arbeidsmåter kan bidra til større inkludering i matematikkfaget (Lee & Johnston-Wilder, 2013; Lo & Ruef, 2020; Schettino, 2013). Vi ser altså at noen av de samme temaene fortsatt opptar forskere som undersøker mulige koblinger mellom matematikkundervisning og demokrati og medborgerskap.

Samtidig adresserer flere av artiklene i denne kunnskapsoversikten tema som ikke passer inn under noen av kategoriene til Aguilar og Zavaleta (2012). Forskning som drøfter lærerrollen i lys av en demokratisk matematikkundervisning (Andersson, 2011; Stemhagen, 2011; Wright, 2017) og som løfter fram elevenes stemme i utformingen av en demokratisk matematikkundervisning (Brelías, 2014; Lee & Johnston-Wilder, 2013), er ikke perspektiver som blir løftet fram i den tidligere kunnskapsoversikten. Det kan tenkes at dette henger sammen med at jeg har brukt bredere utvalgsriterier enn hva Aguilar og Zavaleta (2012) gjorde i sin kunnskapsoversikt, og at jeg derfor har hatt et bredere nedslag i forskningslitteraturen. En annen mulig forklaring er at forskning på lærerrollen og elevinvolvering innenfor rammene av en demokratisk matematikkundervisning representerer nye perspektiver innenfor matematikdidaktisk teori og forskning. Alternativt kan det handle om at det ikke var mange nok artikler som tematiserte denne typen koblinger mellom demokrati og matematikkundervisning i den tidligere gjennomgangen av forskning. Uavhengig av grunnen til denne forskjellen kan det se ut til at det finnes forholdsvis lite forskning på lærere og elevers subjektive opplevelser av en demokratisk matematikkundervisning. Dette er derfor perspektiver som det hadde vært interessant å forske mer på.

5.2 Hvordan kan en demokratisk matematikkundervisning utformes?

Som jeg har vært inne på tidligere vil all matematikdidaktisk forskning på en eller annen måte si noe om hvordan undervisningen kan eller bør utformes. Artiklene som er syntetiserte under temaet *Utforming av undervisning* er de som har hatt et eksplisitt fokus hvordan en demokratisk matematikkundervisning kan utformes. Funnene i disse artiklene er fortsatt sentrale om vi vil forstå hvordan en demokratisk matematikkundervisning kan utformes. I denne drøftingen ser jeg det likevel som hensiktsmessig å samle trådene på tvers av kategoriene for å kunne si noe helhetlig om hva funnene i kunnskapsoversikten peker på med tanke på utforming av undervisningen.

5.2.1 Tre rammeverk for utforming av en demokratisk matematikkundervisning

Som en innledning til denne diskusjonen vil jeg sammenlikne de rammeverkene som blir referert i den inkluderte forskningen. Tre av artiklene har enten utviklet eller tar i bruk forskjellige rammeverk som beskriver hvordan en demokratisk matematikkundervisning bør utformes (Schettino, 2013; Wager, 2012; Wright, 2017). Rammeverkene er gjengitt i detalj tidligere i teksten, og her i diskusjonen vil jeg drøfte likheter på tvers av de tre rammeverkene.

Forfatterne bak de ulike rammeverkene beskriver at de kan bidra til å løse ulike utfordringer i matematikkundervisningen. Wager (2012) er opptatt av at undervisningen på best mulig måte skal aktualisere og bruke elevenes kulturelle erfaringer. Schettino (2012) ønsker en inkluderende matematikkundervisning hvor elevene opplever mening, sammenheng og eierskap i den faglige

progresjonen. Wright (2017) bruker sitt rammeverk for å vise hvordan en matematikkundervisning for sosial rettferdighet kan se ut.

Selv om altså bakgrunnen til rammeverkene er ulike er de delvis overlappende og beskriver lignende kvaliteter ved matematikkundervisningen. Både Wright (2017) og Schettino (2013) framhever viktigheten av at undervisningen legger til rette for samarbeid, diskusjon og felles problemløsning, og at det faglige fokuset ligger på argumentasjon, resonnering og begrunnelser fremfor pugging av regler og innlæring av bestemte prosedyrer. Vi ser at denne typen undervisning reflekterer flere sider ved kunnskapsgrunnlaget. Vi ser spor av den elevaktive og konstruktivistiske undervisningen som Stemhagen og Smith (2008) mener karakteriserer en demokratisk utvikling i matematikkundervisningen. Videre ser vi at rammeverkene løfter fram læringsfelleskapet mellom elevene og et fokus på resonnering og begrunnelse, noe som Schmidt (2013) vektlegger i kunnskapsgrunnlaget. Til slutt så ser vi også at undervisningen som skisseres i rammeverkene til Wright (2017) og Schettino (2013) deler mange kjennetegn med hva som skal til for å fremme en relasjonell forståelse i matematikkfaget (Skemp, 1976; Wæge & Nosrati, 2015)

Ser vi til flere likheter mellom rammeverkene, så trekker Wright (2017) fram at det er essensielt å anerkjenne og bruke elevenes kulturelle erfaringer i undervisningen, en målsetning som Wager (2012) utdyper i mer detalj i sitt rammeverk. En del av denne anerkjenningen som både Wright (2017) og Wager (2012) viser til, kan med fordel ses i lyset av den delte autoriteten Schettino (2012) viser til. En del av denne autoriteten er den faglige autoriteten i matematikkfaget, forstått som en på forhånd definert kunnskapsbase, hvor den formelle matematiske kunnskapen er den som ses på som den viktigste. En del av det å anerkjenne elevene kulturelle erfaringer blir å sidestille den uformelle og uartikulerte kunnskapen som elevene besitter med den formelle matematiske kunnskapen som undervises i skolen.

Vi kan her se at rammeverkene ser ut til å adressere flere av de utfordringene som Wolfmeyer (2017) peker på at den tradisjonelle matematikkundervisningen står overfor. Han mener at den tradisjonelle matematikkundervisningen ikke i stor nok grad klarer å inkludere alle elever, og peker eksplisitt på kulturell og sosioøkonomisk bakgrunn som grunner til at mange elever føler seg ekskluderte fra undervisningen. Videre er det interessant å notere seg at de undervisningsmåtene og det faglige fokuset som løftes fram i rammeverkene, i stor grad stemmer med det som Schmidt (2013) beskriver som strategier for god klasseledelse i matematikkundervisning.

5.2.2 Didaktiske kjernesporsmål i kunnskapsoversikten

Utover disse tre rammeverkene finnes det mange interessante og viktige poeng om utforming av en demokratisk matematikkundervisning også i de andre artiklene i kunnskapsoversikten. En måte å systematisere sammenlikningen og drøftingen av de resterende funnene på, kan være å ta utgangspunkt i den didaktiske modellen til Lindenskov (2020) som ble presentert i kapittel 2.5.1. Som jeg ser det, har en slik gjennomgang flere fordeler. Den kan hjelpe oss å forstå hvordan forskningen forholder seg til oppdatert fagdidaktisk teori. Videre kan forskningen bidra med eksempler på hvordan vi kan realisere de ulike dimensjonene av modellen. I tillegg får vi et overblikk over hvordan de ulike dimensjonene er representert i forskningen, noe som også gjør at vi får et bilde av om det er noen av dimensjonene som er mindre utforsket enn andre.

Modellen er gjengitt i sin helhet i Figur 1, men for å kort oppsummere så handlet det ulike dimensjonene om:

- Matematikkundervisning om demokratiets spilleregler og medborgerlig deltakelse
- Matematikkundervisning om undersøkelser og begrunnelse for saksforhold
- Demokratiske rettigheter og adgang til matematisk kompetanse og myndighet
- Demokratiske læreprosesser i matematikkundervisningen

Den første dimensjonen av modellen samler de artiklene som undersøker matematikkens rolle i formelle demokratiske systemer og samfunnsstrukturer (Lindenskov, 2020). Det tydeligste eksemplet på denne typen demokratisk matematikkundervisning i denne kunnskapsoversikten er artikkelen til Safi og kollegaer (2018), med deres kritiske analyse av praksisen med *gerrymandering* knyttet til oppmåling av valgdistrikt i USA. Også de undervisningsøktene Oh og Kwon (2014) rapporterer om kan plasseres under denne dimensjonen. Der handler undervisningen om å skape forståelse for den ulike fordelingen av kapital mellom rike og fattige på verdensbasis, noe som kan sies å være en side ved det internasjonale samfunnets formelle organisering. Et viktig mål med opplegget til Oh og Kwon (2014) var at elevene skulle få reflektere over denne ujevne fordelingen, for å kunne ta stilling til om de synes det var rettferdig. Vi kan se på dette som et første steg i å skulle bli aktive medborgere – at elevene tilegner seg kunnskap som gjør at de kan ta stilling til viktige samfunnsstrukturer.

Den andre dimensjonen beskriver matematikkundervisning som tematiserer mer uformelle sider ved matematikkens plass i samfunnet, og har som mål å gi elevene mulighet til å analysere sammensatte sosiopolitiske spørsmål (Lindenskov, 2020). De tre tydeligste eksemplene på denne typen av undervisning er Hauge og Barwell (2017), Schell-Straub (2013) og Brelias (2014). Alle tre artiklene

tematiserer matematikkens rolle i ulike typer av samfunnsmessige spørsmål. En ytterligere felles karakteristikk er at de også lar elevene arbeide med problemstillinger som kan karakteriseres som kontroversielle (Hess, 2009; Misco, 2011), da de tematiserer ladede sosiopolitiske spørsmål som naturvern, tilgang på naturressurser og fattigdom.

Felles for de to første dimensjonene av Lindenskovs (2020) modell, er at de samler eksempler fra forskningen som viser hvordan matematikkundervisningen kan legge til rette for at elevene skal tilegne seg kompetanser som setter dem i stand til å bedre forstå samfunnet, uansett om det handler om analyse av formelle strukturer i samfunnet eller utforsking og drøfting av sammensatte og kontroversielle sosiopolitiske spørsmål. Ved å la oss inspirere av eksemplene fra forskningen kan vi altså utforme en undervisning som kan bidra til at elevene kan ta bevisste valg i møte med virkelige problemstillinger, noe som er en viktig målsetning for en demokratisk og kritisk matematikkundervisning (Christiansen, 2003; Ernest, 2010; Nissen, 1990; Rasmussen, 2010).

Med dimensjonen «Demokratiske rettigheter og adgang til matematisk kompetanse og myndighet» gjør Lindenskov (2020) oss oppmerksomme på at det er en forutsetning at en demokratisk matematikkundervisning må sørger for å inkludere alle elever, dersom elevene skal kunne tilegne seg den nødvendige matematiske kompetansen til å delta i et demokratisk samfunn. I denne kunnskapsoversikten kan vi skille ut to overordnede tilnærminger til utformingen av en inkluderende matematikkundervisning. Det handler dels om å gjøre undervisningen kulturelt relevante for elevene, gjennom å ta inn over seg elevenes kulturelle erfaringer (Francois & Stathopoulou, 2012; Nasir & de Royston, 2013; Wager, 2012), og dels om å legge til rette for at flere elever opplever matematikkfaget som meningsfylt og relevant (Lee & Johnston-Wilder, 2013; Schettino, 2013).

Den siste dimensjonen i modellen beskriver hvordan læreprosesser i matematikkundervisningen kan modellere demokratiske prosesser i samfunnet. Hauge og Barwell (2017) adresserer denne dimensjonen meget direkte da de eksemplifiserer hvordan faglige diskusjoner om komplekse samfunnsproblemer kan innta en sentral rolle i matematikkundervisningen. Lo og Ruef (2020) hjelper også for å forstå hvordan gruppearbeid kan organiseres på en mer inkluderende og demokratisk måte. Til slutt så viser Lee og Johnston-Wilder (2013) hvordan elevene kan involveres i å utforme undervisningen, og hvordan denne prosessen kan føre til at både elever og lærere får anledning til å reflektere over målsetningen med matematikkundervisningen.

Under disse to dimensjonene har vi sett eksempler på hvordan forskningen vender blikket mot matematikkundervisningen i skolen, noe som også er en viktig oppgaven til en kritisk matematikkundervisning (Ernest, 2010). Flere av eksemplene kan hjelpe oss å legge til rette for

større grad av inkludering i undervisningen. Igjen ser vi altså at forskningen går lenger enn den norske læreplanen i å beskrive hvordan viktige demokratiske perspektiver kan bli integrerte i matematikkfaget. Når den didaktiske forskningen ser på hvordan matematikken kan brukes til å bedre forstå samfunnet er dette i tråd med beskrivelsen av demokrati og medborgerskap i den norske læreplanen. Når forskningen derimot er opptatt av hvordan selve matematikkfaget og undervisningen i klasserommet kan organiseres på en mer inkluderende og demokratisk måte, representerer dette en bredere forståelse av matematikkfagets demokratiske mandat.

Vi ser at forskningen i denne kunnskapsoversikten peker på eksempler fra samtlige fire dimensjoner i den didaktiske modellen til Lindenskov (2020). Det kan altså se ut til at den didaktiske modellen fanger opp sentrale sider ved en demokratisk matematikkundervisning; den beskriver dimensjoner som mange forskere er opptatt av å utforske. Sett i lyset av funnene i denne kunnskapsoversikten kan det altså se ut til at modellen til Lindenskov (2020) er et godt utgangspunkt for de lærere som ønsker å trekke inn aspekter som kan fremme elevenes demokratiske dannelse i matematikkfaget.

I tillegg kan det se ut til at artiklene som er referert over viser konkrete eksempler på hvordan det kan arbeides med strategiene for å fremme demokratiske kompetanser i matematikkundervisningen som Aguilar og Zavaleta (2012) referere til. Dette var noe forfatterne etterlyste i sin kunnskapsoversikt – empirisk forskning som utforsket ideer og de teoretiske konseptene de fant i litteraturen (Aguilar & Zavaleta, 2012). Sånn sett vil funnene i mitt prosjekt kunne bidra med å bygge en bro fra de teoretiske konseptene til konkret praksis i matematikkundervisningen.

5.2.3 Utfordringer knyttet til en demokratisk matematikkundervisning

Artiklene som er syntetisert i denne kunnskapsoversikten viser også til en rad utfordringer i arbeidet med å skulle utforme en demokratisk matematikkundervisning. Mange av utfordringene knyttes til utvalg av fagstoff og det å finne en balanse hvor matematikkundervisningen tematiserer demokratiske perspektiver, samtidig som den belyser et relevant faglig innhold om viktige matematiske begrep (f.eks. Andersson, 2011; Brantlinger, 2013; Nicol et al., 2019). Her kan vi merke oss at Aguilar og Zavaleta (2012) peker på de samme utfordringene i sin artikkel: De konkluderer med at lærerens pedagogiske og faglige kompetanse er avgjørende i utformingen av en demokratisk matematikkundervisning.

Brantlinger (2013) stiller spørsmål ved om det i det hele tatt er relevant eller mulig å utforme en matematikkundervisning hvor avansert matematikk (f.eks. algebra, funksjonslære, sannsynlighet og statistikk), bidrar til å styrke elevenes kritiske refleksjonsevne knyttet til samfunnsproblemer. Det kan også se ut til at det er utfordrende å designe oppgaver for de minste (barnetrinn) og de eldste

(videregående) elevene, da det faglige innholdet vanskelig lar seg kombinere med en kritisk tilnærming til matematikken (Nicol et al., 2019). For Nicol og kollegaer (2019) bestod utfordringene i begge ender av spekteret av å finne relevante sosiopolitiske oppgaver hvor de ikke trengte å overforenkle det matematiske innholdet. Vi ser her at utfordringene tangerer det Aguilar og Zavaleta (2012) konkluderer med i sin kunnskapsoversikt, da de viser til spenningsforholdet mellom å utforme oppgaver som oppleves som sosiopolitisk relevante samtidig som de adresserer relevante mål i læreplanen.

Funnene i denne kunnskapsoversikten presenterer ikke noe enkelt svar på utfordringen med å finne en balanse og et samsvar mellom matematikkfaglig innhold og sosiopolitisk relevans, men noen av artiklene kan kanskje hjelpe oss et stykke på veien med denne problemstillingen. Safi og kollegaer (2019) viser hvordan et sosiopolitisk spørsmål kan utgjøre en del av en større faglig progresjon. Hovedoppgaven i undervisningsopplegget de beskriver handler om strategisk manipulasjon av valgdistrikt (eng. gerrymandering). Oppgaven er den siste i en serie på fire, hvor oppgavene er utformet slik at elevene får en gradvis innføring i de matematiske kompetansene de trenger for å kunne arbeide med hovedoppgaven. Dette kan være en måte for læreren å gradvis introdusere relevante matematisk innhold, for å unngå at en større oppgave oppleves som uhåndterlig av elevene.

Nicol og kollegaer (2019) foreslår også at noe av utfordringen handler om at vi må utvide vårt syn på hva matematikkfaget i skolen bør inneholde. En måte å tilnærme seg dette på er ved å samarbeide på tvers av fagene i skolen, slik at lærere med ulike fagkompetanser kan samarbeide om å utforme oppgaver og undervisningsopplegg som både er faglig og sosiopolitisk relevante (Nicol et al., 2019). Vi kan også inspireres av Hauge og Barwell (2017) som argumenterer for at det er viktig at elevene får erfaring med å diskutere sosiopolitiske spørsmål, selv om det matematiske innholdet ikke til enhver tid er like fremtredende. Om en her i tillegg tenker tverrfaglig vil det åpne opp for muligheten å bruke mer tid på å utforske en problemstilling, slik at elevene også blir godt kjent med de ikke-matematiske sidene ved det aktuelle problemet.

En annen side ved dette utvidede synet som etterlyses, kan være at vi ser til det kulturelle aspektet ved matematikkundervisningen. Slik vi har sett, peker flere av artiklene på at matematikkundervisningen i skolen vektlegger en type formell matematikks kompetanse som skiller seg fra den som mange elever kjenner fra hverdagen (Francois & Stathopoulou, 2012; Nasir & de Royston, 2013; Wager, 2012). Dersom vi klarer å integrere elevenes kulturelle erfaringer med matematikken i undervisningen, kan det tenkes at vi i større grad klarer å gjøre undervisningen sosiopolitisk relevant samtidig som vi forankrer undervisningen i relevant matematikks innhold, noe

som pekes ut som en sentral utfordringen for en demokratisk matematikkundervisning (Aguilar & Zavaleta, 2012).

I konteksten som dette prosjektet utforsker vil elevenes forståelse av egen rolle i samfunnet være en viktig del av deres den kulturelle kontekst. I forlengelsen av utfordringene knytt til å forankre matematikkundervisningen i elevenes kulturelle erfaringer, vil det derfor blir relevant å ta høyde for de spesifikke erfaringene og tankene norske elever knytt til egen rolle som medborger. Som vi har sett i kunnskapsgrunnlaget så er norske elever i stor grad tilfreds med å leve i det de oppfatter som et velfungerende demokrati, og at deres samfunnsengasjement preges av en forventning om kunne påvirke samfunnsutviklingen gjennom å stemme i valg og gjennom å delta i uformelle demokratiske diskusjoner med venner og familie (Biseth et al., 2021; Lieberkind & Bruun, 2021). En viktig oppgave for læreren blir da å finne ut av hvordan disse spesifikke trekkene ved elevenes syn på eget medborgerskap bør speiles i en demokratisk matematikkundervisning. Forskingen som er gjennomgått i denne kunnskapsoversikten presenterer ikke noen tydelige svar på denne utfordringen, noe som peker på at det kunne vært interessant å utforske dette nærmere i videre forskning.

5.3 Hvordan beskrives lærerrollen i en demokratisk matematikkundervisning?

Funnene i denne kunnskapsoversikten aktualiserer to forskjellige sider ved lærerrollen. Læreren som faglig tilrettelegger og klasseledere i matematikkundervisningen, og kravene som stilles til læreren i møte med en ny undervisningspraksis.

5.3.1 Læreren som faglig tilrettelegger og klasseleder

I kunnskapsgrunnlaget så vi at Schmidt (2013) i sin kunnskapsoversikt identifiserte noen viktige sider ved lærerens arbeid med klasseledelse i matematikkundervisningen. Kort oppsummert handlet dette om at læreren må skape et læringsmiljø hvor 1) det fokuseres på gode læringsprosesser fremfor det endelige svaret, 2) faglig dialog får en framtrødende plass, og 3) det er lov å utfordre hverandres tankemåter og hvor læreren selv er åpen for å tilpasse sin faglige forståelse i møte med elevenes alternative forklaringer (Schmidt, 2013).

Selv om de færreste av artiklene i denne kunnskapsoversikten adresserer lærerrollen og klasseledelse direkte, så mener jeg at perspektivene og det læringsmiljøet Schmidt (2013) beskriver er framtrødende i mange artikler: I så godt som alle artikler hvor undervisningsopplegg har en sentral plass, så adresseres vekten av den faglige dialogen (f.eks. Brantlinger, 2013; Hauge & Barwell, 2017; Lo & Ruef, 2020; Oh & Kwon, 2014; Safi et al., 2018; Schell-Straub, 2013). Flere artikler adresserer også eksplisitt hvordan læringsmiljøet i klasserommet kan bli mer demokratisk og

inkluderende (Lo & Ruef, 2020; Schettino, 2013). Vi finner også flere eksempler på hvordan elevene kan få en aktiv rolle i utforming av undervisningen og i prioritering av faglig innhold (Lee & Johnston-Wilder, 2013; Schettino, 2013).

5.3.2 Læreren i møte med en ny undervisningspraksis

I tillegg til å beskrive og gi inspirasjon til hvordan læreren kan arbeide med inkludering i matematikkundervisningen, bidrar flere artikler med innsikt i hvordan lærerrollen utfordres i møte med ny undervisningspraksis. I tre artikler beskrives forskningsprosjekt hvor målsetningen er å utvikle en ny undervisningspraksis som i større grad innarbeider samfunnsrelevante spørsmål i matematikkundervisningen og hvor elevene har en mer aktiv rolle i undervisningen (Andersson, 2011; Lee & Johnston-Wilder, 2013; Wright, 2017). Et fellestrekk er at lærerne til å begynne med gir uttrykk for skepsis og motvilje til forandring, enten det motiveres av tvil på om den nye praksisen vil kunne ivareta målene i læreplanen (Andersson, 2011) eller av en motstand mot å gi slipp på kjente undervisningsformer (Lee & Johnston-Wilder, 2013).

Det som er viktig å notere seg, er at dette er holdninger som kan forandres over tid. Både Andersson (2011) og Wright (2017) beskriver hvordan læreren etter å ha fått anledning å reflektere over endringsprosessen og sin egen rolle som lærer, får et mer positivt bilde av den nye undervisningspraksisen og ser muligheter heller enn problemer med å skulle tilnærme seg matematikkfaget på en ny måte. Funnene i disse artiklene kan leses som en bekreftelse av det Stemhagen (2011) konkluderer med i sin artikkel. Han etterlyser et større fokus på refleksjon om underliggende pedagogiske holdninger hos lærere, da disse holdningene i stor grad styrer hvilken type undervisning læreren bruker i klasserommet (Stemhagen, 2011).

Aguilar og Zavaleta (2012) konkluderer med at det er viktig at læreren tør å stå i åpne læringsprosesser hvor det endelige målet ikke alltid er kjent på forhånd, og hvor de klassiske hierarkiene i klasserommet viskes ut. Ut ifra gjennomgangen av artiklene i denne kunnskapsoversikten ser vi at dette fortsatt i aller høyeste grad er en relevant utfordring for læreren, både med tanke på faglig innhold og utforming av undervisningen. Det ser også ut til at vi kan tilføye en aspekt ved denne usikkerheten; læreren må kunne stå i den forandringen som skal til for å kunne forme en ny og mer demokratisk praksis i klasserommet. Denne prosessen kan by på usikkerhet både knyttet til egen rolleforståelse og i møte med nye undervisningsformer. Men det ser ut til at noe av denne usikkerheten kan møtes med en felles refleksjon over hvorfor forandringen er ønskelig og hvordan den nye praksisen best kan formes til å passe de unike rammefaktorene på den aktuelle skolen.

6 Avslutning

Dette forskningsprosjektet har sprunget ut av et ønske om å få større innsikt i hvordan det tverrfaglige temaet *Demokrati og medborgerskap* kan tematiseres i matematikkundervisningen. Med utgangspunkt i problemstillingen *Hva karakteriserer en matematikkundervisning som tematiserer demokrati og medborgerskap?* har jeg undersøkt hvordan matematikkdiraktisk forskning kan inspirere praksis i klasserommet. I dette avsluttende kapittelet oppsummerer jeg i korte drag prosjektet, viser til hva funnene i kunnskapsoversikten kan ha å si for praksis i klasserommet og peker på hva som kan være relevant videre forskning på feltet.

6.1 Oppsummering og implikasjoner for praksis

I dette prosjektet har jeg undersøkt hvordan matematikkdiraktisk forskning ser på sammenhengen mellom matematikkundervisning og demokrati og medborgerskap. Jeg har utviklet en systematisk og konfigurativ kunnskapsoversikt over matematikkdiraktisk forskning publisert i tidsrommet 2011-2020. Målsetning med dette prosjektet har vært å bidra med oppdatert kunnskap som kan informere utformingen av en ny praksis i matematikkundervisningen.

Som svar på det første forskningsspørsmålet – *Hvordan bli tematiseringen av demokrati og medborgerskap i matematikkundervisningen forstått i forskningslitteraturen?* – viser funnene et sammensatt bilde. Mange av artiklene undersøker hvordan matematikkfaget kan bidra til elevenes forståelse av samfunnet og ulike sosiopolitiske spørsmål, noe som er å tråd med den forståelsen av demokrati og medborgerskap som blir presentert i læreplanene for matematikkfaget. Men som vi har sett så er det også mange artikler som i større grad er opptatt av selve utformingen av undervisningen og hvordan det faglige innholdet forholder seg til elevenes kulturelle erfaringer. Den didaktiske forskningen plasserer seg i grenselandet mellom fagdidaktikk og pedagogisk tilretteleggelse når den fremhever inkludering og en demokratisk organisering av undervisningen. Tematiseringen av demokrati og medborgerskap i matematikkundervisningen blir med andre ord forstått som mer omfattende enn å kun handle om hvordan matematisk kunnskap kan hjelpe elevene å forstå bruken av matematiske modeller i samfunnet. I følge funnen i denne kunnskapsoversikten, bør en demokratisk matematikkundervisning vende et kritisk blikk mot selve undervisningen på skolen, og spørre seg i hvor stor grad denne legger til rette for deltakelse, elevaktive læringsformer, samarbeid og refleksjon over hva som karakteriseres som riktig og viktig kunnskap i faget.

Denne vide forståelsen av matematikkfagets demokratiske mandat vises også igjen i lys av det andre forskningsspørsmålet – *Hvordan blir undervisningen beskrevet i forskningslitteraturen?* Den

didaktiske forskningen beskriver en undervisning hvor 1) elevene er aktive deltakere i egne læringsprosesser, 2) den faglige dialogen og argumentasjon og begrunnelse prioriteres framfor raske og riktige svar, 3) klassiske faglige og sosiale hierarkier utfordres og 4) læreren og elevene arbeider i felleskap mot en dypere forståelse av matematikkfaget og matematikkens plass i samfunnet og kulturen. Funnene peker også på at en demokratisk matematikkundervisning er tent med samarbeid på tvers av fag og at planlegging og gjennomføring av undervisningen bør preges av tverrfaglige perspektiver.

Som svar på det siste forskningsspørsmålet – *Hvordan blir lærerrollen beskrevet i forskningslitteraturen?* – viser funnene en demokratisk matematikkundervisning stiller noen krav til lærerens forståelse av egen rolle i undervisningen. Utover den faglige og pedagogiske tilretteleggingen som tidligere funn peker på, så må læreren også være beredt på å stå i åpne og usikre læringsprosesser sammen med elevene. En side ved denne usikkerheten er at en demokratisk matematikkundervisning vil fordre et utvidet kunnskapsbegrep i faget; elevenes uformelle og kulturelt betingede matematiske kunnskaper må også må bli en del av undervisningen. En annen side ved denne usikkerheten i klasserommet, er at den klassiske formidlende undervisningen blir utfordret av mer elevaktive og deltakende læringsprosesser, hvor målet ikke alltid er kjent i begynnelsen av arbeidet. Felles for disse utfordringene er at læreren må lære å orientere seg i et nytt landskap og muligens redefinere synet på egen rolle i lys av et utvidet kunnskapssyn og en ny undervisningspraksis i matematikkfaget.

Til slutt så har vi også sett at en demokratisk matematikkundervisning, slik den blir beskrevet i dette prosjektet, vil kunne bidra til å utvikle noen sentrale matematiske kompetanser. I tillegg vil den kunne bidra til en relasjonell forståelse for faget. Selv om en god del av forskningen beveger seg i det som av noen vil oppfattes som ytterkanten av matematikkdiraktikken, så kan undervisningen som forskningen beskriver bidra til å utvikle elevenes faglige kompetanser og forståelse. En demokratisk matematikkundervisning trenger dermed ikke bli noe som blir tilført på toppen av den vanlige undervisningen i faget. Den kan bli et tillegg som bidrar til å utvikle elevenes faglige kompetanse og deres forståelse for matematikkens plass i samfunnet.

6.2 Videre forskning

Vi nærmer oss nå slutten på det første skoleåret hvor den nye læreplanen er tatt i bruk i norsk skole. Denne kunnskapsoversikten kan forhåpentligvis bidra med inspirasjon til hvordan én del av den nye læreplanen – det tverrfaglige temaet demokrati og medborgerskap – kan integreres i matematikkundervisningen. Samtidig er jeg klar over at denne kunnskapsoversikten ikke er uttømmende, og at det finnes mange andre sider ved det tverrfaglige temaet som kan utforskes i

fremtidig forskning. En mulig vei videre kunne vært å bruke andre søkefraser og utvalgsriterier til å utforme en komplementær kunnskapsgjennomgang som løfter fram andre sider av det tverrfaglige teamet, or eksempel med et tydeligere fokus på sosial rettferdighet (eng. sosial justice). Det kunne også vært interessant med forskning som går i dybden på noen av de temaene som blir løftet frem i dette prosjektet, for eksempel hvordan klimaendringer kan brukes som en kontekst for å utforske sosiopolitiske spørsmål i matematikkundervisningen.

I sammenstillingen av matematikdidaktisk forskning fant jeg lite norsk forskning. Artikkelen av Hauge og Barwell (2017) er de eneste som rapporterer om forskning gjennomført med norske elever. Det hadde derfor vært interessant med mer forskning som ser på hvordan en demokratisk matematikkundervisning kan se ut i en norsk kontekst. Her hadde det også vært spennende å vite mer om hvordan lærere og elever i norsk skole opplever det å skulle arbeide med demokrati og medborgerskap i matematikkundervisningen.

7 Litteraturliste

- Aguilar, M. S., & Zavaleta, J. G. M. (2012). On the links between mathematics education and democracy: A literature review. *Pythagoras*, 33(2), Article 2.
<https://doi.org/10.4102/pythagoras.v33i2.164>
- Alrø, H., Ravn, O., & Valero, P. (2010). Inter-viewing critical mathematics education. I H. Alrø, O. Ravn, & P. Valero (Red.), *Critical Mathematics Education: Past, Present and Future* (s. 1–9). Sense Publishers.
- Alvesson, M., & Sköldberg, K. (2018). *Reflexive Methodology: New Vistas for Qualitative Research* (3rd edition). SAGE Publications Ltd.
- Andersson, A. (2011). A «Curling Teacher» in Mathematics Education: Teacher Identities and Pedagogy Development. *Mathematics Education Research Journal*, 23(4), 437–454.
- Barwell, R. (2021). Mathematics and Politics?: Climate change in the mathematical classroom. I *Debates in Mathematics Education* (2nd edition, s. 197–209). Routledge.
- Bergem, O. K. (2018). Undervisningskvalitet i norsk skole: Status, trender og utfordringer; Analyser basert på data fra PISA og TIMSS i perioden 2000-2015. I J. K. Björnsson & R. V. Olsen (Red.), *Tjue år med TIMSS og PISA i Norge: Trender og nye analyser* (s. 199–218). Universitetsforlaget.
<https://www.duo.uio.no/handle/10852/71999>
- Biesta, G. (2020). *Educational Research: An Unorthodox Introduction*. Bloomsbury.
- Biseth, H., Hoskins, B., & Huang, L. (2021). Using IEA International Civic and Citizenship Education Study (ICCS) Data: Northern Lights on ICCS. I H. Biseth, B. Hoskins, & L. Huang (Red.), *Northern Lights on Civic and Citizenship Education: A Cross-national Comparison of Nordic Data from ICCS* (s. 1–18). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-030-66788-7_1
- Boote, D. N., & Beile, P. (2005). Scholars Before Researchers: On the Centrality of the Dissertation Literature Review in Research Preparation. *Educational Researcher*, 34(6), 3–15.
<https://doi.org/10.3102/0013189X034006003>
- Brantlinger, A. (2013). Between Politics and Equations: Teaching Critical Mathematics in a Remedial Secondary Classroom. *American Educational Research Journal*, 50(5), 1050–1080.
<https://doi.org/10.3102/0002831213487195>
- Breivega, K. M. R., Rangnes, T. E., & Werler, T. C. (2019). Demokratisk danning i skole og undervisning. I K. M. R. Breivega & T. E. Rangnes (Red.), *Demokratisk danning i skolen: Tverrfaglige empiriske studier* (s. 15–33). <https://doi.org/10.18261/9788215031637-2019-01>
- Brelia, A. (2014). High School Students' Views of Mathematics as a Tool for Social Critique. *Athens Journal of Education*, 1, 195–210. <https://doi.org/10.30958/aje.1-3-1>
- Brunton, G., Stansfield, C., Caird, J., & Thomas, J. (2017). Finding Relevant Studies. I D. Gough, S. Oliver, & J. Thomas (Red.), *An Introduction to Systematic Reviews* (2nd edition, s. 93–122). SAGE Publications Ltd.

Børhaug, K. (2018). Oppseding til medborgarskap. *Nytt Norsk Tidsskrift*, 35(03–04), 268–278.
<https://doi.org/10.18261/issn.1504-3053-2018-03-04-07>

Carlgren, I. (2019). Forskning i samverkan: Om den undervisningsutvecklande forskningens bidrag. I Y. Ståhle, M. Waermö, & V. Lindberg (Red.), *Att utveckla forskningsbaserad undervisning: Analyser, utmaningar och exempel* (s. 53–72). Natur & Kultur.

Cherry, M. G., Smith, H., Perkins, E., & Boland, A. (2017). Reviewing Qualitative Evidence. I A. Boland, M. G. Cherry, & R. Dickson (Red.), *Doing a Systematic Review: A Student's Guide* (2. utg.). SAGE Publications Ltd.

Christiansen, I. M. (2003). Matematik og demokrati set udenfra. I O. Skovsmose & M. Blomhøj (Red.), *Kan det virkeleg passe? - Om mateamtiklæring* (s. 159–196). Forlag Malling Beck.

Denner, J., Marsh, E., & Cample, S. (2017). Approaches to Reviewing Research in Education. I D. Wyse, N. Selwyn, E. Smith, & L. E. Suter (Red.), *The BERA/SAGE Handbook of Educational Research* (Bd. 1, s. 143–164). SAGE Publications Ltd.

Dickson, R., Cherry, M. G., & Boland, A. (2017). Carrying Out a Systematic Review as a Master's Thesis. I A. Boland, M. G. Cherry, & R. Dickson (Red.), *Doing a Systematic Review: A Student's Guide* (2. utg., s. 1–19). SAGE Publications Ltd.

Dundar, Y., & Fleeman, N. (2017a). Applying Inclusion and Exclusion Criteria. I A. Boland, M. G. Cherry, & R. Dickson (Red.), *Doing a Systematic Review: A Student's Guide* (2. utg.). SAGE Publications Ltd.

Dundar, Y., & Fleeman, N. (2017b). Developing My Search Strategy. I A. Boland, M. G. Cherry, & R. Dickson (Red.), *Doing a Systematic Review: A Student's Guide* (2nd edition, s. 62–77). SAGE Publications Ltd.

Eriksson Barajas, K., Forsberg, C., & Wengström, Y. (2013). *Systematiska litteraturstudier i utbildningsvetenskap: Vägledning vid examensarbeten och vetenskapliga artiklar*. Natur & Kultur.

Ernest, P. (2010). The Scope and Limits of Critical Mathematics Education. I H. Alrø, O. Ravn, & P. Valero (Red.), *Critical Matheamtics Education: Past, Present and Future* (s. 65–87). Sense Publishers.

Forsberg, E., & Sundberg, D. (2019). Att utveckla undervisningen: En fråga om evidens eller professionellt omdöme. I Y. Ståhle, M. Waermö, & L. Viveca (Red.), *Att utveckla forskningsbaserad undervisning: Analyser, utmaningar och exempel* (s. 29–50). Natur & Kultur.

Francois, K., & Stathopoulou, C. (2012). In-Between Critical Mathematics Education and Ethnomathematics. A Philosophical Reflection and an Empirical Case of a Romany Students' Group Mathematics Education. *Journal for Critical Education Policy Studies*, 10(1), 234–247.

Gough, D., & Thomas, J. (2017). Commonality and Diversity in Reviews. I D. Gough, S. Oliver, & J. Thomas (Red.), *An Introduction to Systematic Reviews* (2nd edition, s. 43–70). SAGE Publications Ltd.

Grant, M. J., & Booth, A. (2009). A typology of reviews: An analysis of 14 review types and associated methodologies. *Health Information and Libraries Journal*, 26(2), 91–108.
<https://doi.org/10.1111/j.1471-1842.2009.00848.x>

- Hammersley, M. (2020). Reflections on the Methodological Approach of Systematic Reviews. I O. Zawacki-Richter, M. Kerres, S. Bedenlier, M. Bond, & K. Buntins (Red.), *Systematic Reviews in Educational Research: Methodology, Perspectives and Application* (s. 23–39). Springer Fachmedien. https://doi.org/10.1007/978-3-658-27602-7_2
- Hannaford, C. (1998). Mathematics teaching is democratic education. *ZDM*, *30*, 181–187. <https://doi.org/10.1007/s11858-998-0008-0>
- Hauge, K. H., & Barwell, R. (2017). Post-normal science and mathematics education in uncertain times: Educating future citizens for extended peer communities. *Futures*, *91*, 25–34. <https://doi.org/10.1016/j.futures.2016.11.013>
- Hess, D. (2009). *Controversy in the classroom: The democratic power of discussion*. Routledge.
- Krippendorff, K. (2013). *Content Analysis: An Introduction to Its Methodology* (3rd edition). SAGE Publications.
- Lee, C., & Johnston-Wilder, S. (2013). Learning Mathematics—Letting the Pupils Have Their Say. *Educational Studies in Mathematics*, *83*(2), 163–180.
- Lenz, C. (2020). *Demokrati og medborgerskap i skolen*. Pedlex.
- Levinsson, M., & Prøitz, T. S. (2017). The (Non-)Use of Configurative Reviews in Education. *Education Inquiry*, Vol. 7. <https://doi.org/10.1080/20004508.2017.1297004>
- Lieberkind, J., & Bruun, J. (2021). The Reserved Young Citizens of the Nordic Countries. I H. Biseth, B. Hoskins, & L. Huang (Red.), *Northern Lights on Civic and Citizenship Education: A Cross-national Comparison of Nordic Data from ICCS* (s. 19–41). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-030-66788-7_2
- Lillejord, S., Johansson, L., Canrinus, E., Ruud, E., & Børte, K. (2017). *Kunnskapsbasert språkarbeid i barnehager med flerspråklige barn*. Kunnskapssenter for utdanning, Norges Forskningsråd.
- Lillejord, S., Vågan, A., Johansson, L., Børte, K., & Ruud, E. (2016). *Hvordan fysisk aktivitet i skolen kan fremme elevers helse, læringsmiljø og læringsutbytte*. Kunnskapssenter for utdanning, Norges Forskningsråd.
- Lindenskov, L. (2020). Didaktisk model for matematikundervisning og demokrati. I C. Haas & C. Matthesen (Red.), *Fagdidaktik og demokrati* (s. 29–50). Samfundslitteratur.
- Lo, M. T., & Ruef, J. L. (2020). Student or Teacher? A Look at How Students Facilitate Public Sensemaking during Collaborative Groupwork. *Journal of Urban Mathematics Education*, *13*(1), 15–33. <https://doi.org/10.21423/jume-v13i1a372>
- Mason, J. (2018). *Qualitative researching* (3d edition). SAGE Publications Ltd.
- Maxwell, J. A. (2017). The Validity and Reliability of Research: A Realist Perspective. I D. Wyse, N. Selwyn, E. Smith, & L. E. Suter (Red.), *The BERA/SAGE Handbook of Educational Research* (Bd. 1, s. 116–140). SAGE Publications Ltd.

- Mayring, P. (2015). Qualitative Content Analysis: Theoretical Background and Procedures. I I. A. Bikner-Ahsbhs, C. Knippling, & N. (Red.), *Approaches to Qualitative Research in Mathematics Education: Examples of Methodology and Methods* (s. 365–380). Springer.
- Misco, T. (2011). Teaching about controversial issues: Rationale, practice, and need for inquiry. *European Journal for Education Law and Policy*, 7, 7–18.
- Maasz, J., & O'Donoghue, J. (2011). Preface. I J. Maasz & J. O'Donoghue (Red.), *Real-World Problems for Secondary School Mathematics Students: Case Studies* (s. vii–ix). Sense Publishers.
- Nasir, N. S., & de Royston, M. M. (2013). Power, Identity, and Mathematical Practices Outside and Inside School. *Journal for Research in Mathematics Education*, 44(1), 264–287.
- NESH. (2016). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi*. <https://www.forskningsetikk.no/globalassets/dokumenter/4-publikasjoner-som-pdf/forskningsetiske-retningslinjer-for-samfunnsvitenskap-humaniora-juss-og-teologi.pdf>
- Newman, M., & Gough, D. (2020). Systematic Reviews in Educational Research: Methodology, Perspectives and Application. I O. Zawacki-Richter, M. Kerres, S. Bedenlier, M. Bond, & K. Buntins (Red.), *Systematic Reviews in Educational Research: Methodology, Perspectives and Application* (s. 3–22). Springer Fachmedien. https://doi.org/10.1007/978-3-658-27602-7_1
- Nicol, C., Bragg, L. A., Radzimski, V., Yaro, K., Chen, A., & Amoah, E. (2019). Learning to teach the M in/for STEM for social justice. *ZDM-MATHEMATICS EDUCATION*, 51(6, SI), 1005–1016. <https://doi.org/10.1007/s11858-019-01065-5>
- Niss, M., Højgaard, T., Anderssen, T., Wåhlin Anderssen, R., & Christoffersen, T. (2002). *Kompetencer og matematiklæring: Ideer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark*. Undervisningsministeriets forlag.
- Nissen, G. (1990). Symposiets bakgrund og formål, forløb og konklusioner. I G. Nissen & J. Bjørneboe (Red.), *Matematikundervisning og demokrati: Rapport fra nordisk forskersymposium* (s. 3–11). IMFUFA Rosilde Universitetscenter.
- Oh, K., & Kwon, O. N. (2014). The Development of Sociopolitical Consciousness by Mathematics: A Case Study on Critical Mathematics Education in South Korea. *North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*.
- Oliver, S., & Tripney, J. (2017). Systematic Review and Meta-Analysis. I D. Wyse, N. Selwyn, E. Smith, & L. E. Suter (Red.), *The BERA/SAGE Handbook of Educational Research* (Bd. 1, s. 452–476). SAGE Publications Ltd.
- Qvortrup, L. (2016). Data- og forskningsinformeret læringsledelse. *Liv i Skolen*, 6–18.
- Rasmussen, P. (2010). Critical Perspectives on Education and on Mathematics Education. I H. Alrø, O. Ravn, & P. Valero (Red.), *Critical Mathematics Education: Past, Present and Future* (s. 161–170). Sense Publishers.
- Røkenes, F. M., & Krumsvik, R. J. (2014). Development of Student Teachers' Digital Competence in Teacher Education: A Literature Review. *Nordic Journal of Digital Literacy*, 9(04), 250–280.

- Safi, F., Bush, S. B., & Desai, S. (2018). Gerrymandering: When Equivalent Is Not Equal! *Mathematics Teaching in the Middle School*, 24(2), 82–89.
- Sant, E. (2019). Democratic Education: A Theoretical Review (2006–2017). *Review of Educational Research*, 89(5), 655–696. <https://doi.org/10.3102/0034654319862493>
- Schell-Straub, S. (2013). Mathematics Education Meets Development Education: The Competency «Mathematical Modelling» Combined with Global Skills and Competencies in a Secondary School Project in Germany. *International Journal of Development Education and Global Learning*, 5(1), 7–31.
- Schettino, C. (2013). Relational Problem-Based Learning: Adolescent Girls' Experiences with an Inclusive Pedagogy for Mathematics. *North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*.
- Schmidt, M.-C. (2013). Klasseledelse i matematik: Hvad ved vi egentlig? *MONA - Matematik- og Naturfagsdidaktik*, 3, 23–43.
- Skemp, R. R. (1976). Relational Understanding and Instrumental Understanding. *Mathematics Teaching*, 77, 20–26.
- Skovsmose, O. (1990). Mathematical education and democracy. *Educational Studies in Mathematics*, 21(2), 109–128. <https://doi.org/10.1007/BF00304897>
- Skovsmose, O. (2020). Banality of mathematical expertise. *ZDM-MATHEMATICS EDUCATION*, 52(6, SI), 1187–1197. <https://doi.org/10.1007/s11858-020-01168-4>
- Star, J. (2014). Instrumental and Relational Understanding in Mathematics Education. I S. Lerman (Red.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (s. 304–307). Springer Netherlands. https://doi.org/10.1007/978-94-007-4978-8_79
- Steffensen, L., & Hansen, R. (2019). Klimaændring i matematikundervisning – lærerperspektiver. I *Demokratisk dannelse i skolen: Tverrfaglige empiriske studier* (s. 203–226). <https://doi.org/10.18261/9788215031637-2019-11>
- Stemhagen, K. (2011). Democracy and School Math: Teacher Belief-Practice Tensions and the Problem of Empirical Research on Educational Aims. *Democracy & Education*, 19(2).
- Stemhagen, K., & Smith, J. W. (2008). Deweyan Democratic Agency and School Math: Beyond Constructivism and Critique. *Educational Theory*, 66, 95–109.
- Stray, J. (2011). *Demokrati på timeplanen*. Fagbokforlaget.
- Suri, H. (2014). *Towards Methodologically Inclusive Research Syntheses: Expanding possibilities*. Routledge.
- Suri, H. (2020). Ethical Considerations of Conducting Systematic Reviews in Educational Research. I O. Zawacki-Richter, M. Kerres, S. Bedenlier, M. Bond, & K. Buntins (Red.), *Systematic Reviews in Educational Research: Methodology, Perspectives and Application* (s. 41–54). Springer Fachmedien. https://doi.org/10.1007/978-3-658-27602-7_3

- Thagaard, T. (2018). *Systematikk og innlevelse: En innføring i kvalitative metoder* (5. utg.). Fagbokforlaget.
- Thomas, J., O'Mara-Eves, A., Kneale, D., & Shemilt, I. (2017). Synthesis Methods for Combining and Configuring Textual or Mixed Methods Data. I D. Gough, S. Oliver, & J. Thomas (Red.), *An Introduction to Systematic Reviews* (2nd edition, s. 181–210). SAGE Publications Ltd.
- Thoresen, D. E. (2020). Medborgerskap. I *Store norske leksikon*. <https://snl.no/medborgerskap>
- Utdanningsdirektoratet. (2020a). *Læreplan i matematikk 1.–10. Trinn (MAT01 05)*. <https://www.udir.no/lk20/mat01-05>
- Utdanningsdirektoratet. (2020b, juni 3). *Hva er fagfornyelsen?* <https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/fagfornyelsen/nye-lareplaner-i-skolen/>
- Utdanningsdirektoratet. (2020c, september 1). *Overordnet del*. <https://www.udir.no/lk20/overordnet-del/prinsipper-for-laring-utvikling-og-danning/tverrfaglige-temaer/>
- Wager, A. A. (2012). Incorporating Out-of-School Mathematics: From Cultural Context to Embedded Practice. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 15(1), 9–23. <https://doi.org/10.1007/s10857-011-9199-3>
- Wolfmeyer, M. (2017). *Mathematics Education: A Critical Introduction*. Routledge.
- Wright, P. (2017). Critical Relationships between Teachers and Learners of School Mathematics. *Pedagogy, Culture and Society*, 25(4), 515–530. <https://doi.org/10.1080/14681366.2017.1285345>
- Wæge, K., & Nosrati, M. (2015, april 30). *Sentrale kjennetegn på god læring og undervisning i matematikk*. Utdanningsforskning.no. <https://utdanningsforskning.no/artikler/2015/sentrale-kjennetegn-pa-god-laring-og-undervisning-i-matematikk/>

8 Vedlegg

Vedlegg 1 – Analysetabell

| Forfatter(e) | Kategori | År | Land | Publikasjon | Tittel | Kontekst | Trinn/ Alder | Metode | Delt. | Faglig tema | Undervisning |
|---------------------------------|------------------------------------|------|---------|---|---|---|-----------------|---|-------------------------|---|---|
| Andersson, A. | Lærerrollen | 2011 | Sverige | Mathematics Education Research Journal | A "Curling Teacher" in Mathematics Education: Teacher Identities and Pedagogy Development | Matematikklærere sin utvikling av faglig identitet. Bruk av realistiske situasjoner i matematikkundervisningen | VGS | Kvalitativ, deltakende. Intervju og skriftlig kommunikasjon med lærer | 1 lærer | Statistikk, personlig økonomi og tverrfaglige opplegge om klima/miljø | Blanding av prosjektarbeid og individuelt oppgavearbeid |
| Brantlinger, A | Matematikk som kritikk | 2013 | USA | American Educational Research Journal | Between Politics and Equations: Teaching Critical Mathematics in a Remedial Secondary Classroom | Design og undervisning av CM i en 9 uker lang kurs på en kveldsskole for elever fra minoritetsgrupper. | 18-19 år | Kvalitativ. Undervisningslogg, transkripsjon av klasseromssamtaler, studentoppgaver og intervjuer med student | 28 elever | Geometri og statistikk | Undervisning i helklasse og i mindre grupper |
| Brelias, A. | Matematikk som kritikk | 2014 | USA | Athens Journal of Education | High School Students' Views of Mathematics as a Tool for Social Critique | Matematikk som et verktøy for sosial kritikk.. Drøfting av inntømsfordeling, bruk av naturressurser og andre politiske tema | H. S. | Kvalitativ. Observasjon i klasserommet, intervjuer og lesing elevarbeid. | 69 elever, pluss lærere | Algebra og statistikk. Matematisk modellering | Ikke spesifisert |
| Francois, K. & Stathopoulou, C. | Matematikk som kulturell aktivitet | 2012 | Hellas | Journal for Critical Education Policy Studies | In-Between Critical Mathematics Education and Ethno-mathematics. A Philosophical Reflection and an Empirical Case of a Romany Students' Group Mathematics Education | Elever med minoritetsbakgrunn sin matematiske læring | 1. trinn | Kvalitativ (etnografisk). Deltakende observasjon og intervju | Ikke spesifisert | Regning og måling | Ikke spesifisert |

| Forfatter(e) | Kategori | År | Land | Publikasjon | Tittel | Kontekst | Trinn/ Alder | Metode | Delt. | Faglig tema | Undervisning |
|------------------------------|------------------------------------|------|-------|---|---|---|-----------------|--|---------------------------|--|--|
| Hauge, K. H. & Barwell, R. | Matematikk som kritikk | 2017 | Norge | Futures | Post-normal science and mathematics education in uncertain times: Educating future citizens for extended peer communities | Sammenhengen mellom (kritisk) matematikkundervisning og 'post-normal science'. Gjengivelse av tre ulike empiriske studier. | 12-14 år | Kvalitativ. Observasjon og intervju | Ikke spesifisert | Case 1. Trafikksikkerhet, måling og statistikk. Case 2. Oljeleting i Nordsjøen | Prosjekt arbeid og gruppediskusjoner |
| Lee, C & Johnston-Wilder, S. | Utforming av und. / Lærerenrollen | 2013 | UK | Educational Studies in Mathematics | Learning mathematics - letting the pupils have their say | Intervensjon der elevene gis mulighet til å være med på å avgjøre innhold og utforming av matematikkundervisningen. Elever som "co-researchers" og ambassadører for resten av elevgruppen | 12-13 år | Kvalitativ (med kvantitative innslag). Spørreskjema (kvant.) og logg (ambassadører); feltnotat | 24 elever | Ikke spesifisert | Kombinasjon av flere forskjellige arbeidsmåter |
| Lo, M. & Ruef J. | Utforming av und. | 2020 | USA | Journal of Urban Mathematics Education | Student or Teacher? A Look at How Students Facilitate Public Sensemaking during Collaborative Groupwork | Elevers deltaking og posisjonering i gruppediskusjoner i matematikkundervisningen | 6. trinn | Kvalitativ, med flere datakilder | 3 skoleklasser | Geometri | Gruppediskusjoner |
| Nasir, N. & de Royston, M. | Matematikk som kulturell aktivitet | 2013 | USA | Journal for Research in Mathematics Education | Power, Identity, and Mathematical Practices Outside and Inside School | Elevers bruk av matematiske strategier i og utenfor skolekonteksten. | H. S. | Kvalitativ. Etnografisk studie, intervju og deltakende observasjon | Studie 1: 30; Studie 2: 1 | Studie 1: Matematikk i basketball, vurdering av prestasjoner målt i gjennomsnitt og prosent. Studie 2: Matematikk i domino | Ikke relevant |

| Forfatter(e) | Kategori | År | Land | Publikasjon | Tittel | Kontekst | Trinn/ Alder | Metode | Delt. | Faglig tema | Undervisning |
|---------------------|------------------------------------|------|--|---|--|---|-----------------|---|------------------|---|--|
| Nicol, C. et al. | Matematikk om kritikk | 2019 | Australia, Canada, Ghana, New Zealand og USA | ZDM - Mathematics Education | Learning to teach the M in/for STEM for social justice | Utvikling av oppgaver/ undervisningsopplegg som tematiserer kritiske perspektiver. | Ikke relevant | Kvalitativ. Dialogisk og deltakende forskning | 6 lærere | Matematikk som verktøy/linse for å kritisk vurdere STEM. Kritiske perspektiver i matematikk-undervisning. | Ikke spesifisert |
| Oh, K. & Kwon O. N. | Matematikk som kulturell aktivitet | 2014 | Sør-Korea | North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education | The Development of Sociopolitical Consciousness by Mathematics: A Case Study on Critical Mathematics Education in South Korea | Matematikkens bidrag til å utvikle elevenes sosiale og politiske bevissthet. Analyse av inntkomst forskjeller | M. S | Kvalitativ. Video og lydopptak, analyse av eleverarbeid. | Ikke spesifisert | Fordeling av kapital/rikdom; problemløsning | Gruppearbeid og diskusjon i helklasse/større grupper |
| Safi et al. | Matematikk som kritikk | 2018 | USA | Mathematics Teaching in the Middle School | Gerrymandering: When Equal Is Not Equal! | Gjengivelse av et opplegg hvor elevene fikk erfaring med strategisk manipulasjon av valgdistrikt. | 6. trinn | Kvalitativ. Observasjon av undervisning og intervjuer med elevene | Ikke spesifisert | Geometri | Ikke spesifisert |
| Schell-Straub, S. | Matematikk som kritikk | 2013 | Tyskland | International Journal of Development Education and Global Learning | Mathematics Education Meets Development Education: The Competency 'Mathematical Modelling' Combined with Global Skills and Competencies in a Secondary School Project in Germany | Matematisk modellering og innarbeiding av kritiske samfunnsperspektiver i matematikkundervisningen gjennom tverrfaglige prosjekt. | 14-15 år | Kvalitativ. Casestudie: intervjuer, spørreskjema og deltakende observasjon. | 31 elever | Matematisk modellering | Gruppearbeid |

| Forfatter(e) | Kategori | År | Land | Publikasjon | Tittel | Kontekst | Trinn/ Alder | Metode | Delt. | Faglig tema | Undervisning |
|---------------|------------------------------------|------|------|---|---|---|-----------------|---|------------|------------------|------------------------------------|
| Schettino, C. | Utforming av undervisningen | 2013 | USA | North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education | Relational Problem-Based Learning: Adolescent Girls' Experiences with an Inclusive Pedagogy for Mathematics | Problembasert læring som et verktøy for en mer inkluderende undervisning. | 14-17 år | Kvalitativ. Intervju, observasjon i klasserommet, studentlogg | 5 elever | Ikke spesifisert | Hovedsakelig diskusjon i helklasse |
| Stemhagen, K | Lærerrollen | 2011 | USA | Democracy & Education | Democracy and School Math: Teacher Belief-Practice Tensions and the Problem of Empirical Research on Educational Aims | Matematikklærere sin forståelse av egen rolle i forhold til skolens demokratiske oppdrag. | 4.-8. | Kvantitativ (korrelasjonsstudie) | 249 lærere | Ikke relevant | Ikke relevant |
| Wager, A. A | Matematikk som kulturell aktivitet | 2012 | USA | Journal of Mathematics Teacher Education | Incorporating Out-of-School Mathematics: From Cultural Context to Embedded Practice | Læreres villighet til å innarbeide tema henta fra elevenes hverdagsliv i skolen; profesjonell utvikling | 3.-5. | Kvalitativ. Intervjuer, seminar/gruppeintervju og observasjoner | 17 lærere | Ikke relevant | Ikke relevant |
| Wright, P. | Lærerrollen | 2017 | UK | Pedagogy, Culture & Society | Critical relationships between teachers and learners of school mathematics | Hvordan lærere kan utvikle en mer humanistisk og kritisk undervisningspraksis i matematikk. Hvilke perspektiver av denne typen undervisning vektlegger læreren selve. | 11-16 år | Kvalitativ. Deltakende design, videoobservasjon og intervjuer | 3 lærere | Ikke spesifisert | Ikke spesifisert |

Merknad. H. S. = High School, M. S. = Middle School