

Masteroppgave

«Er dette matematikk?»

Utvikling, utprøving og empirisk analyse av et undervisningsopplegg for lærere i ungdomsskolen, med mål om å hjelpe dem i gang med matematisk modellering.

Cecilie Skåre

UL306D

Master i undervisning og læring med spesialisering i matematikk

Antall ord: 35 200



Sammendrag

I denne masteroppgaven beskriver jeg utviklingen av et undervisningsopplegg som har som mål å stimulere bruken av matematisk modellering i undervisningen i ungdomsskolen. Masteroppgaven følger prinsipper for pedagogisk designforskning og utviklingen skjer gjennom et samarbeid med seks lærere som prøver ut opplegget og evaluerer det både underveis og i etterkant.

Målet med undervisningsopplegget er å gjøre det lettere for lærere som ikke har erfaring med matematisk modellering å komme i gang i klasserommet. Målet med studiet er ikke å kartlegge effekten av opplegget, men å få innsikt i lærernes utfordringer og muligheter ved å gjennomføre undervisningsopplegget, og ved hjelp av deres erfaringer videreutvikle det både med tanke på innhold og vellykket implementering.

Gjennomføringen av opplegget er basert på prinsipper fra forskning om endringsarbeid i skolen, om hva som bidrar til å endre lærernes praksis og hva som kan hindre denne utviklingen.

Med utgangspunkt i teori om matematisk modellering og deltakernes førkunnskaper, utarbeidet jeg et program bestående av et kurs og seks oppgaver som deltakerne skulle gjennomføre i klasserommet i løpet av våren 2021. Data ble samlet inn både før og etter programmet ble gjennomført i form av intervju. I tillegg skrev deltakerne logg, en umiddelbar refleksjon, etter hver økt. Deltakernes egne refleksjoner i loggene og de vi har gjort oss sammen i intervjuene drøftes opp mot tidligere forskning i lys av problemstillingen min. Resultatet av drøftingene har gitt meg muligheten til å revidere og forbedre det opprinnelige undervisningsopplegget slik at det i størst mulig grad kan være til hjelp for lærere som ønsker å prøve seg på matematisk modellering i ungdomsskolen.

Resultatet av prosessen er en pakke bestående av:

- Power Point med manus til et minikurs om matematisk modellering.
- En oppgavesamling med modelleringsoppgaver med en veiledning til læreren til hver oppgave. Her er også tips og råd til planlegging, gjennomføring og vurdering av modellering.

Abstract

In this master's thesis, I describe the development of a program that aims to foster the use of mathematical modelling in teaching in lower secondary schools. The master's thesis follows principles for educational design research and the development takes place through a collaboration with six teachers who test the material and evaluate it during and after the program is completed.

The aim of the teaching plan is to make it easier for teachers who do not have experience with mathematical modelling to get started using it in the classroom. The aim of the study is not to map the effects of the plan, but to gain insight into the teachers' challenges and opportunities as they implement the plan. Also, by using their experiences, the aim is to develop the program further, both in terms of content and successful implementation.

The implementation of the unit plan is based on principles from school improvement research, in terms of what makes teachers change their practice, and what might limit their development.

Based on theory of mathematical modelling and the participants' prior knowledge, I prepared a program (unit plan) consisting of a course and six tasks. The participants would implement the program (?) in the classroom during the spring of 2021. The data collected both before and after the program, was conducted by interviews. The participants also wrote their immediate reflections after each session. The participants' own reflections in the logs, and those conducted together in the interviews, are discussed in the light of my thesis statement. The results of the discussions have given me the possibility to revise and improve the original program to make it as useful as possible for teachers who want to try out mathematical modelling in lower secondary school.

The result of the process is a program consisting of:

- A Power Point presentation with a script for a mini course on mathematical modelling.
- A collection of modelling assignments with a teacher's guide for each assignment. Also included are tips and advice for planning, implementation, and evaluation of mathematical modelling.

Forord

«Du har en kjempefordel med så mange års erfaring!». Både kollegaer, venner og medstudenter mente at 20 års erfaring fra skolen ville være verdifullt og nyttig å ta med seg inn i en masterutdanning. Jeg var enig.

Det å følge forelesningene og lese litteraturen i de ulike masterkursene var utrolig givende, lærerikt og inspirerende. Erfaringene mine ga meg knagger å henge teorien på. Både enkeltepisoder og gjentatte opplevelser fra skolehverdagen ble gjenstand for refleksjon i studiene. Mange ganger tenkte jeg at jeg burde ha lest dette før og vært flinkere til å oppdatere meg på forskning om skole og fag. Samtidig krever studier ved siden av jobb mye tid, noe det ikke alltid er rom for.

Da jeg skulle i gang med selve masteroppgaven ble det plutselig utfordrende å gå fra å være en praktiker til å ha en teoretisk tilnærming til pedagogikkfaget. Erfaringen min følte mer som en trussel mot det vitenskapelige idealet enn som en ressurs. Vi fikk høre at personlige erfaringer kunne true vitenskapeligheten og gi oppgaven mindre tyngde.

Hvordan kunne jeg best ta med meg praksiserfaringene mine inn i en akademisk forståelse av et fagfelt? Objektivitet, distanse og fravær av påvirkning har tradisjonelt blitt formidlet som et ideal for forskningen og det som forventes av meg som forsker.

Jeg ønsket at prosessen og resultatet skulle være verdifullt for elevene mine, kollegaene mine og kanskje til og med andre lærere på andre skoler. Det var viktig for meg at jeg gjorde noe som følte nyttig for flere enn bare meg og min egen praksis. Nytteperspektivet har også en plass i den akademiske kulturen, men det kan vere utfordrende å overføre teoretisk kunnskap til praksis. Jeg ønsket at erfaringene mine skulle være en ressurs som kunne brukes til å knytte erfaring, teori og praksis bedre sammen.

Løsningen min ble et prosjekt der nettopp påvirkning og innblanding ble et sentralt element. I stedet for å forske på eksisterende praksis, startet jeg et samarbeid med flere deltakende lærere med mål om å teste ut et undervisningsopplegg for lærere i matematisk modellering. Endring av praksis ble et av målene i opplegget, også for meg selv.

Om dette faktisk fører til store endringer for meg selv og deltakerne er ikke innenfor rammen av denne oppgaven, men jeg er helt sikker på at undervisningsopplegget vil hjelpe flere lærere i gang med modellering – og det er jeg fornøyd med.

Jeg vil takke alle deltakerne som har våget seg ut i ukjent terreng sammen med meg. Takk for at dere har brukt av deres dyrebare tid og bidratt med deres tanker og refleksjoner. Jeg vil også takke ledelsen på skolen min som har gitt av fellestiden til utviklingsarbeid i matematikkseksjonen. Jeg er så takknemlig for å ha så mange kollegaer som ivrer så mye for utvikling og læring at de bruker av ubunden tid til felles erfaringsdeling og kollegalæring. Jeg vil også takke veilederen min ved Høgskolen i Volda, Ingeborg. Du har virkelig løpt sammen med meg og foran meg i dette som føles som et maraton. Takk for at du er så tålmodig og utholdende. Takk også for at du stiller krav, men samtidig gir meg håp. Uten deg ville jeg ikke kommet i mål!

Til slutt vil jeg takke venner og familien min som har oppmuntret meg til å fullføre det jeg begynte på og som har vært så tålmodige i denne perioden, som har blitt litt lenger enn vi hadde sett for oss og håpet på.

Ålesund, 30.mai, 2022

Cecilie Skåre

Innhold

Innledning.....	1
Bakgrunn for valg av tema	1
Formålet med studien	2
Struktur i oppgaven.....	3
Kunnskapsgrunnlag	4
Teoretisk bakgrunn for studien	4
Den teoretiske dimensjonen	5
Matematisk modellering – hva menes med det?.....	5
Hvorfor undervise i modellering	8
Modelleringskompetanse.....	12
Oppgavedimensjonen	13
Hva er viktig i en modelleringsoppgave?	13
Instruksjonsdimensjonen	16
Hvordan læreren best kan veilede elevene.....	16
Uvant undervisningsform.....	17
Undervisning som stimulerer modelleringskompetanse	17
Den diagnostiske dimensjonen	18
Lærerne må kjenne igjen faser i prosessen og vanskene elevene har	18
Vurdering av modelleringskompetanse	19
Hvordan endre egen pedagogisk praksis	21
Metode og design.....	24
Pedagogisk designforskning	24
Typisk for designforskning.....	24
Kvalitativ metode	25
Forberedelse av designeksperiment	26
Deltakere	26
Undervisningsopplegget.....	27
Foredraget og veiledningshefte	27
Oppgavesamlingen	32
Datainnsamling.....	38
Gruppeintervju	39
Logg-skriving.....	42
Transkribering og analyse av datamaterialet.....	42
Intervjuene	42
Loggene	45

Kvalitet i undersøkelsen	46
Reliabilitet.....	46
Validitet	46
Etikk	49
Presentasjon av funn fra startintervjuene	51
Erfaring med og tanker om matematisk modellering	51
Begrepsforståelse	51
Hvorfor deltakerne ikke har praktisert matematisk modellering	52
Hvilke forventninger har deltakerne?	53
Hvorfor være med på studien?	53
Hvilke forventninger og ønsker til kurset?	53
Følger for kursinnholdet.....	54
Presentasjon av funn fra sluttintervjuene og loggene	56
Hvilke tanker gjør lærerne seg om matematisk modellering?	56
Modellerings plass i undervisningen	56
Hvorfor matematisk modellering	56
Tanker om modellering fremover	58
Hvilke utfordringer opplever lærerne når de underviser i matematisk modellering?	59
Planlegging	59
Bryter med den typiske undervisningen	60
Timene er mindre strukturerte	60
Elevene skjønner ikke hvorfor	60
Elevene skjønner ikke hva	60
Elevene velger enkle løsninger og tolker ikke svaret	61
Elevene skriver ikke ned prosessen eller svarene sine.....	62
Instruksjonskompetanse	62
Vurdering.....	64
Hvordan opplever lærerne oppgavene i heftet?.....	65
Deltagernes tanker om betydningen av oppgaveheftet	65
Modellering som innhold, fartøy eller kritikk.....	65
Graden av åpenhet.....	66
Fasit eller ikke.....	67
Tid.....	68
Hvordan kan lærernes erfaringer bidra til å utvikle designen av undervisningsopplegget om matematisk modellering?.....	68
Tilbakemelding på kurset	68

Tilbakemelding på veiledningsheftet	69
Organiseringen	69
Selve oppgaveheftet.....	70
Drøfting	78
Hvilke tanker gjør lærerne seg om modellering?	78
Hvilke utfordringer opplever deltakerne i undervisningen?	79
Tid.....	79
Holdning	80
Modelleringsklusen	81
Hvordan erfarer lærerne oppgavene?	84
Oppsummering.....	85
Hvordan kan lærernes erfaringer bidra til å utvikle designen av undervisningsopplegget?	85
Organisering av undervisningsopplegget	86
Studiens begrensninger.....	86
Videre forskning	87
Referanser	88
Vedlegg.....	93
Vil du delta i forskningsprosjektet.....	94
Formål.....	94
Hva innebærer det for deg å delta?	94
Intervjuguide – Intervju 1, startintervjuet.....	97
Innledning.....	97
Om meg og prosjektet:.....	97
I dette intervjuet er målet å få data om:.....	97
Informasjon og samtykke	97
Innledning av intervjuet	97
Selve intervjuet.....	97
Avslutning.....	98
Intervjuguide – Intervju 2, sluttintervjuet.....	99
Innledning.....	99
I dette intervjuet er målet å få data om:.....	99
Innledning av intervjuet	99
Selve intervjuet.....	99
Avslutning.....	100
Kurs i matematisk modellering.....	101
Modelleringsoppgaver og lærerveiledning	120

Innledning

Her vil jeg ta for meg bakgrunnen for valg av tema, målet for masterfagsarbeidet og hjelpespørsmålene jeg vil bruke for å besvare problemstillingen.

Bakgrunn for valg av tema

I Kunnskapsløftet 2020 er modellering og anvendelse kommet inn som et av seks kjerneelementer i faget. Et kjerneelement er, i følge UDIR, «det viktigste faglige innholdet elevene skal arbeide med i opplæringen. Kjerneelementene er det elevene må lære for å kunne mestre og anvende faget» (Utdanningsdirektoratet, 2020).

Kunnskapsløftet 2020 om modellering:

Ein modell i matematikk er ei beskriving av verkelegheita i matematisk språk. Elevane skal ha innsikt i korleis modellar i matematikk blir brukte for å beskrive dagleglivet, arbeidslivet og samfunnet elles. Modellering i matematikk handlar om å lage slike modellar. Det handlar òg om å kritisk vurdere om modellane er gyldige, og kva avgrensingar dei har, vurdere modellane i lys av dei opphavlege situasjonane og vurdere om dei kan brukast i andre situasjonar (Utdanningsdirektoratet, 2020, ss. 2-3).

Min erfaring gjennom 20 år som lærer i ungdomsskolen er at svært få matematikklærere har et aktivt forhold til modellering og det foregår lite modellering i klasserommene. I forbindelse med innføringen av LK20 tilbys det kurs og etterutdanning i programmering. De nye lærebøkene vektlegger utforskning og problemløsning, oppgaver som stimulerer resonnering, argumentasjon og kommunikasjon, samt generalisering. En rask titt i alle de største læreverkene for ungdomsskolene viser at det er få eller ingen oppgaver som krever matematisk modellering og det er heller ingen veiledning i metoden for elevene i lærebøkene. (Matematikk 8 fra Cappelen Damm, Matemagisk, Maximum). Det er foreløpig (januar 2021) heller ikke utviklet kurs fra UDIR i dette kjerneelementet. Noen digitale nettressurser annonserer at ressurser er under utvikling (skolenmin.cdu.no) for 10.trinn. Ferdige, gjennomtenkte oppgavesamlinger er ikke lett tilgjengelig, om de overhode finnes. Den modelleringen som finner sted, preges av at det er noe man gjør av og til uten at man har en helhetlig plan eller et bevisst forhold til at det er modellering man holder på med.

Selv hadde jeg aldri hørt om matematisk modellering før jeg startet på min egen masterutdanning. I første forelesning om modellering skulle vi skrive ned hva vi forbinder med temaet. Jeg var helt blank, men hadde fått med meg at det hadde noe med virkeligheten å gjøre. Det ble et lærerikt semester som jeg følte jeg hadde svært god nytte av.

Som seksjonsleder for matematikk på skolen min, ressurslærer i matematikk i kommunen og styremedlem i LAMIS Sunnmøre vil det være naturlig at jeg bidrar til utvikling og kursing av andre lærere. Jeg mener det er et behov for kursing av praktiserende lærere i modellering. Ønsket om å være en aktiv bidragsyter i utviklingen av skolen gjør det naturlig å søke mot

intervenerende forskning. Inspirert av såkalt *educational design research*, eller pedagogisk designforskning på norsk, ser jeg for meg en studie der jeg utvikler et undervisningsopplegg basert på teori om modellering, for så å teste det i felten i samarbeid med andre praktiserende lærere.

Med utgangspunkt i antakelsen om at mange lærere har lite kunnskap om modellering og at de har et ønske om å endre på dette, utformer jeg målsettingen med studiet.

Jeg utvikler et undervisningsopplegg om matematisk modellering i samarbeid med en gruppe lærere. Deretter tester de ut opplegget og gir meg tilbakemeldinger på både kurset og oppgavene. Målet er at jeg kan bruke erfaringene til å videreutvikle opplegget og utforme det slik at det kan brukes på andre ungdomsskoler.

Formålet med studien

Målet for masterfagsarbeidet:

Utvikling, utprøving og empirisk analyse av et undervisningsopplegg for lærere i ungdomsskolen, med mål om å hjelpe dem i gang med matematisk modellering i undervisningen.

Utgangspunktet er at undervisningsopplegget skal bestå av et kurs og et sett med oppgaver som deltakerne skal teste ut i klasserommet.

Studiens formål er ikke å kartlegge effekten av opplegget, men å få innsikt i lærerens utfordringer og muligheter ved å gjennomføre undervisningsopplegget, og ved hjelp av deres erfaringer videreutvikle det videre både med tanke på innhold og en vellykket implementering. Videre er det et mål at undervisningsopplegget skal være mulig å overføre til andre grupper av lærere som ønsker å komme i gang med modellering.

For å kunne teste ut opplegget må jeg finne en gruppe lærere som er villige til å bruke undervisningstiden sin. Jeg henvender meg til en annen skole i kommunen og der er det tre lærere som vil bli med. Jeg ønsker flere deltakere. På min egen arbeidsplass har vi siden 2019 bygd opp en lærende kultur blant matematikklærerne der vi i fellesskap definerer områder vi ønsker å utvikle kompetansen vår. Modellering er et av områdene lærerne ønsket mer kunnskap om. Vi blir advart mot å forske på egen arbeidsplass, men fordi studien har en intervenerende design, der et felles ønske om endring er sentralt, velger jeg å spørre om det er noen av lærerne der som kan tenke seg å delta. Tre lærere tar kontakt, så det er totalt seks lærere fra to ulike ungdomsskoler i kommunen som deltar.

Jeg skal utvikle et opplegg som består av flere deler. Opplegget skal testes og evalueres. Dataene skal analyseres og drøftes, deretter skal opplegget videreutvikles. Det er nødvendig å bryte ned oppgaven i hjelpespørsmål som lar seg undersøke empirisk.

Rita Borrromeo Ferri har skrevet en bok om matematisk modellering ment for lærere og lærerutdannere (Borrromeo Ferri R. , 2018). Her presenterer hun fire dimensjoner ved matematisk modellering som hun mener lærere bør beherske når de skal undervise i modellering. De er utviklet i samarbeid med Werner Blum (Borrromeo Ferri & Blum, 2010) og

består av en teoretisk dimensjon, en oppgavedimensjon, en instruksjonsdimensjon og til slutt en diagnostisk dimensjon (Borromeo Ferri R. , 2018, s. 5). Jeg velger å ta utgangspunkt i disse når jeg lager hjelpespørsmålene. Mer om dette under kunnskapsgrunnlaget og i metodekapittelet.

Hjelpespørsmål:

1. Hvilke tanker gjør lærerne seg om matematisk modellering?
2. Hvilke utfordringer og muligheter opplever de i klasserommet når de underviser i matematisk modellering?
3. Hvordan erfarer lærerne oppgavene i heftet?
4. Hvordan kan lærernes erfaringer bidra til å utvikle designen av undervisningsopplegget om matematisk modellering?

Struktur i oppgaven

Oppgaven består av seks kapitler. Kapittel 1 er en innledning, der bakgrunnen for valg av tema og målet med studien blir presentert. Problemstillingen brytes ned i flere hjelpespørsmål for å systematisere det videre arbeidet og gi det retning. Kapittel 2 er kunnskapsgrunnlaget. Med utgangspunkt i forskningsspørsmålene presenterer jeg forskning, teorier og plandokumenter som er relevante når jeg skal drøfte funnene i studien. Det er både teori om pedagogisk endringsarbeid og om matematisk modellering i skolen. I kapittel 3 blir valg av metode og design beskrevet og begrunnet. Med utgangspunkt i de tre fasene i designforskning forklarer jeg forberedelsene til designeksperimentet, selve designeksperimentet om hvordan dataene blir samlet inn og transkribert og til slutt analysedelen, der utviklingen av analysen blir presentert. Studiens validitet og reliabilitet blir også drøftet i metodekapittelet i tillegg til etiske forhold. I kapittel 4 kommer resultatene og analysen av datainnsamlingen. I kapittel 5 drøfter dette opp mot forskningsspørsmålene og forskning på feltet og oppsummerer hvilke følger drøftingen får for undervisningsopplegget jeg har laget. Til slutt blir det endelige opplegget presentert.

Kunnskapsgrunnlag

I dette kapitlet vil jeg med utgangspunkt i Ferris fire nøkkelkompetanser (Borromeo Ferri & Blum, 2010) presentere teori om modellering. Først den teoretiske bakgrunnen for studien, deretter redegjøre for hva som menes med modellering i fagmiljøet og i læreplanene. Se på ulike modelleringssykluser, ulike former for modellering, ulike grunner til å undervise i modellering og hva som ligger i begrepet modelleringskompetanse. Deretter se på hva som kjennetegner modelleringsoppgaver, hvordan gjennomføre kvalitetsundervisning i matematisk modellering i skolen, hvorfor undervisningsformen oppleves uvant og hvordan stimulere slik undervisning. Videre hvordan veilede elevene og vurdere modelleringskompetanse hos dem før jeg til slutt vil tar for meg teori om endringsprosesser i skolen.

Teoretisk bakgrunn for studien

Til tross for at modellering blir sett på som en viktig del av matematikkfaget både hos forskere og i læreplaner, er det i de fleste land relativt lite modelleringsaktivitet i matematikklæreres undervisningspraksis (Blum W. , 2015, s. 83). Det er først og fremst gjennom forkledte tekstoppgraver elevene møter problemer fra «virkeligheten» (Jensen, 2009). Intervju med 18 lærere i Sverige viser at de ikke ser på modellering som en viktig del av matematikkundervisningen (Frejd, 2014). Det blir lagt lite vekt på modellering i matematikkutdanningen i de fleste land i verden (Niss & Blum, 2020, s. 190), og lærerne kan lite om å modellere (Niss & Blum, 2020) (Freudenthal, 1973).

I følge Borromeo Ferri er det tre viktige barrierer for lærere som ønsker å undervise i modellering: tid, materiale og vurdering, der tid er mest utfordrende for uerfarne lærere (Borromeo Ferri R. , 2018, s. 2). Hana påpeker også at mange lærere opplever tidsaspektet problematisk. Modellering er tidkrevende og det er viktig å sette at skikkelig med tid for at elevene skal få et reelt utbytte (Hana, 2013, s. 211). Blum legger vekt på at lærerne må ha en ganske bred og variabel kompetanse for å undervise i modellering, både matematisk og utenom-matematisk kunnskap, ideer til oppgaver som egner seg i undervisningen, rett holdning og vilje til å drive med modellering, samt mot til å begi seg ut i en arbeidsmåte som er mer åpen og i tillegg vanskeligere å vurdere enn vanlig undervisning (Blum W. , 2015, s. 83).

Ferri og Blum (2010) har sammen laget en oversikt over fire kompetansedimensjoner som læreren må mestre:

- en teoretisk dimensjon (inkludert modelleringssyklusen)
- en oppgavedimensjon (inkludert kognitiv oppgaveanalyse)
- en undervisningsdimensjon (inkludert involvering og støtte)
- en diagnostisk dimensjon (inkludert å kunne identifisere elevenes vanskeligheter)

Lærernes kompetanse er den viktigste enkeltfaktoren i skolen som har betydning for elevenes læringsutbytte (Klette K. , 2013). Dette gjelder spesielt for modellering (Maaß & Engeln, 2018). De færreste lærere har forutsetninger for å inneha de fire kompetansene i modellering fordi de hverken har vært elev i klasserom der modellering har funnet sted eller modellering har vært en del av lærerutdanningen (Niss & Blum, 2020, s. 95). Løsningen på

dette er, i følge Niss og Blum, at modellering bør inkluderes i lærerstudiet og at allerede praktiserende lærere bør gjennomføre en kursrekke som ledd i profesjonsutviklingen sin, der de gjennomfører modellering både i egne klasserom og ser på videoer eller leser rapporter om modellering i andres klasserom (Niss & Blum, 2020).

I en kvalitativ studie fra 2010 intervjuer Jonas Ärlebäck to matematikklærere om modellering. Konklusjonen er at lærerne har problemer med å forklare hva modellering er og vurdere om en oppgave er modelleringsoppgave eller ikke. Han finner at lærerne i liten grad har kjennskap til modelleringsprosessen ved bruk i undervisningen (Ärlebäck, 2010).

Niss og Blum etterlyser forskning i form av kontrollerte studier på en eventuell effekt slike kurs i modellering vil ha på lærerens kunnskap, faktiske undervisning og elevenes læring (Niss & Blum, 2020, s. 96). I 2018 ga Borromeo Ferri ut boken «Learning How to Teach Mathematical Modelling in School and Teacher Education», der hver av de fire kompetansedimensjonene utgjør hvert sitt hovedkapittel. Det er med utgangspunkt i disse fire kompetansedimensjonene jeg har utviklet et undervisningsopplegg for praktiserende lærere som ønsker å komme i gang med matematisk modellering.

Den teoretiske dimensjonen

Matematisk modellering – hva menes med det?

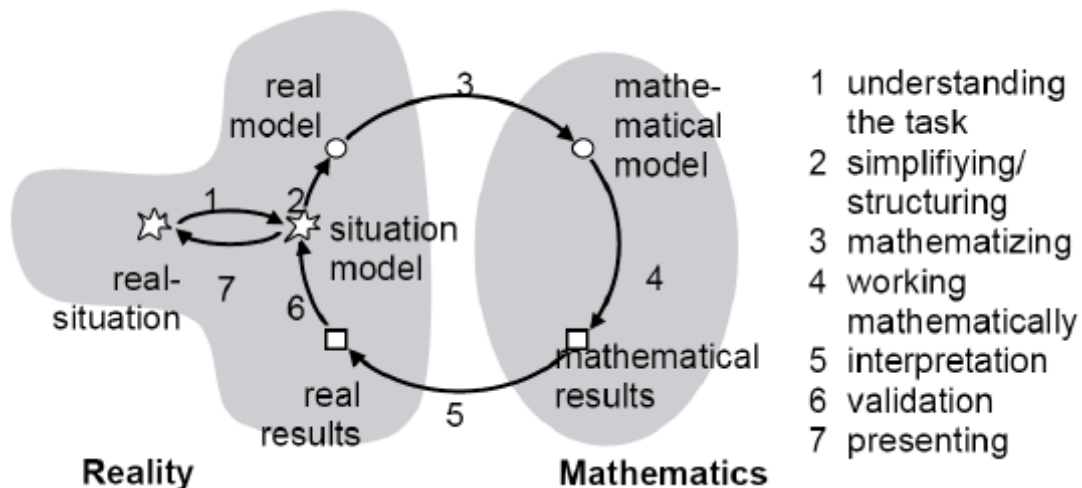
Forskning

Det er ikke en enhetlig forståelse av hva matematisk modellering er blant forskere og lærere. Det er et begrep som inkluderer mye ulik praksis ute i skolen (Jablonka & Gellert, 2010). Til tross for ulike forestillinger om modellering, er det i det internasjonale forskermiljøet imidlertid enighet om at matematisk modellering kan beskrives som en aktivitet som involverer overganger mellom den virkelige verden og matematikkens verden (Borromeo Ferri R. , 2018, s. 13). Elevene jobber med spørsmål om og fra den virkelige verden, der det er nødvendig å anvende matematikk for å komme frem til et resultat. I modellering er ikke målet som i andre standardoppgaver, å finne svar på et spørsmål som er formulert av andre, men å greie å matematisere en situasjon fra den virkelige verden som ikke er matematisk (Jensen, 2009, s. 40).

Matematisk modellering er altså en prosess der man er innom flere stadier underveis. Blant de som forsker på modellering er det vanlig å beskrive modelleringsprosessen syklisk fordi det beskriver at elevene gjerne må flere ganger innom stegene. Selv om de har funnet en løsning på problemet, kan det være evalueringen viser at de må nye runder i syklusen. Uansett modell, så er forskerne enige om at selv om prosessen kan beskrives syklisk, så er det mest vanlig at elevene beveger seg frem og tilbake mellom de ulike stegene, eventuelt hopper over steg i sin individuelle prosess (Borromeo Ferri R. , 2010).

Fordi forskere har ulike perspektiv på modellering og legger vekt på ulike ting i forskningen, er det utviklet mange ulike modeller av modelleringssyklusen. Modellene viser hvilke stadier man bør innom i prosessen avhengig av om man legger vekt på anvendt matematikk, de

psykologiske prosessene, de diagnostiske osv. I denne oppgaven skal jeg se på modellering i grunnskolen, og vil derfor legge vekt på forståelse av matematisk modellering som er tilpasset undervisning. Blant flere pedagogiske modelleringssykluser, har jeg valgt den til Blum og Leiß (2007) som utgangspunkt for å beskrive de ulike stegene elevene skal igjennom i en modelleringsprosess. Jeg synes den beskriver modelleringsprosessen godt for lærere, den passer læreplanens definisjon av modellering og den er mye brukt i fagmiljøet.



Figur1 Modelleringssyklusen til Blum og Leiß (2007)

(https://www.researchgate.net/figure/Modelling-cycle-of-Blum-Leiss_fig2_321251202)

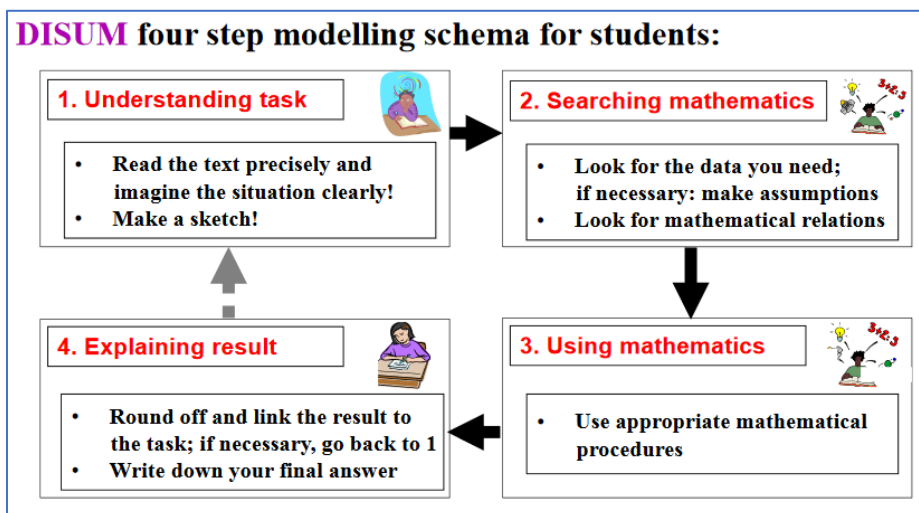
Modelleringssprosessen:

Problemet tar utgangspunkt i en virkelig situasjon (real situation). Denne beskrives av tekst, bilde, tabeller eller en kombinasjon. Elevene må så forstå oppgaven (1) og danne seg sin egen forestilling av situasjonen (situation modell). Denne forestillingen må så struktureres og forenkles (2) og elevene må gjøre antakelser for å klare å se hvilken matematikk som er hensiktsmessig å benytte seg av. Modelleringssoppgaver skiller seg fra vanlige tekstoppgaver blant annet ved at opplysninger du trenger ofte ikke er gitt. Eleven må derfor enten ha en del hverdagskunnskap eller de må lære seg å søke denne andre steder, enten ved å utføre empiriske forsøk eller på internett. Elevene kan nå lage en forenklet modell av virkeligheten (real modell). Deretter matematiserer elevene, de finner matematikken i oppgaven (3). De lager en eller flere matematiske modeller (mathematical model) som kan brukes til å regne på problemet (4). Elevene må vise matematisk kompetanse for å regne seg frem til et eller flere matematiske resultat (mathematical results). Svarene må så tolkes i lys av den opprinnelige situasjonen i den virkelige verden (5) for å få et ekte resultat (real results). Det er viktig at elevene vurderer om resultatene virker logiske og fornuftige og i overensstemmelse med de antakelsene man gjorde tidlig i prosessen eller om man må gjøre endringer i modellen (6). I skolesammenheng er det også viktig å kunne forklare og vise hvordan man har kommet frem til svaret. Resultatet må presenteres på en ryddig måte enten til medelever eller til læreren (7) (Borromeo Ferri R. , 2018, ss. 15-17).

Denne modellen gir et godt innblikk i den kognitive prosessen elevene går gjennom, men passer i følge Borrromeo Ferri best for lærerne (Borrromeo Ferri R. , 2018, s. 27). For elevene kan den være for omfattende å forholde seg til.

Elevenes modelleringskompetanse blir bedre når man bruker en modell i undervisningen (Niss & Blum, 2020, s. 127), så det er viktig å finne en som styrker elevenes arbeid i modelleringsprosessen. Modelleringssyklusen gir elevene bedre forståelse av hva som menes med modellering, den gir hjelp til å strukturere prosessen og er til hjelp når elevene skal vurdere sin egen prosess. Praktiske forsøk med skoleelver viser at modeller med fire steg gir best støtte for modelleringsprosessen (Borrromeo Ferri R. , 2018, s. 22 og 28). Jeg tar med to eksempler på mer elevtilpassede modeller her.

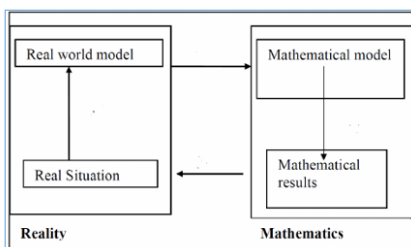
Den første er fra DISUM-prosjektet, ledet av Blum og Leiß, der et av spørsmålene var om elevenes modelleringskompetanse øker hvis de bruker en modelleringscyklus i løpet av modelleringsøktene.



Figur 2 DISUM-prosjektets modell

(https://seminarios.conectaideas.com/ppt/Rita_Borrromeo_Ferri_1.pdf)

Språket i modellen er forståelig for elevene. Elevene blir ledet fremover i prosessen av hjelpespørsmål. En ulempe med denne modellen er at den ikke skiller mellom den virkelige verden og matematikkens verden. Elevene bør være bevisste at de overfører situasjoner fra den virkelige verden til matematikkens verden og tilbake.



Figur 3 Modelleringscyklus fra Kaiser (1995) og Blum (1996).
 (https://www.researchgate.net/figure/The-Modeling-cycle-according-to-Kaiser-1995-and-Blum-1996_fig1_234022891)

En annen pedagogisk modell som også har fire steg, men som får frem denne overgangen er fra Blum&Kaiser. (Borrromeo Ferri R. , 2018, s. 22). Her starter det nede til venstre i

virkeligheten med en ekte situasjon. Denne idealiseres til en ekte verden-modell. Gjennom matematisering beveger vi oss over i matematikkens verden og får en matematisk modell. Denne undersøkes, og elevene utfører regneoperasjoner som gir matematiske resultater. Disse tolkes så opp mot den ekte situasjonen og valideres.

Borromeo Ferri mener elevene trenger å gjennomføre minimum fire oppgaver før de begynner å mestre modelleringsprosessen. I første økt må elevene tilpasse seg det uvante i å jobbe med en åpen og realistisk oppgave. I økt nummer to får de øvd seg på å bruke strategiene og kunnskapen de fikk i første økt slik at de gjør antakelser og tolker og sjekker resultatet. Rundt økt tre bør modelleringszyklusen introduseres. Basert på de to første øktene vil elevene kunne kjenne igjen de ulike stadiene og være bevisst hvilke stadier de går gjennom mens de jobber med problemet. I den fjerde økten vil da elevene kunne bruke modelleringszyklusen som verktøy i prosessen. Først nå vil det være hensiktsmessig å teste elevenes vurderingskompetanse (Borromeo Ferri & Blum, 2010, s. 29 og 114).

Hvorfor undervise i modellering

Her vil jeg presentere ulike grunner til å arbeide med matematisk modellering, både fra fagmiljøet og læreplanene.

Læreplanene

Som lærer i grunnskolen er det læreplanen som skal være styrende for arbeidet i klasserommet. Modellering har vært omtalt i læreplanene for grunnskolen siden L97. I L97 er ikke begrepet modellering nevnt, men under mål for ungdomstrinnet 8.-10.klasse, står det at elevene skal kunne systematisere og skrive et aktuelt tema eller problem om til et matematisk språk. De skal også kunne regne på problemet og vurdere resultatet i den aktuelle sammenhengen (Kirke-, 1996, s. 168).

I LK06 er modellering nevnt to ganger. Under «Formål med faget» i LK06 blir modellering omtalt som en matematisk kompetanse det er nødvendig å ha for å kunne «analysere og omforme et problem til matematisk form, løse det og vurdere hvor gyldig løsningen er». Også under den grunnleggende ferdigheten «Digitale ferdigheter» blir modellering nevnt som et område digitale verktøy skal anvendes til (Utdanningsdirektoratet, 2006, s. 2).

I Kunnskapsløftet som gjelder fra 2020-21 er modellering og anvendelse kommet inn som et av de seks kjerneelementene i faget, det elevene må lære for å kunne mestre og anvende faget. En modell i matematikk defineres som «en beskrivelse av virkeligheten i matematisk språk» (Utdanningsdirektoratet, 2020). Videre står det at:

Elevene skal ha innsikt i hvordan modeller i matematikk brukes for å beskrive dagliglivet, arbeidslivet og samfunnet ellers. Modellering i matematikk handler om å lage slike modeller. Det handler også om å kritisk vurdere om modellene er gyldige, og hvilke begrensninger de har, vurdere modellene i lys av de opprinnelige situasjonene og vurdere om de kan brukes i andre situasjoner.
(Utdanningsdirektoratet, 2020, ss. 2-3)

Hvis vi sammenligner med modelleringssyklusen til Blum og Leiß, finner vi igjen skillet mellom virkeligheten og matematikken (3), lage en matematisk modell (mathematical model) og tolke (5) og vurdere modellene opp mot det opprinnelige problemet (6).

Modellering nevnes også under de tverrfaglige temaene folkehelse og livsmestring og demokrati og medborgerskap. Mens elevene gjennom temaet folkehelse og livsmestring skal «utvikle forståelse for ... modeller som kan hjelpe dem til å gjøre ansvarlige livsvalg», så skal demokrati og medborgerskap «gjøre elevene bevisste på forutsetninger og premisser for matematiske modeller som ligger til grunn for beslutninger i deres eget liv og i samfunnet». Forutsetninger og premisser for modellene finner vi igjen i (2) i modelleringssyklusen, forenkle og avgrense.

Under kompetansemål etter 10.trinn er det to punkter om modellering. Elevene skal kunne:

- bruke funksjoner i modellering og argumentere for framgangsmåter og resultater
- modellere situasjoner knyttet til reelle datasett, presentere resultatene og argumentere for at modellene er gyldige (Utdanningsdirektoratet, 2020, s. 14)

Her kjenner vi igjen tolke, validere og presentere (5, 6 og 7) fra modelleringssyklusen.

Modellering er også nevnt under underveivurdering på ungdomstrinnet. På 8.trinn «viser og utvikler [elevene]... kompetanse når de utforsker i praktiske sammenhenger og oversetter mellom representasjonsformer i problemløsning og modellering». På 10.trinn står det at «læreren skal legge til rette for elevmedvirkning og stimulere til lærelyst ved at elevene får utforske matematikk og løse matematiske problemer gjennom å være kreative, modellere og reflektere». I tillegg skal «læreren ... gi veiledning om videre læring og tilpasse opplæringen slik at elevene kan bruke veiledningen for å utvikle kompetansen sin i modellering og forståelse for matematikk og for hvordan de kan bruke tidligere kunnskaper og ferdigheter i nye og ukjente sammenhenger».

Selv om læreplanen har modellering som kjerneelement og mål, er den ikke tydelig på hvordan man skal forstå og jobbe med matematisk modellering (Berget & Bolstad, 2019). Fra og med våren 2021 laget UDIR eksempeloppgaver for eksamen 10.trinn som inkluderer oppgaver som tester elevenes kompetanse i modellering og anvendt matematikk. Endringen kommer fordi den nye eksamenen skal speile kjerneelementene i LK20 (Utdanningsdirektoratet, Eksempeloppgaver i matematikk, 2022).

Det er allment akseptert at eksamen påvirker undervisningen. Eksamen kan begrense læreplanen og påvirke hva lærerne velger å undervise i og hvordan (Higgins, Miller, & Wegmann, 2007). I en rapport om eksamensordningen (Eksamensgruppa, 2019, s. 5) kan vi lese at «Kunnskapsgrunnlaget viser at eksamen også har flere implisitte roller som ikke er formalisert, for eksempel i videreutviklingen av vurderingspraksisen eller i å **påvirke læreplanforståelsen og undervisningen i faget**» (min utheving). Eksamen er faktisk implisitt ment å påvirke måten læreren underviser i faget sitt og hvordan læreplanen blir forstått.

Fagmiljøet

Niss og Blum (2020) mener det er to overordnede grunner til å inkludere modellering i undervisningen på alle nivåer. Den første er at matematikk er grunnleggende for å forstå

verden rundt oss og nettopp modellering gir elevene mulighet til å anvende matematikken de har lært i utenom-matematiske situasjoner. Den andre er at modellering vil støtte og motivere all matematikklæring.

Kaiser og Sriraman (2006) skiller mellom 6 ulike forskerperspektiver på modellering. Hvert perspektiv tilsvarer et mål eller en måte å skape mening med modelleringen og knytter til seg en variant av modelleringssyklusen. Blum (2015) har laget en lignende oversikt over fire grupper av grunner som berettiger matematisk modellering i læreplaner og undervisningen. Forskere på fagfeltet mener det er en rekke grunner til at modellering bør være en fast aktivitet i klasserommet (Hana, 2013, s. 179) (Blum W. , 2011, s. 19) (Blomhøj, 2000). Jeg har organisert mye brukte argumenter for modellering i Blums fire kategorier og gitt egne eksempler i forklaringene til hver kategori.

[Hvorfor matematisk modellering:](#)

Pragmatiske grunner (praktisk og nyttig)

Gjøre elevene i stand til å analysere og lage modeller brukt i konkrete, autentiske situasjoner. Både til å analysere og lage modeller. Elevene må lære å bruke matematikken i både hverdagsliv og yrkesliv. De må lære å løse problemer – ikke ferdig oppstilte oppgaver. I denne sammenhengen er modellering sett på som praktisk og nyttig og med fenomener fra det virkelige liv. Typiske oppgaver er hentet fra naturvitenskapen, man skal for eksempel lage en modell for å beregne avløp i et nedbørsfelt eller lage en modell for temperaturutviklingen i en termos.

Formative grunner (formende og utviklende)

Elevene skal få et utvidet syn på matematikk og matematikkundervisning. De skal lære seg å avdekke matematikk i hverdagen, i samfunnsliv og andre fagområder, kunne argumentere kritisk, være kreative og fleksible. Slik skal de bedre forstå og takle verden. Eksempel på oppgave: Det dør 130 personer i trafikken hvert år. Er det mange? Vurder modellen Love-calkulator eller formelen for BMI.

Psykologiske grunner (motivasjon og forståelse)

Modellering skal stimulere og øke elevenes motivasjon og holdning til matematikk og matematikkundervisning. Da blir det viktig med oppgaver som elevene synes er interessante eller som øker elevenes forståelse for temaet. Spill eller konkurranseelement kan bidra til det. Modellering blir sett på som en aktivitet som gir elevene en bedre forståelse for sammenhengen mellom matematikk og dagligliv og får dem til å se nytten av matematikken. En typisk oppgave kan være «Strikkhopp med Barbie».

Kulturelle grunner

For å vise elevene hvor mye matematikk er med på å forme verden (ofte skjult i teknologi) eller for å vise matematikk som vitenskap. Elevene blir bevisste matematikkens rolle og dens forhold til den virkelige verden. Det tverrfaglige aspektet blir tydelig og elevene evner å avdekke skjult matematikk i for eksempel musikk, dataspill, tekniske hjelpemidler og sosiale

medier. De ser hvor nyttig det er i naturfag og teknologi. En typisk oppgave kan være å utvikle en modell for å sammenligne to land i samfunnsfag.

I tillegg vil jeg legge til at modelleringsoppgaver av natur ofte er tverrfaglige og egner seg godt til temadager (Hana, 2013, s. 217). En god modelleringsoppgave er også selvdifferensierende og egner seg for helklasseundervisning uansett nivå. De kan være stimulerende for elever som vanligvis ikke er engasjerte i matematikktimene (Borromeo Ferri R. , 2018).

Man vil ikke oppnå disse effektene av modellering hvis man praktiserer det sjeldent. Det er nødvendig med systematisk arbeid gjennom hele skolegangen. Det er ikke så vanlig å tallfeste, men Borromeo Ferri skriver man helst bør arbeide med modellering en gang i uken, og minimum 1-2 ganger i måneden (Borromeo Ferri R. , 2018).

Det er de formative grunnene Lesh og Zawojewski (2007, s. 776) er inne på når de legger vekt på at undervisning som fremmer problemløsnings- og modellerings-kompetanse er viktig for å forebygge oppfatninger som påvirker matematisk tenkning negativt (Schoenfeld, 1992, s. 359).

- Matematiske problemer har ett, og bare ett rett svar.
- Det er bare en riktig måte å løse et matematisk problem på (regelen læreren nettopp har demonstrert for klassen)
- Vanlige elever kan ikke forvente å forstå matematikken – man må øve og pugge slik at man kan bruke det mekanisk seinere
- Matematikk er en individuell aktivitet som best bedrives alene
- Elever som har forstått matematikken vil være i stand til å løse ethvert problem innen fem minutter
- Matematikken man lærer på skolen har lite eller ingen ting å gjøre med den virkelige verden

For å endre disse oppfatningene mener Lesh og Zawojewski at klasseromskulturen må endres og for å få til det må lærerens praksis endres og også selve læreplanen (2007, s. 776). Denne studien initierer og forsøker å implementere en kime til en slik endring.

[Perspektiver på modellering i undervisning](#)

Som vi så over så snakker fagfeltet om ulike perspektiver på matematisk modellering, gjerne avhengig av hva som er målet eller hensikten med modelleringen. Denne studien er om modellering i skolen med deltakere som sannsynligvis har liten eller ingen erfaring med modellering. Når jeg skal snakke med dem om målet med aktiviteten, velger jeg en grovere inndeling enn Kaiser og Sriraman (2006) og Blum (2015), men som jeg mener spiller målene i LK20, innsikt i modeller, kunne kritisk vurdere modeller og kunne modellere selv (2020).

Cyril Julie (2002) skiller mellom bruken av matematisk modellering som «a vehicle», et fartøy eller redskap, for å lære matematiske begrep og prosedyrer og modellering som «content», innhold i seg selv. Julie mener det i for stor grad legges vekt på modellering som fartøy og at større vekt på modellering som innhold vil åpne for modellering av naturvitenskapelige og sosiale fenomener uten kravet om at bestemte begreper eller prosedyrer skal inkluderes.

Han mener også at modellering som innhold vil gi kompetanse i å kunne vurdere eksisterende modeller kritisk (Julie, 2002, ss. 1-2).

Jonei Barbosa (2006) baserer seg på Julie når han senere klassifiserer tre ulike perspektiver på modellering i skolen:

- Modellering som innhold – der målet er å øke modelleringskompetansen til elevene
- Modellering som fartøy – der målet er å utvikle eller bruke matematiske begrep og prosedyrer i autentiske situasjoner
- Modellering som kritikk – der målet er å kunne vurdere eksisterende modeller og bruken av dem

Hvert perspektiv styrer hva man er opptatt av i oppgavene. Når modellering i seg selv er målet stiller man spørsmål knyttet til prosessen og hvis målet er selve matematikken, stiller man spørsmål om den (Hana, 2013, s. 181).

Modelleringsoppgaver kan inkluderes i undervisningen på en rekke ulike måter. I 1991 laget Blum og Niss en oversikt over seks mulige måter å jobbe med modellering på i skolen. De vanligste tilnærmingene er modelleringsoppgaver isolert fra annen undervisning i matematikk, at elevene først jobber med pensum i læreplanene og når alt er gjennomgått så jobber de med modelleringsoppgaver eller modellering kommer etter hvert tema er gjennomgått. Det er også mulig å bruke modellering for å lære seg nye temaer (Niss & Blum, 2020, s. 98).

Det er viktig at oppgaver som stimulerer elevenes problemløsnings- og modelleringskompetanse ikke er noe man gjør til slutt i læreprosessen, hvis man har tid, og kanskje bare av de best-presterende elevene. Slike oppgaver må være en planlagt del av læreprosessen. Man lærer å modellere ved å aktivt modellere (Lesh & Zawojewski, 2007).

Ulike modeller

Modelleringsaktiviteten kan som vi har sett, ha ulike mål. Man kan også skille mellom ulike typer modeller. Et vanlig skille er mellom teoretiske og empiriske modeller. En teoretisk modell prøver å passe til en ønsket situasjon. Hva tenker man kommer til å skje **før** det skjer. En empirisk modell skal passe til et innsamlet datamateriale, altså **etter**. En vanlig type empirisk modellering er regresjon. Man prøver å finne den funksjonen som passer datamaterialet best mulig. Modellen (grafene) kan brukes enten til å finne nye datapunkt innimellom de punktene man kjenner til, *interpolasjon*, eller til å finne nye punkter utenfor det området datamaterialet ligger i, *ekstrapolasjon*. Ekstrapolasjon er spesielt nyttig dersom målet med modellen er å gjøre antakelser om fremtiden (Hana, 2013, ss. 187-189).

Modelleringskompetanse

Interessen for undervisning og læring av modellering fikk stort internasjonalt oppsving mot slutten av 70-tallet. Etter hvert vokste det frem et behov for å kunne beskrive og vurdere studenters og elevers evne til å gjennomføre matematisk modellering. Begrepet modelleringskompetanse ble første gang brukt i en dansk masteroppgave på 90-tallet, der kompetansen brytes ned til en rekke underkompetanser. Begrepet har etablert seg i forskermiljøet, til tross for at definisjonen varierer (Niss & Blum, 2020, ss. 76-79).

Ifølge Thomas H Jensen kan modelleringskompetanse beskrives som evnen til å «kunne håndtere matematikkbeskrivelser av noe som i utgangspunktet ikke er matematisk» (Jensen, 2009, s. 40). Kompetansen har en undersøkende og en produktiv side. Man må kunne vurdere eksisterende modeller kritisk, analysere hvilket grunnlag de er basert på, hvilken gyldighet de har og i hvor stor grad de er overførbare til andre situasjoner. I tillegg må man selv kunne utføre aktiv modellbygging gjennom å bruke matematikk på områder utenfor matematikken selv, det vil si gjennomføre alle delene av modelleringsprosessen (Jensen, 2009, s. 40).

Niss og Blum (2020) legger også vekt på at modelleringskompetanse henger tett sammen med modelleringssyklusen. Den produktive modelleringskompetansen er evnen til å kunne utføre alle stegene i en full modelleringssyklus i en rekke ulike kontekster og situasjonen (Niss & Blum, 2020, s. 78). I følge Blomhøj og Jensen (Hana, 2013, s. 201) har man matematisk modelleringskompetanse dersom man kan

- Formulere spørsmål som kan belyses gjennom matematisk modellering
- Bruke faglig kunnskap og erfaring til å strukturere og forenkle systemet
- Bruke matematikk til å sette opp og analysere et matematisk system
- Tolke og vurdere resultatene av en matematisk analyse
- Vurdere og kritisere egen og andres (mulige) bruk av modellen
- Reflektere over og kritisere hele modelleringsprosessen
- Kommunisere oppsettet, analysen, bruken og kritikken av modellen

Flere forskere har utarbeidet detaljerte oversikter over spesifikke under-kompetanser knyttet opp mot hvert av de ulike stegene i modelleringssyklusen, blant annet Blum og Kaiser (referert i (Borromeo Ferri R. , 2018, s. 66) og Borromeo Ferri (Borromeo Ferri R. , 2018, ss. 60-61).

En del forskere velger å skille mellom «evne til å modellere» og «modelleringskompetanse», der sistnevnte må inkludere et holdningsaspekt. Det er ikke nok å ha den kognitive evnen til å modellere, man må også være villig til å løse oppgaver fra virkeligheten gjennom modelleringssyklusen (Kaiser, 2007).

Oppgavedimensjonen

Hva er viktig i en modelleringsoppgave?

For å kunne si noe om hvilke oppgaver man bør bruke i undervisningen må man se på hvilke mål man skal jobbe mot. I læreplanen kommer det tydelig frem at elevene skal kunne

- ha innsikt i hvordan modeller brukes for å beskrive dagliglivet og samfunnet ellers.
- vurdere om modellene er gyldige, hvilke begrensninger de har og om de kan brukes i andre situasjoner.
- selv lage modeller, altså gjennomføre stegene i en modelleringsprosess.

(Utdanningsdirektoratet, 2020).

Slik modellering er omtalt i læreplanene dekkes de av Barbosas tre perspektiver. Særlig modellering som kritikk kommer frem flere steder i LK20 og er spesielt aktuelt for det tverrfaglige temaet demokrati og medborgerskap. Morten Blomhøj (2000) mener det er ekstra viktig å beherske den undersøkende siden av modelleringskompetansen for å unngå å bli lurt i dagens høyteknologiske samfunn (Blomhøj, 2000).

I skolen må vi jobbe med aktiviteter som dekker alle disse tre perspektivene for å dekke LK20 sine mål. De ulike perspektivene vil påvirke valg av oppgaver og hvilke spørsmål en stiller seg. Lærerne må finne en passende balanse mellom de ulike perspektivene (Hana, 2013, ss. 181-182). En oppgave kan selvfølgelig dekke flere av perspektivene.

I en modelleringsoppgave skal elevene klare å matematisere en situasjon hentet fra den virkelige verden. Målet må være å lage eller velge ut problemer der elevene klarer å tenke produktivt med minimal hjelp fra læreren og der elevene må fortelle om hvordan de har tenkt underveis i arbeidet med oppgaven.

Oppgavene må derfor være slik at de inviterer elevene til å bruke alle stegene i modelleringsprosessen. De må være selvtilpassende, slik at en oppgave kan brukes og løses på ulike nivåer. De må være selvdokumenterende, skape et behov for diskusjon, refleksjon og kommunikasjon hos dem som løser dem. De må være selvkontrollerende slik at elevene vil kunne validere løsningene sine og revurdere dem (Lesh, Hoover, Hole, Kelly, & Post, 2000). Borromeo Ferri har i tillegg med at de må være selvdiferensierende, slik at sterkt presterende elever utfordres og svakere presterende elever løftes frem (Borromeo Ferri R. , 2018, s. 42).

Maaß (2007) har karakterisert modelleringsoppgaver som

- Åpne (matematiske regler eller formler følger ikke med oppgaven)
- Sammensatte (elevene må forstå situasjonen og søke etter data som er relevant for oppgaven)
- Realistiske (alderstilpasset og fra elevenes verden, enten virkelige eller mulige å forestille seg)
- Autentiske (ikke finne-på-virkelige, ekte verden spørsmål som må føles stimulerende)
- Problem (ikke mulig å finne en umiddelbar løsning gjennom en rutineaktivitet, men nødvendig å legge en strategi for å finne en løsning)
- Løsbare gjennom modelleringsprosessen (alle stegene i prosessen bør anvendes)

Borromeo Ferri og Lesh (2013) legger til at de må føles meningsfulle for elevene å jobbe med og gi muligheten for utvidelse ved at elevene stiller flere spørsmål enten om det matematiske innholdet eller om situasjonen.

I fagmiljøet er det løpende diskusjoner rundt flere av disse punktene. Jeg innledet med å si at det ikke er en enhetlig forståelse av modellering. Læreplanen gir heller ikke et entydig svar på hva modellering er og hvordan man skal jobbe med det. Det vil derfor være opp til de som utvikler læremidler og lærerne selv hvordan man vil tolke begrepet i detalj. Særlig graden av realisme og autensitet og om alle stegene i modelleringsprosessen må være med, er det ulike meninger om.

Det legges blant forskere på modellering vekt på at problemet skal være ekte. Det skal basere seg på reelle hverdagssituasjoner, ikke «finne-på-matematikk» der man putter skolematematikken inn i en praktisk situasjon (Lesh & Zawojewski, 2007, s. 785) (Jensen, 2009). Dagens nyheter kan være et godt utgangspunkt for å finne aktuelle autentiske problemstillinger slik at elevene ser sammenhengen mellom skolematematikken og hverdagen (Hana, 2013, s. 220).

Blum mener man bør veksle mellom å jobbe med hele prosessen og deler av den (Blum W. , 2015). En oppgave kan være modellering selv om bare deler av prosessen brukes. Dette støttes av Borromeo Ferri, som konstaterer at selv om det ikke betyr noe for elevenes modelleringskompetanse om de introduseres for modellering gjennom en helhetlig tilnærming eller en steg-for-steg-tilnærming, så vil det være lettest for en uerfaren lærer å starte med oppgaver der en øver på hele prosessen. Deretter vil læreren kunne se hvilke delkompetanser som må øves mer på (Borromeo Ferri R. , 2018, s. 70)

Når man skal lage en oppgave, er det viktig at matematikken som er nødvendig for å kunne regne på oppgaven bør ha vært kjent en stund og gjerne også vært brukt i tidligere i mer sammensatte oppgaver, for at elevene skal kunne klare å anvende kunnskapen i nye modelleringsoppgaver. I «Few years gap problem» (Treilibs, Burkhardt, & Low, 1980) ligger det at det tar tid før elevene har lært et nytt tema til de klarer å anvende det.

Hvordan finne passende oppgaver

Det å finne passende modelleringsoppgaver er utfordrende og tidkrevende for mange lærere (Hana, 2013, s. 211) (Borromeo Ferri R. , 2018, s. 41). I følge Niss og Blum bør dette ikke være så vanskelig. Det er utviklet og samlet sammen mange oppgaver og løsningsforslag i forskningsmiljø rundt om i verden (Niss & Blum, 2020, s. 101). Forskning viser imidlertid at lærere i stor grad styres av lærebøkene (Imsen, 2009) og mangelen på oppgaver i modellering i lærebøkene utgjør en stor utfordring for lærere i mange land. Peter Frejd gjennomførte i 2014 en studie i Sverige der han blant annet så på modellering i lærebøker. Han konkluderte blant annet med at modellering ikke blir lagt vekt på som en sentral aktivitet i lærebøkene og at lærerne er avhengige av andre læremiddel i temaet (Frejd, 2014). Denne konklusjonen støttes av Jessen og Kjeldsen (2021) og Lid Berget (2022) som har forsket på lærebøker og eksamensoppgaver på videregående skole i henholdsvis Danmark og Norge. De konkluderer med at lærebokforfatterens tilnærming til modellering skiller seg fra fagmiljøets og at de oppgavene som presenteres som modelleringsoppgaver kun krever deler av modelleringscyklusen (Jessen & Kjeldsen, 2021). Særlig behovet for å matematisere mangler (Berget I. , 2022).

Dersom lærerne søker oppgaver i annen litteratur, vil de se at det ikke er umiddelbart lett å finne oppgaver som passer til nivå og emne. Både kvalitet og innhold varierer mye og det er tidkrevende å vurdere oppgavens egnethet (Niss & Blum, 2020, s. 103). Et alternativ til å utvikle egne oppgaver er å endre en klassisk oppgave slik at det blir en modelleringsoppgave. Skolen bør sette av tid slik at lærerne sammen kan lage gode modelleringsoppgaver (Borromeo Ferri R. , 2018, s. 41). Man bør være kjent med teori om modellering og kriterier for gode oppgaver før man utvikler oppgaver selv (Maaß, 2007). Erfaring med å løse modelleringsproblemer selv eller med elevene vil gjøre en bedre i stand til å lage oppgaver. I

tillegg vil det gi en bedre forståelse for hva som karakteriserer modelleringsproblemer, hvilke vansker elevene vil få når de modellerer og hvordan man kan undervise for å møte disse (Borromeo Ferri R. , 2018, s. 47).

Instruksjonsdimensjonen

Deltakerne i studien må få tips og veiledning til planlegging og gjennomføring av modelleringsøktene.

Planlegging: Lærerne bør prøve å se for seg responsen i klasserommet, eventuelle spørsmål og vansker elevene måtte ha, slik at de kan planlegge sin egen inngripen og støtte. De bør tenke gjennom nødvendig utstyr og hjelpemidler og utarbeide en tidsplan (Borromeo Ferri R. , 2018). For å klare dette må de løse den valgte oppgaven ved å gå gjennom alle stegene i modelleringszyklusen og notere ned ulike løsningsforslag og målene med økten.

I klasserommet: Tydelig oppstart der oppgaven blir gjennomgått, organiseringen redegjort for og elevene får klar beskjed om hvordan man forventer at løsningen skal presenteres. Oppgaven må tilpasses på stedet dersom elevene gir uforventet respons. Gi akkurat nok respons til at elevene har progresjon og være særlig oppmerksom på kritiske deler av oppgaven (Geiger, 2019). Legge merke til elevenes løsninger og velge grupper med ulike modeller til å presentere (Borromeo Ferri R. , 2018). For å legge til rette for gode undervisningsøkter trenger lærerne kompetanse i hvordan de best kan involvere seg i elevenes arbeid.

Hvordan læreren best kan veilede elevene

En vellykket modelleringsøkt kan operasjonaliseres på mange ulike måter. Jeg velger å legge vekt på at elevene har vært engasjerte i modelleringsaktivitet. De har laget en modell som passer til oppgaven og man kan se progresjon i elevenes modelleringskompetanse etter hvert som de blir mer drevne i aktiviteten (Niss & Blum, 2020, s. 145).

I det tyske DISUM-prosjektet ble lærernes innblanding studert. Konklusjonen var at lærere sjeldent bruker strategisk innblanding, men heller gir indirekte råd. Elevene til lærere som underviste operativ-strategisk, med vekt på elevenes selvstendige arbeid i grupper, hadde signifikant høyere utvikling av modelleringskompetanse (Leiß, 2007). Det er viktig at elevene får bygge kunnskap og kompetanse så aktivt og selvstendig som mulig med riktig støtte av læreren. Det er bedre å gjøre feil og reflektere rundt svaret enn at læreren griper inn for å hindre at misforståelsen skjer (Blum W. , 2015, s. 87). Leiß bygger på Zechs taksonomi for hjelp når han utvikler sin egen oversikt over lærerinnblanding. Hele tiden er det prinsippet om minst mulig hjelp som ligger i bunnen (Borromeo Ferri R. , 2018, s. 88).

Assistance	Example intervention
Motivation	“Go on and try, you will solve this problem, I’m sure!”
Feedback	“Yes, you are on the right way!”
General-strategic	“Make a sketch.” or “read the text again.”
Content-oriented strategic	“Perhaps the rule of three helps you to find the solution.”
Content-oriented	“What is the definition of speed?”

Zechs taksonomi for lærerens inngripen ordner hjelpen i stigende grad, fra minimal hjelp gjennom motiverende kommentarer til innholdsorientert hjelp som å spørre elevene om hvordan fart defineres eller volum regnes ut (Borromeo Ferri R. , 2018, s. 87). Blum (2015) gir også konkrete forslag til hvordan læreren kan gripe inn i elevenes arbeid på en strategisk måte. Man kan gi strategiske råd som at de kan lese teksten nøye på nytt, se for seg situasjonen eller lage en skisse. Spørre elevene hva de prøver å finne ut av, hva de mangler av data eller hva de har funnet ut så langt. Slike spørsmål gir inngripen i elevenes nære utviklingszone og tillater elevene å jobbe videre uten å miste uavhengigheten sin og bidrar slik til best mulig læringsgevinst (Blum W. , 2015, s. 87).

Uvant undervisningsform

Modelleringsaktivitet gjør timene åpnere og utfordrer vanene, reglene og forventningene som er etablert mellom lærer og elever når det gjelder hvordan en typisk matematikktime skal foregå, *den didaktiske kontrakten* (Brousseau, 1997). Elevene er vant til at oppgavene vanligvis kan løses innen kort tid og handler om temaet de har behandlet den siste tiden. Oppgavene inneholder all data de trenger, har som regel ett riktig svar og hvis man regner feil eller løser oppgaven feil, så får man beskjed av læreren, gjerne sammen med et hint om hva man kan gjøre for å finne svaret. I tekstoppgaver er det ikke nødvendig å forstå den praktiske situasjonen, men tvert imot om å gjøre å finne det matematiske problemet så fort som mulig ved å fjerne sammenhengen. Det er læreren som sjekker svaret og gir beskjed om det er rett eller feil (Niss & Blum, 2020, s. 96) (Lampert, 1990) (Toppol, 2012).

Modellering er en tidkrevende arbeidsform og kan gi lærere en følelse at de «mister» for mye av tiden de trenger til vanlig undervisning der de tar for seg temaene i læreplanene og i lærebøkene. Disse temaene testes på heldagsprøver og andre sluttvurderinger. Kanskje tenker flere lærere at evnen til å anvende kunnskapene sine i matematikk i nye sammenhenger, også i problemer hentet fra virkeligheten, utvikler seg automatisk mens de jobber med temaene på den måten de er vant til (Niss & Blum, 2020, ss. 96-98).

Læreren trenger utenom-matematisk kunnskap om verden utenfor klasserommet. Det er utfordrende for lærere å bruke åpne oppgaver hentet fra den virkelige verden med temaer de ikke føler de mestrer, noe som kan føre til at de unngår oppgavene helt (Blum W. , 2015).

Undervisning som stimulerer modelleringskompetanse

For å legge til rette for modellering i klasserommene må klasseromsledelsen være effektiv og læringsorientert. Elevenes feil bør brukes konstruktivt som en mulighet for læring. Det er viktig med en variert undervisning med bruk av ulike læremidler. Elevene bør jobbe i grupper siden det passer spesielt godt til modellering og er gunstig for det kognitive miljøet (Blum W. , 2015, s. 83). Man bør ha vekt på prosessen, ikke resultatet (Borromeo Ferri R. , 2018, s. 78).

Læreren må oppfordre til individuelle svar og løsninger. Det oppmuntrer elevene til å analysere og sammenligne og slik jobbe metakognitivt. Det er viktig at man ikke leder elevene inn på et bestemt spor, men å tørre å la oppgavene ha åpen utgang (Blum W. , 2015, s. 84). De fleste lærere har en tendens til å favorisere sin egen løsning og står derfor i fare for å hindre elevenes maksimale læringsutbytte (Borromeo Ferri R. , 2018, s. 79).

Elevene må jobbe metakognitivt. De må reflektere over alle stegene i modelleringsprosessen med mål om å utvikle gode læringsstrategier som gjør det lettere for elevene å overføre kompetansen til andre situasjoner (Blum W. , 2015, s. 84). Modellen av modelleringsssyklusen er et viktig redskap i refleksjonsarbeidet som kan hjelpe elevene til å orientere seg bedre mens de arbeider (Borromeo Ferri R. , 2018, s. 79).

Det er en lang prosess å utvikle modelleringskompetanse. Det er fornuftig å variere mellom en helhetlig tilnærming til modellering og en mer atomistisk, der man fokuserer på deler av prosessen og på underkompetanser (Borromeo Ferri R. , 2018, s. 80).

Den diagnostiske dimensjonen

Den diagnostiske dimensjonen rommer lærernes evne til å kjenne igjen fasene elevene befinner seg i underveis i prosessen, vanskeligheter og typiske feil hos elevene og vurdering av elevenes modelleringskompetanse. Lærere som får utdanning om den teoretiske bakgrunnen om diagnostisering og tilbakemelding presterer bedre med elevene enn andre lærere (Leiß, 2007). For å kunne gi læringsstøttende tilbakemeldinger må læreren kunne definere hva elevene sliter med (Borromeo Ferri R. , 2018). Når vi vet at tilbakemelding til elevene er på topp 10-listen over hva som påvirker elevenes prestasjoner (Hattie, 2009), er det viktig at lærerne mestrer denne dimensjonen.

Lærerne må kjenne igjen faser i prosessen og vanskene elevene har

Matematisk modellering medfører en arbeidsprosess der avgrensning og presisering er nødvendig. Elevene må håndtere en uvant åpenhet og uforutsigbarhet. Hovedutfordringen for elevene kan ofte beskrives som handlingslammelse fordi elevene har så mange muligheter og selv må bestemme hvilken vei de vil gå (Jensen, 2009, s. 45). Dersom det vanlige i undervisningen er vekt på regler og algoritmer, så er elevene trygge på hva som forventes av dem i timene og på prøvene. En ny arbeidsform kan skape usikkerhet rundt resultat og vurdering (Niss & Blum, 2020, s. 93).

Elevene er ikke vant til å reflektere når de gjør matematikkoppgaver og de glemmer å tenke praktisk. De har ikke strategier for å løse problemer hentet fra virkeligheten. Når det praktiske problemet er nytt har elevene vansker med å se at de kan bruke samme matematikk som i tidligere oppgaver de har jobbet med. Graden av «situated cognition», at kunnskapen og evnene er knyttet direkte til den situasjonen eleven har jobbet med, er så stor at Blum stiller spørsmål ved om man i det hele tatt kan snakke om en generell modelleringskompetanse (Blum W. , 2015, s. 80). Niss og Blum påpeker også faren for at elevene bruker alt for elementære hjelpemidler og matematikk eller de gir opp. Det kan være lurt å unngå matematiske temaer som nylig er gjennomgått. Temaene trenger å konsolideres skikkelig før elevene evner å benytte dem i modelleringsoppgaver (Niss & Blum, 2020, s. 93).

Hvert steg i modelleringsprosessen er en potensiell kognitiv barriere for elevene (Blum W. , 2015). I syklusen til Blum og Leiß jeg har presentert over er det steg 1, 2 og 6 elevene har størst problemer med. Når det gjelder å forstå situasjonen (1) er det typisk at elevene ikke bruker tid på å lese og forstå oppgaven. De tenker ikke, men går rett på å teste operasjoner med de tallene som er oppgitt. Videre er elevene redde for å ta avgjørelser når de skal

forenkle strukturen til modellen (2). De synes det er vanskelig å bruke egen fornuft for å anta eller gjøre anslag. Elevene bør øve mer på å lage oppgaver og finne tall selv. Steg 6, validering, mangler ofte helt hos elevene. Det kan virke som om de er så vant til at det er lærerens jobb å sjekke om løsningen er rimelig og korrekt at de selv hopper over dette stadiet. Elevene bør vurdere modellen og kanskje forbedre den og gjenta stegene på nytt (Blum W. , 2015, s. 79).

Mange elever mangler motivasjon til å jobbe med problemer hentet fra virkeligheten. Det oppfattes som uviktig, ikke ekte matematikk, meningsløst, noe som ikke hører hjemme i matematikkfaget. For å motivere elevene er det viktig å jobbe med modelleringsoppgaver over en lengre periode og hele tiden vektlegge betydningen av matematikkens rolle i oppgavene (Niss & Blum, 2020, s. 94).

Vurdering av modelleringskompetanse

I 2011 forsøkte Schmidt (2011) å finne grunner til at modellering ikke har større plass i skolen. En av årsakene var at lærerne syntest det var problematisk å teste og vurdere elevene i modelleringskompetansen.

Vurderingen må reflektere målene i undervisningen. Det er en klar sammenheng mellom det man testes i og det man legger vekt på å lære (Blum W. , 2015). Elever har en tendens til å konsentrere læringen til emner og aktiviteter de vet de testes i. Utfordringen med modellering er derfor hvordan man kan teste modelleringskompetanse, hvordan gi tilbakemelding og hvordan sette karakter på kompetansen. Undervisningsformen bryter med formen som er mest vanlig på prøver. Man må ha tilgang til internett for å søke opp nødvendig informasjon, man jobber ofte sammen, det er ikke ett rett svar, en fasit, det tar tid og det er en del aktivitet som ikke dokumenteres skriftlig. I tillegg er det vel så mye prosessen som resultatet som skal vurderes (Niss & Blum, 2020, ss. 98-99).

Borromeo Ferri legger også vekt på at det er vanskelig for læreren å merke seg hvordan hver elev ligger an når elevene jobber i grupper (Borromeo Ferri R. , 2018, s. 105). Man bør skille mellom formativ vurdering, vurdering underveis og summativ vurdering, en sluttvurdering. Vurdering underveis bør legge vekt på prosessen og på å forstå tankegangen og bakgrunnen for resultatet. God underveivurdering krever et system for å avdekke styrker og svakheter i elevenes arbeid (Blum W. , 2015). Her vil samtale være bra, men det vil være tidkrevende og vanskelig å gjennomføre i den daglige undervisningen. Det mest gjennomførbare vil være en kombinasjon av å vektlegge prosess og produkt (Borromeo Ferri R. , 2018, ss. 103-105).

Som vi så i kapittelet om modelleringskompetanse, besto den av en undersøkende og en produktiv side (Jensen, 2009). Det er særlig den produktive siden av kompetansen som knyttes til modelleringssyklusen (Niss & Blum, 2020). Både Borromeo Ferri (2018, s. 105) og Niss og Blum (2020) foreslår å ta utgangspunkt i modelleringssyklusen for så å vurdere hver enkelt elevs kompetanse i hvert enkelt steg i prosessen. I hvor stor grad viser eleven forståelse for situasjonen? Klarer eleven å gjøre forenklinger og finne relevante variabler og sammenhenger? I hvilken grad er disse variablene og sammenhengene overført til matematikk? Utfører elevene regneoperasjonene rett? Er eleven i stand til å tolke

resultatet? Er det logisk, gitt i fornuftig enhet og avrundet fornuftig? Viser eleven tegn til å ha sjekket om modellen stemmer? Er modellen endret? Er prosessen og resultatet presentert på en strukturert og informativ måte? (Niss & Blum, 2020, ss. 99-100).

I tillegg til å hjelpe lærerne å strukturere vurderingsarbeidet, vil det å bruke stegene i modelleringssyklusen også gjøre det lettere for elevene å få forståelse for hva som blir forventet og vurdert (Borromeo Ferri R. , 2018, s. 105). Borromeo Ferri har utviklet et diagnostisk vurderingsverktøy for elever som jobber i grupper, der vurdering av prosessen er sentralt (Borromeo Ferri R. , 2018, s. 105). Et ark per gruppe. Man kan krysse av eller notere ned små stikkord i tabellen underveis i timene.

SKJEMA TIL UNDERVEISVURDERING						
Oppgave 1						
	Forstå problemet	Gjøre antakelser	Mate- matisere	Selve utregningen	Tolke, sjekke, kritisk reflektere	Presentasjon, skriftlig løsning
Kristian	+	*	-	*	*	*
Emma	+	+	+	+	+	+
Rolf	*	+	*	*	+	+
Siri	*	*	-	*	-	*

Figur 4: Skjema for vurdering basert på Borromeo Ferri (2018, s. 105).

På nettressursene til Cappelen Damm kan man nå finne modelleringsoppgaver, alle med fire tips for å hjelpe elevene til å strukturere arbeidet (se figur 6). Tipsene deler arbeidet inn i fire steg, og til hvert steg hører en instruksjon: 1) Hvilke antakelser og forenklinger må du gjøre før du kan løse denne oppgaven? 2) Sett opp en liste med informasjon som brukes til å løse oppgaven. 3) Vis utregningen og resultatet ditt. 4) Vurder resultatet og antakelsene dine. Forklar hvorfor ditt resultat er fornuftig. Vi ser likheter med modelleringssyklusene for elever fra DISUM-prosjektet. Følger vi samme prinsippet som over vil man kunne vurdere elevene utfra disse fire stegene.

Hvor mange skiver kan en agurk deles opp i?



Tips:

- 1 Bruk antagelser og forenklinger.
- 2 Struktur informasjonen.
- 3 Bruk matematikk og presenter resultatet.
- 4 Argumenter for og vurder modellen din.

Figur 5: Tips til elevene fra skolenmin.cdu.no [Modelleringsprosjekter: Agurken \(cdu.no\)](https://skolenmin.cdu.no/Modelleringsprosjekter:Agurken(cdu.no))

På en skriftlig prøve vil det være vanskelig å vurdere elevens forståelse av situasjonen og om modellen er sjekket og evaluert. Det vil man kunne få med på en muntlig prøve. Med utgangspunkt i stegene i modelleringsprosessen kan hvert steg vurderes enten med karakterer, poeng eller lav-middels-høy måloppnåelse og man kan gi en helhetlig karakter til slutt. Slik vurdering og tilbakemelding er svært tidkrevende og kan skremme lærere fra å gjennomføre det (Niss & Blum, 2020, s. 101).

I læreplanen legges det vekt på at læreren skal gi veiledning underveis slik at eleven skal kunne bruke dette til å utvikle kompetansen sin i modellering (Utdanningsdirektoratet, 2020, s. 14). Veiledningen skal være hjelp til læring. Systematiserte vurdering vil være nødvendig for å kunne gi hver enkelt elev tilbakemelding på hva han er god på, hva som kan forbedres og hvordan dette kan gjøres.

Den undersøkende delen av modelleringskompetansen må ikke glemmes, innsikt i hvordan modeller brukes og det å kritisk kunne vurdere ulike modeller. Standpunkt karakteren i matematikk skal settes basert på den kompetansen eleven har vist blant annet til å reflektere over og argumentere for løsninger og modeller (Utdanningsdirektoratet, 2020, s. 14), så det er nødvendig å kunne vurdere modelleringskompetansen med karakter.

Pålitelig testing av elevenes modelleringskompetanse er bare mulig hvis elevene er vant til å jobbe med modellering over en lengre periode. De bør ha gjennomført minimum 5 modelleringsoppgaver slik at de mestrer arbeidsformen og forventningene som følger med (Borromeo Ferri R. , 2018) (Hana, 2013).

Hvordan endre egen pedagogisk praksis

I studien skal jeg i samarbeid med seks lærere gjennomføre et lokalt utviklingsarbeid der målet er endret undervisningspraksis. Det er derfor nødvendig å få innblikk i teori om endringsprosesser. Hva bidrar til å skape endring i lærernes praksis og hva hindrer denne endringen?

Det endelige målet i pedagogisk endringsarbeid er å forbedre undervisningstilbudet til elevene og det utbytte de har i skolen (Ertesvåg, 2012, s. 14). Pedagogisk endringsarbeid omtales ofte som skoleutvikling (school improvement) og defineres av OECD som

«systematiske, vedvarende tiltak for å endre læringsbetingelsene og andre relaterte forhold i en eller flere skoler, med det siktepunkt å virkeliggjøre skolens mål mer effektivt» (Aas, 2013).

Uavhengig av om endringsarbeidet omfatter hele skolen eller bare lærere knyttet til et fag, som i dette prosjektet, så går man gjennom de samme fasene i endringsarbeidet (Ertesvåg, 2012, s. 16).

Fasene som en endringsprosess består av, har klare særtrekk. I forskningslitteraturen blir disse fasene delt inn på ulike måter, men de fleste forskerene regner med tre hovedfaser, initiering, implementering og videreføring (Ertesvåg, 2012, s. 22).

Initiering kalles også førplanlegging og innebærer å gjøre beslutninger om endringsarbeidet. Det å motivere deltakerne og planlegge gjennomføringen inngår også her.

Endring kan komme nedenfra (bottom-up) eller ovenfra (top-down), men i realiteten er mange endringsarbeider resultat av en kombinasjon av disse to. I vårt tilfelle er Fagfornyelsen en top-down-drivkraft for endring. Den har skapt et behov for ny kunnskap og ny undervisningspraksis hos lærerne. For å lykkes med endringsarbeid, er det viktig at de som skal gjennomføre arbeidet nettopp opplever behov for endringen. Man må skape en felles forståelse av arbeidet man skal i gang med. Det må forankres i gruppen, gjerne gjennom felles drøftinger der man avklarer om man har behov for endring og på hvilke områder. Etter forankringen går man over i implementeringsfasen (Ertesvåg, 2012, ss. 23-25).

Fixsen m.fl. (2005, s. 9) mener at man legger til rette for vellykket implementering ved at deltakerne utvikler en forståelse for det store bildet og bakgrunnen for utviklingsarbeidet. Det er viktig å se på den allerede eksisterende infrastrukturen og organiseringen på arbeidsplassen og vurdere hvordan den best kan brukes.

I **implementeringsfasen** gjennomfører man opplæring og utprøving. Fasen regnes gjerne fra det tidspunktet elevene blir introdusert for tiltaket. En forutsetning for å oppnå reell endring er at deltakerne opplever det som nyttig (Fullan, 2007). Arbeidet må være relevant for de utfordringene lærerne møter i skolehverdagen. Det er ikke uvanlig å møte motstand i personalet når arbeidet faktisk skal gjennomføres til tross for grundig forarbeid. Sentrale faktorer for å lykkes i implementeringsfasen (Ertesvåg, 2012, ss. 28-29):

- Utvikling av en kollektiv kultur
- Ledelse distribuert i organisasjonen
- Infrastruktur som fremmer refleksjon og gir grunnlag for utvikling og strukturerte arbeidsmåter

Fixsen m.fl. (2005, ss. 29-30) trekker frem forskningsbaserte arbeidsmetoder som egner seg godt for utviklingsarbeid i skolen. En kombinasjon av fagsamlinger på den enkelte skole, gruppeveiledning med eksterne veiledere mellom fagsamlingene og praksisutprøving mellom veiledningene og erfaringsdeling under veiledningssamlingene (Ollestad & Tveit, 2016).

Den siste fasen, **videreførings- eller institusjonaliseringsfasen**, er perioden etter intervensjonen er avsluttet og man evaluerer arbeidet og ser på hvordan man skal videreføre det i organisasjonen (Ollestad & Tveit, 2016). Man ønsker å oppnå varig effekt av endringsarbeidet gjennom at endringen blir en integrert del av skolen sin aktivitet og daglige drift. Fullan (2007) legger vekt på at endring er tidkrevende. Dersom prosessen dør ut etter implementeringsperioden, er arbeidet bortkastet og kan føre til endringstrøtthet (Ertesvåg, 2012, s. 31).

Fixsen m.fl. (2005) peker på flere forhold som er viktige for å opprettholde endringene. Lærerne bør godkjenne og forplikte seg til prosjektet. Alle lærerne bør delta og være med på endringene og de bør få mulighet til å øve i klasserommet med veiledning og umiddelbar tilbakemelding. Som Fullan (2007), legger også Fixsen vekt på at lærerne bør oppleve prosjektet som praktisk, nyttig og gunstig for elevene. Ledelsen må verdsette arbeidet og støtte det administrativt (Fixsen, 2005, s. 9).

Mange lærere opplever endringsprosesser som noe negativt (Ertesvåg, 2012, s. 14). Flere forskere mener at vellykket endringsarbeid er helt avhengig av effektiv ledelse (Irgens, 2012) (Ertesvåg, 2012) (Fixsen, 2005). Selv om ledelse er viktig, så krever endringsarbeid en kollektiv innsats. Spesielt inspirerende og utviklende er det å lære sammen og av hverandre.

Irgens (Irgens, 2012) tar for seg spenningsforholdet mellom drift og utvikling i skolen. Med drift menes det daglige arbeidet en skole gjør. I skolen har de kortsiktige oppgavene en tendens til å forskyve utviklingsoppgavene. Irgens peker på flere mulige årsaker til at utviklingsarbeid er så utfordrende for skolene. Tidsaspektet, man må prioritere det som umiddelbart dukker opp samtidig som man har begrenset med bunden fellestid. Maglende innsikt i hvordan utviklingsarbeidet kan redusere behovet for brannslukking, altså sammenhengen mellom langsiktig og kortsiktig innsats. En tredje årsak er svak utviklingskompetanse i skolen som fører til at man prioriterer de oppgavene man behersker. Dette støttes av Ertesvåg, som peker på manglende endringskompetanse som en hovedutfordring for utvikling i skolen (2012, s. 13).

Å utvikle en kollektiv kultur er avgjørende for å lykkes med endringsarbeid. Det er lang tradisjon for individuelt arbeid i skolen, men i dag er læreren avhengig av en kollektiv innsats for å klare å løse stadig nye oppgaver og krav (Ertesvåg, 2012, s. 106). Nyere forskning viser at noen type aktiviteter øker sjansen for at ansatte lærer i profesjonell utvikling. Det kan være studiegrupper der personalet samles regelmessig der de arbeider med temaer de selv har indentifisert. En annen type er grupper der man formelt eller uformelt er knyttet sammen for å utforske og drøfte temaer av felles interesse, nå felles mål, dele informasjon og ta opp temaer (Ertesvåg, 2012, s. 109). Disse arbeidsformene gir personalet mulighet for å praktisere og reflektere rundt egen praksis. I tillegg er de knyttet til den daglige utøvelsen av virksomheten. Dersom man har kurs med eksterne forelesere, bør det etterfølges av systematisk arbeid med kunnskapen fra kurset for å få effekt av kurset (s. 110).

Metode og design

Her vil jeg ta for meg valg av forskningsmetode og design. Med utgangspunkt i designeksperimentets tre faser går jeg gjennom teoretisk bakgrunn, utvalg av deltakere, de ulike datainnsamlingsmetodene og prosessen med å utvikle undervisningsmaterialet presenteres og begrunnes. Selve PP-presentasjonene til kurset og oppgaveheftet er med. Videre vil jeg beskrive behandlingen av datamaterialet, prinsipper for transkribering og analyse. Jeg gjør rede for valgene jeg har tatt gjennom hele forskningsprosessen og drøfter studiens validitet og reliabilitet. Til slutt tar jeg for meg etiske forhold rundt studien.

Pedagogisk designforskning

Jeg ønsker å utforme et forskningsdesign inspirert av pedagogisk designforskning. Målet med studien er å utvikle et undervisningsopplegg som skal hjelpe lærere i ungdomsskolen å komme i gang med matematisk modellering. Undervisningsopplegget tar sikte på å endre deltakernes undervisningspraksis. Det består av et kurs, et hefte om modellering som læreren får etter kurset samt en oppgavesamling med tilhørende kommentarer til læreren. Det er jeg som skal være kursholder.

Som forsker er jeg ikke bare interessert i å kartlegge situasjonen slik den er, men aktivt prøve å påvirke og sette i gang en endingsprosess. Aktiv handling og evnen til å søke nye løsninger på problematiske forhold, en forsker som engasjerer seg i praksis og det at forandring ses på som en integrert del av forskningen kjennetegner en intervenserende design (Furu, 2013, s. 47).

I slik intervenserende forskning forlater jeg den nøytrale tilskuerposisjonen ved å gå aktivt inn med systematiske påvirkninger (Befring, 2015, s. 100). En type forskning som ikke er verdifri, hverken målet, selve gjennomføringen eller konsekvensene. Forskeren er ikke lenger nøytral og analysene er fremtidsrettet, altså prospektive.

Pedagogisk designforskning defineres som «systematiske undersøkelser knyttet til prosesser rundt utvikling, utprøving og evaluering av undervisningsopplegg og utdanningsprogrammer, hvor målsettingen er å optimalisere pedagogiske tiltak som kan gi bedre undervisning og læring» (Bjørndal K. E., 2013, s. 246). I designforskning er det vanlig med sterkere forskerstyring og et mer avgrenset fokus enn annen intervenserende design. Det er først og fremst den pedagogiske designen som skal utvikles (Bjørndal K. E., 2013, s. 247).

Selv om jeg samarbeider med deltakerne underveis, så er det jeg som utvikler undervisningsopplegget og bestemmer målet og forskningsspørsmålene for studien (Hiim, 2010, ss. 48-50).

Typisk for designforskning

Designforskning karakteriseres av fire forhold (Bjørndal K. E., 2013, ss. 246-247):

Det første er *intervensjon*. Gjennom studien min ønsker jeg å påvirke deltakerne ved å introdusere noe som for dem var nytt. Både jeg og deltakerne ønsker endring av virkeligheten og vi samarbeider for å oppnå dette.

Det andre er at idealet i designforskning er en *syklisk tilnærming*. Jeg utvikler en design som deltakerne prøver ut, de kommer med tilbakemeldinger og designen blir revidert. Ideelt sett

burde denne prosessen gjentatt seg flere ganger, men innenfor rammene til en masteroppgave er det begrenset hvor mange omdreininger det er anledning til.

Det tredje forholdet er at forskningen er *proessorientert*. Vi vektlegger forståelse og forbedring. Målet er å generere ny kunnskap direkte fra praksisfeltet.

Det siste forholdet er at designforskning er *nytteorientert*. Kurset og oppgavene er utviklet basert på teori fra forskningsfeltet i matematisk modellering. Jeg tester designen i feltet og kan analysere erfaringene opp mot teorien. Slik kan jeg og deltakerne sammen skape en felles forståelse for hva som skaper forbedringer, vi kan få ny innsikt som både kan bidra til å utvikle pedagogisk praksis, samtidig som det kan utgjøre et (beskjedent) vitenskapelig bidrag innenfor pedagogisk forskning.

Kvalitativ metode

Målet med utprøvingen av undervisningsopplegget er først og fremst å forbedre designet av det, ikke å teste effekten. Det er derfor viktig å få dyptgående kunnskap om hvordan lærerne *opplever* å undervise i modellering etter dette opplegget. Vekten ligger på subjektive opplevelser hos deltakerne, men kunnskapsprosessen er konstruktivistisk, forskningsarbeidet vokser frem i samarbeid mellom deltakerne og meg som forsker. Ved at alle deler kan vi jobbe frem en felles forståelse av hva som skaper forbedring (Bjørndal K. E., 2013, s. 247).

For å få tilgang til deltakernes opplevelser kan man bruke enten intervju, logg, observasjon, analyse av tekster eller ulike kombinasjoner av disse. Innenfor tidsrammene til en masteroppgave vil det være realistisk å gjennomføre datainnsamling med et begrenset antall deltakere og derfor anser jeg en kvalitativ tilnærming som mest hensiktsmessig.

Tanken er at opplegget skal tilpasses og endres underveis, avhengig av deltakernes forkunnskaper og erfaringer. Det krever et løpende samarbeid mellom meg som forsker og deltakerne. Det er kun mulig med et begrenset antall deltakere eller grupper av deltakere.

Jeg har valgt en fenomenologisk og hermeneutisk forståelsesramme i denne studien. Ved å ta utgangspunkt i den subjektive opplevelsen til hver enkelt deltaker vil jeg forsøke å få forståelse av den dypere mening i enkeltpersonens erfaring. Jeg tar utgangspunkt i deltakernes perspektiv for å forstå fenomener og for å beskrive omverdenen slik de erfarer den. Summen av deltakernes felles erfaringer gir meg forhåpentligvis et grunnlag for en generell forståelse av opplevelsen av å undervise etter dette opplegget (Thagaard, 1998, s. 38).

Jeg er på jakt etter meningsinnholdet i datamaterialet og ifølge den hermeneutiske tradisjonen kan mening kun forstås i «lys av den sammenhengen det vi studerer er en del av». Ved å fortolke deltakernes handlinger og tanker kan et dypere meningsinnhold komme frem (Thagaard, 1998, s. 39).

For å sikre at tolkningene er mest mulig gyldige er det viktig med det Geertz (1973) kaller *thick descriptions*, «tykke» eller rike beskrivelser. Vi skal ikke bare gjengi dataene, men få frem hva deltakerne kan ha ment (Thagaard, 1998, s. 39). Jeg har valgt å samle inn ulike typer data for å lettere kunne finne det dypere meningsinnholdet.

Forberedelse av designeksperiment

Å teste ut et undervisningsopplegg er å gjennomføre det Allan Collins kaller et designeksperiment i skolen (Collins, 1992). Designeksperimentet består vanligvis av tre faser, forberedelse av designeksperimentet, eksperimentering i klasserommet og retrospektive analyser (Bjørndal K. E., 2013, s. 248).

Deltakere

Jeg begynner forberedelsen med å skaffe deltakere. Jeg sender epost til en annen ungdomsskole i kommunen. I eposten presiserer jeg at jeg ønsker deltakere som vil lære mer om modellering gjennom å teste det i egen undervisning. Jeg legger også vekt på at det ikke er nødvendig med forkunnskap om temaet. Skolen gir umiddelbart positiv respons. Tre matematikklærere der ønsker å være med i studien.

Dette er høsten 2020, en periode der skolene og undervisningen er svært preget av koronatiltakene. Det er ikke tillatt å besøke andre skoler, selv undervisning på andre trinn enn mitt eget er i perioder ikke tillatt. Det ble praktisk vanskelig å involvere flere skoler, men jeg ønsket meg 5-6 deltakere totalt til studien for å få med personer med ulik utdanning, erfaring, alder og kanskje også kjønn.

Intervenerende samfunnsforskning kjennetegnes av samarbeid mellom forskeren og deltakerne der begge parter ønsker en forbedring av praksis (Bjørndal K. E., 2013). I forbindelse med innføringen av LK20 gjennomførte jeg som lærerspesialist, en kartlegging av matematikklærernes ønske om kompetanseøkning på min egen arbeidsplass. Mange ønsket å lære mer om matematisk modellering. Ønsket var et godt utgangspunkt til å involvere lærere på min egen skole i studien.

For å unngå at noen skal føle seg presset og slik svekke validiteten til studien, spør jeg på et fellesmøte for hele personalet og ber interesserte ta kontakt. Som i eposten presiserer jeg at jeg ønsker lærere med lite eller ingen erfaring med modellering. Jeg legger også vekt på at jeg ikke er en ekspert på modellering, men at vi kan utvikle oss sammen. Tre lærere tar kontakt uavhengig av hverandre og ønsker å være med. Ingen av dem underviser på mitt trinn. Seks deltakere fordelt på to skoler vurderer jeg som et godt utgangspunkt for studien.

Jeg opplever underveis flere fordeler med å ha deltakere som jeg jobber sammen med. Det er lett å snakke om «vi», jeg og deltakerne har alle lite erfaring med modellering, selv om jeg har lært mer om det gjennom masterstudiet. Denne følelsen av felleskap bygger ned avstanden mellom meg og deltakerne og demper min «ekspertrolle» på feltet. En annen fordel er at vi får mulighet til samtaler underveis i forsøksperioden der vi sammen reflekterte rundt undervisingen og oppgavene. Slik blir prosessen på egen skole nærmere idealet for designforskning enn på den andre deltakerskolen.

Alle deltakerne i studien melder seg selv. En slik usystematisk utvelgelsesprosess vil kanskje bidra til at resultatene av den kvalitative studien blir vanskeligere å generalisere. Deltakerne er sannsynligvis over gjennomsnittet interessert i å utvikle egen praksis. De vil kanskje være mer motiverte enn andre lærere som jeg eventuelt vil komme til å kurse seinere. Det må jeg ta med i vurderingen av kursopplegget.

Undervisningsopplegget

Etter at deltakere er på plass, utvikler jeg undervisningsopplegget. Det har som mål å hjelpe lærerne i gang med modellering, mens studiens målsetting er å utvikle og prøve ut opplegget for å få innsikt i muligheter og utfordringer ved å anvende det.

I utformingen av selve undervisningsopplegget er det to hovedforhold jeg velger å ta hensyn til. Hva som kreves av en lærer for å lykkes med matematisk modellering og hvordan sikre god implementeringskvalitet, en vellykket endring.

Foredraget og veiledningshefte

Foredraget er basert på læreplanen og forskning på feltet og med mulighet for justering etter startintervjuet med deltakerne. Læreplanen er styrende for det vi gjør i skolen. Et undervisningsopplegg for lærere om modellering er ikke verdinøytralt, men henter legitimitet i læreplanen.

I LK20 står det at elevene skal ha innsikt i hvordan modeller brukes, de skal kunne lage modeller selv og de skal kunne vurdere modellene (Utdanningsdirektoratet, 2020). Jeg brukte Ferri og Blums (2010) fire komepetansedimensjoner som utgangspunkt for hva kurset burde inneholde. Samtidig var det viktig å ta hensyn til at dette skulle passe som et timeskurs for deltakere med liten erfaring med modellering. Det måtte ikke bli et akademisk foredrag, men det er heller ikke nok å gi deltakerne et sett oppgaver de skal gjennomføre. De må få kunnskap om hva som ligger i begrepet modellering, hva som kjennetegner modelleringscyklusen og modelleringsoppgaver, hvordan undervise og veilede i matematisk modellering og hvordan vurdere elevenes arbeid.

For at kursinnholdet skal treffe mottakerne mest mulig presist, gjennomfører jeg et innledende intervju med deltakerne. Slik kan jeg få informasjon om deltakernes førkunnskaper i matematisk modellering og forventninger til kurset. Det endelige kursinnholdet blir fastlagt etter det innledende intervjuet.

Begge deltakergruppene sier at kurset ikke kan vare i mer enn en klokke. Siden det er kort tid for et forholdsvis ukjent tema, må jeg prioritere hva som skal vektlegges og ikke. Kurset bør oppleves nyttig, relevant og motiverende for deltakerne. Siden materiale (oppgaver) er en av hovedutfordringene for uerfarne lærere (Borromeo Ferri R. , 2018), velger jeg å utvikle et oppgavehefte de skal bruke, fremfor å bruke tid på hvordan utvikle oppgaver selv. Pålitelig testing av elevenes modelleringskompetanse er uansett bare mulig hvis elevene er vant til å jobbe med modellering over en lengre periode (Borromeo Ferri R. , 2018, s. 112) og blir derfor heller ikke et prioritert tema. Jeg lager en egen modelleringscyklus for elevene inspirert av den Blum og Leiß brukte i DISUM-prosjektet. Jeg oversetter til norsk og lager lignende hjelpespørsmål.

Foredragets mål:

- Klargjøre hva som menes med modellering.
- Forklare og demonstrere modelleringscyklusen, for lærere og for elevene.
- Redegjøre for ulike former for modellering og målene med modellering.
- Definere modelleringskompetanse og hvordan denne kan måles og vurderes.

- Gi tips til hvordan undervise i modellering og hvordan finne eller lage oppgaver selv.

Ved å ta for meg disse punktene vil jeg være innom alle de fire kompetansedimensjonene som Ferri og Blum (2010) mener lærerene må beherske.

PowerPointen som ble brukt på kurset

MATEMATISK MODELLERING

En kort innføring i emnet

EKSEMPELOPPGAVE EKSAMEN 2022



HVA MENES EGENTLIG MED MATEMATISK MODELLERING

Matematisk modellering handler om å bruke matematikk til å løse virkelige problem. Utgangspunktet for modelleringprosessen er en reell situasjon eller et problem fra den virkelige verden.

Man må **MATEMATISERE** (tolke situasjonen matematisk).

Målet er ikke å finne et svar på et spørsmål som er formulert av andre, men å greie å **matematisere** en situasjon. Se matematikken i den virkelige verden.

Det er ofte fremstilt som en syklisk prosess siden man hele tiden må vurdere og validere resultatene man kommer frem til, og kanskje må justere modellen man har brukt.

I forskningslitteraturen er modellingskompetanse definert som å kunne utføre alle deler av modelleringprosessen, og å kritisk vurdere det andre har gjort.

UTDANNINGSNYTT.NO

Matematisk literacy handler om å ha den nødvendige kompetansen til å møte de matematiske utfordringene man blir stilt overfor i det moderne samfunnet. Literacy handler om mer enn å lese, skrive og regne, men om å forstå, skape, kommunisere og delta i et kompleks samfunn i endring.



Ungdomsstatistikk er viktig


Ny forskning: Bør få flere virkelighetsnære oppgaver inn i matte-undervisningen

Ny forskning fra Universitetet i Agder viser rom for forbedring i norsk matematikundervisning.

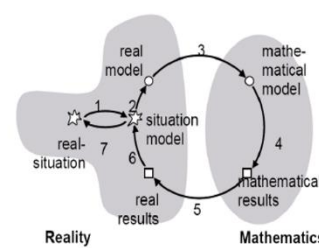
ET «EKTE VERDEN» EKSEMPEL

Du har laget en liten båt på sløyden (drømmebåten?)

Hva er målestokken til båten? Forklar hvordan du kom frem til svaret.

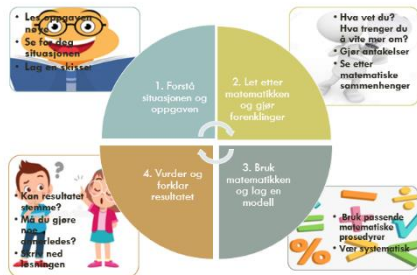


MODELLERINGSSYKLUSEN (FOR LÆREREN)

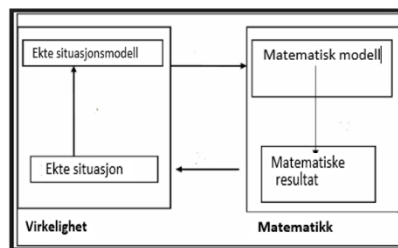


- 1 understanding the task
- 2 simplifying/structuring
- 3 mathematizing
- 4 working mathematically
- 5 interpretation
- 6 validation
- 7 presenting

MODELLERINGSSYKLUSEN (FOR ELEVENE)



ALTERNATIV MODELL FOR ELEVENE



HVA KJENNETEGNER GODE OPPGAVER

- Åpne (matematiske regler eller formler følger ikke med oppgaven)
- Sammensatte (elevene må forstå situasjonen og søke etter data som er relevant for oppgaven)
- Realistiske (alderstilpasset og fra elevenes verden, enten virkelige eller mulige å forestille seg)
- Autentiske (ikke finne-på-virkelige, men ekte verden spørsmål som må føles stimulerende)
- Problem (ikke mulig å finne en umiddelbar løsning gjennom en rutineaktivitet, men nødvendig å legge en strategi for å finne en løsning)
- Løsbare gjennom modelleringsprosessen (alle stegene i prosessen bør anvendes)

(Maaß, 2007)

SKILLE MELLOM MODELLERING OG PROBLEMLØSNING

Modellering

«Modellering handler om å kunne håndtere matematikkbeskrivelser av noe som i utgangspunktet ikke er matematisk»

Utfordring med modellering: handlingslammelse pga mange ulike veier man kan gå og fraværet av et kompass.

Man setter egne premisser og det kan være mange ulike svar

Problemløsning/utforsking

Problemløsning er behandling av matematikkholdige problemstillinger. For å komme videre må man finne på et eller annet som umiddelbart ikke er innlysende.

Utfordring med problemløsning: Opplever at man «står fast». «Hva skal vi gjøre?»

Fasitsvar

SKILLE MELLOM MODELLERING OG MODELL

Modellering

Modellerende aktivitet = lage problemer der elevene tenker produktivt med minimal hjelp fra læreren og der elevene må fortelle om hvordan de har tenkt i arbeidet.

Elevene må selv forenkle og gjøre avgrensinger for å komme frem til modellen

Må inneholde **matematisering** – overgangen fra virkelighetens verden til matematikkens verden.

Modell

I en modelleringsprosess kan en eller flere matematiske modeller bli laget

En matematisk modell kan være en standardmodell som for eksempel en lineær modell eller en eksponentiell funksjon

Kurvetilpassing (regresjon) blir av noen sett på som en begrenset form for modellering (Galbraith), mens andre sier det ikke er modellering fordi tall og fremgangsmåte er gitt

(Simulering)

TRE FORMER FOR MODELLERING (UTFRA MÅLET)

Modellering som **innhold** - målet er å utvikle modelleringskompetanse, altså å kunne løse problem som i utgangspunktet ikke er matematiske, ved hjelp av matematikk

Modellering som **fortøy** - modelleringsprosessen blir brukt med hovedmål om å lære noe annet enn modellering i seg selv. Det kan for eksempel være å få erfaringer innenfor et matematisk tema, eller å utvikle begrepsstrukturer mellom ulike matematiske område (+ RME og kurvetilpassing)

Modellering som **kritikk** - når man vurderer modeller man møter i samfunnet, å vurdere andre sitt arbeid med å gjennomføre de ulike stegene fremfor å utføre disse selv (kritisk tenking)

MODELLERINGSKOMPETANSE

Modelleringskompetanse kan beskrives som evnen til å «kunne håndtere matematikkbeskrivelser av noe som i utgangspunktet ikke er matematisk» (Jensen, 2009).

Kompetansen har en undersøkende og en produktiv side.

1) Man må kunne vurdere eksisterende modeller kritisk, analysere hvilket grunnlag de er basert på, hvilken gyldighet de har og i hvor stor grad de er overførbare til andre situasjoner.

2) Man må selv kunne utføre aktiv modellbygging gjennom å bruke matematikk på områder utenfor matematikken selv, det vil si gjennomføre alle delene av modelleringsprosessen.

I LÆREPLANENE

Modellering og anvendelse er et av kjerneelementa i matematikkfaget. «Det elevene må lære for å kunne mestre og anvende faget». En modell i matematikk defineres som «en beskrivelse av virkeligheten i matematisk språk».

LK20:

«Elevene skal ha innsikt i hvordan modeller i matematikk brukes for å beskrive dagliglivet, arbeidslivet og samfunnet ellers. Modellering i matematikk handler om å lage slike modeller. Det handler også om å kritisk vurdere om modellene er gyldige, og hvilke begrensninger de har, vurdere modellene i lys av de opprinnelige situasjonene og vurdere om de kan brukes i andre situasjoner.»

(Utdanningsdirektoratet, 2020)

LK20 FORTS.

Under kompetansemål etter 10.trinn er det to punkter om modellering. Elevene skal kunne:

- bruke funksjoner i modellering og argumentere for framgangsmåter og resultater
- modellere situasjoner knyttet til reelle datasett, presentere resultatene og argumentere for at modellene er gyldige (Utdanningsdirektoratet, 2020)

I tillegg er modellering nevnt de tverrfaglige temaene og under undervisningsvurdering

HVORDAN UNDERVISE I MODELLERING

- Læringsorientert klasseromsledelse og klima – feil er bra og en del av læringen, varierte metoder og arbeidsformer, gjerne gruppearbeid
- Vekt på prosessen – ikke resultatet
- Aktiv deltakelse av elevene, læreren skal gi minimal støtte (stillasbygging og den nærmeste utviklingsone) «Modellering er ingen tilskueridrett»
- Refleksjon er nødvendig. «Man lærer av erfaring og refleksjon»
- Unngå at læreren har et fastsvar og en ideell løsningsmetode. Oppfordre elevene til individuelle løsninger, deretter sammenligne og diskutere disse
- Bruk til på å utvikle kompetansen i modellering. Overføring er vanskelig og elevene må trenes til dette. Jobbe regelmessig med modellering (ideelt minimum 2 gg pr mnd)
- Evalueringer og prøver må også teste målene ved modellering
- Læreren bør opppre læringsstøttende.

PLANLEGGING AV ØKT

Velg oppgave (kanskje ikke så lett som det høres ut)

Løs oppgaven selv og skriv ned flere mulige løsninger (minimum tre)

Tenk gjennom hvilke utfordringer elevene kan møte og forbered måter du kan gripe inn overfor svake og sterke elever

Formuler målet med økten (det matematiske innholdet, modelleringskompetansen og eventuelle sosiale mål)

Oversikt over hvilket utstyr som er nødvendig (bruk av digitale hjelpemidler – lette opp fakta og informasjon + utregning og visualisering + simulering)

Lag en tidsplan! Pass på at det blir tid til diskusjon og presentasjon av endelig resultat.

GJENNOMFØRING AV ØKT

Tydelig start – elevene trenger tid til å skjønne oppgaven, de må organiseres i grupper og få klar beskjed om hvordan løsningene skal presenteres

Legg merke til hvilke modeller de ulike gruppene lager og velg grupper med ulike modeller til presentasjonen. Det kan gi et godt utgangspunkt for diskusjon

Reflekter rundt hva som var bra, hva som var dårlig og hvordan du kan forbedre undervisningen eller oppgaven til neste gang.

Hjelp til elevene: hjelpekort kan lages på forhånd. Der kan man skrive ned tips og hint.

Laveste nivå er tips og strategi («lag en skisse»), deretter strategiske tips om innhold («hvor høy er personen på bildet? Kan du bruke det til å beregne høyden på treet?») og til slutt reine innholdshint («formelen for volumet av en kjegle er...»)

VURDERING AV MODELLERINGSKOMPETANSE

Elevene må ha klart for seg hva som vurderes! Skille mellom undervisningsvurdering og sluttvurdering. Vellykket testing er kun mulig hvis elevene er vant til å jobbe med modellering over en lengre periode (minimum fire oppgaver).

Vi skal vurdere elevenes modelleringskompetanse. Altså de ulike stegene i modelleringprosessen.

- 1) Forstår eleven problemet
- 2) Gjøres det forenklinger
- 3) Matematisering
- 4) Selve utregningen
- 5) Talker eleven, sjekker om det kan stemme (kritiske refleksjoner)
- 6) Formidle svaret/løsningen (skriftlig eller muntlig)

Elevene må læres opp i å skrive modelleringsoppgavesvar!

SKJEMA TIL UNDERVEISVURDERING

Oppgave 1	Forstå problemet	Gjøre antakelser	Mate-matisere	Selve utregningen	Tolke, sjekke, kritisk reflektere	Presentasjon, skriftlig løsning
Kristian	+	*	-	*	*	*
Emma	+	+	+	+	+	+
Rolf	*	+	*	*	+	+
Siri	*	*	-	*	-	*

LÆRINGSSTØTTENDE UNDERVISNING

Unngå fastsvar, unngå hint! Still heller spørsmål til elevene slik at de selv kommer videre uten å miste selvstendigheten. Lavest mulig nivå av innblanding. Gjerne bare oppmuntre/motivere.

Forslag til innblanding:

«Les teksten nøye!»

«Se for deg situasjonen»

«Kan du tegne en skisse av situasjonen?»

«Er det noe som mangler?»

«Hvilke data trenger du?»

«Gir svaret ditt mening utfra den opprinnelige situasjonen?»

«Kanskje kan regelen om hjelpe deg til å finne en løsning»

«Hva er definisjonen på fart?»

«Pytagoras setning er som følger...»

← Kommentarer på strategi

← Innhold

UTFORDRINGER

For læreren:

Tidkrevende, både forberedelser og gjennomføringen – vil aktiviteten være matematisk fruktbar?

Liten kontroll – det kan komme løsninger man ikke har tenkt på, usikkerhet.

Når skal man gripe inn? Hvordan?

Valg av oppgaver (åpne oppgaver som inviterer til ulike tilnærminger og løsninger)

For elevene:

De er vant til rutineoppgaver der konteksten er noe man kvitter seg med. Man finner tallene og gjør det de tror de skal gjøre med dem

De er redde for å gjøre egne antakelser

De er ikke vant til å sjekke om noe stemmer, de kobler ikke inn fornuften så lenge de har funnet et svar (læreren oppgave å sjekke om løsningen er riktig)

Vansker med å se matematikken i oppgaven, vanskelig å overføre til lignende oppgaver

HVORFOR DRIVE MED MATEMATISK MODELLERING

Gjøre elevene i stand til bedre å forstå verden, særlig hvordan matematikk brukes i dagligliv, samfunnsliv og andre fagområder (avdekke matematikk selv)

Gjøre elevene i stand til selv å bruke matematikk i hverdagsliv og seinere yrkesliv. Ikke nok å lære matematikk, man må lære å BRUKE matematikken. Det er vanskelig å overføre og må trenes opp.

Hjelp elevene til å bli aktive borgere ved å lære dem å vurdere matematisk informasjon kritisk (statistikk, modeller, beregninger)

Øke elevenes motivasjon til matematikk og matematikkundervisning – man må trene på å løse slike tidkrevende utfordringer

Få utvida syn på matematikk og matematikkundervisning – mer enn regning av oppsatte oppgaver

Være fleksibel – de fleste yrker eksisterer ikke i dag, må lære å løse problemer – ikke løse ferdig oppstilte oppgaver.

Gi et mer realistisk bilde på matematikk som vitenskap og gi innsikt i hvordan matematikk overlapper med andre fagområder

HVORFOR?

Boaler (2001): fulgte to grupper fra samme barneskole som ble gitt to ulike undervisningstyper over tre år på ungdomsskolen. Konklusjon: elevene med åpne, rike, utforskende oppgaver og arbeidsmåter gjorde det klart bedre til eksamen og kunne også gi mange flere eksempler på nytten av matematikk.

Gode oppgaver er selvdifferensierende – de kan løses på ulike nivåer og har lav inngangsterskel. Alle i klassen kan jobbe med samme oppgave.

HVOR FINNER VI MODELLERINGSOPPGAVER

Omforming av oppgaver i lærebøkene

Ved å søke på nettet matematikkenteret.no

Lese aviser og se nyheter og la seg inspirere av dette (lage egne oppgaver)

Faglitteratur om matematisk modellering

KILDELISTE

[Perspektiv på matematisk modellering i Kunnskapsløftet og Fagfornyinga | Nordisk tidsskrift for utdanning og praksis](#)

Blum, W., & Leiß, D. (2007). How do students and teachers deal with modelling problems? . I C. Haines, W. Blum, P. Galbraith, & K. S. *Mathematical modelling (ICTMA 12): Education, engineering and economics* (ss. 222-231). Chichester: Horwood Publishing.

Borromeo Ferri, R. (2018). *Learning how to teach mathematical modeling in school and teacher education*. Cham, Sveits: Springer International Publishing AG .

Borromeo Ferri, R., & Blum, W. (2010). *Mathematical Modelling in Teacher Education - Experiences from a Modelling Seminar*. (V. Durand-Guerrier, S. Soury-Lavergne, & F. Arzarello, Red.) CERME-6 - *Proceedings of the Sixth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, ss. 2046-2055.

KILDELISTE

Hana, G. M. (2013). *Matematiske byggesteiner*. Oslo: Caspar Forlag A/S.

Jensen, T. H. (2009). Modellering versus problemløsning - om kompetencebeskrivelser som kommunikasjonsverktøy. *Mana. Matematik- og naturfagsdidaktik - tidsskrift for undervisere, forskere og formidlere*(2), ss. 37-54.

Niss, M., & Blum, W. (2020). *The Learning and Teaching of Mathematical Modelling*. Oxon og New York: Routledge.

Utdanningsdirektoratet. (2020). *Læreplan i matematikk 1.-10.trinn (MAT01-05)*. Hentet 7.november 2020 fra Utdanningsdirektoratet: <https://www.udir.no/lk20/mat01-05>

Illustrasjoner fra free clip art

Mye informasjon på kort tid skaper behov for repetisjon. Jeg setter sammen et hefte basert på PowerPoint-presentasjonen, der jeg velger ut de delene av foredraget som styrker instruksjonskompetansen, tips til oppgaver, undervisning og vurdering og modelleringssyklusen for lærer og elev. Jeg legger også inn oppgavene de kunne velge mellom og tips til læreren om hver oppgave. Jeg dropper teori om ulike former for modellering, argumenter for å jobbe med matematisk modellering, definisjonen på modellering og eksempler på forskjell på modellering, modell og problemløsning, siden de først og fremst går på teoretisk kompetanse. Heftet blir sendt til deltakerne på epost etter kurset, før de starter utprøvingen i klasserommet.

Ved starten av implementeringsfasen består undervisningsopplegget av tre deler:

- et kurs for lærerne
- et oppgavehefte med forklaringer til oppgavene
- et veiledningshefte for lærerne

Det er disse tre delene og gjennomføringen av dem som skal testes, evalueres og revideres.

Oppgavesamlingen

Jeg velger oppgaver som gir en helhetlig tilnærming til modellering, siden det lettest for en lærer med lite erfaring å starte med oppgaver der en øver på hele prosessen (Borromeo Ferri R. , 2018, s. 70).

Jeg vet ikke hvilke andre fag deltakerne underviser i, så jeg prøver å unngå oppgaver som krever mye kunnskap om utenommatematiske emner, for eksempel knyttet til naturfag, for å unngå utrygghet (Niss & Blum, 2020).

Oppgavene skal brukes på både 8. og 9.trinn uavhengig av temaene de jobber med ellers, så jeg velger oppgaver med størst vekt på modellering som innhold, hovedmålet med oppgaven er å lære å modellere (Barbosa, 2006). Særlig de to første oppgavene vurderer jeg som gode modellering-som-innhold-oppgaver med lite vekt på matematiske prosedyrer.

I studien skal lærerne også lære å undervise i modellering, så det blir et felles mål for elevene og lærerne. Oppgavene vil samtidig fungere som fartøy ved at elevene får brukt matematiske begrep og prosedyrer. Det er en lang prosess å utvikle modelleringskompetanse (Blum W. , 2015) men elevene skal kun gjennomføre 6 oppgaver. De oppgavene jeg velger har likhetstrekk som gjør det enklere for elevene å se et mønster i prosessen. Jeg tar ikke med oppgaver der man skal vurdere eksisterende modeller.

Oppgavene er mulige å gjennomføre innen en skoletime på 45 minutter. Deltakerne ønsker ikke endre på timeplanen for å få mulighet til mer omfattende oppgaver.

Deltakerne får selv velge seks av ti oppgaveforslag de skal gjennomføre. Oppgaveheftene blir derfor noe ulike. Målet er å øke sannsynligheten for at de liker oppgavene og har en forestilling om hva de ønsker å oppnå i økten.

Elevene trenger rundt fem modelleringsoppgaver før de begynner å mestre prosessen (Borromeo Ferri, 2018) (Hana, 2013, s. 213). Modelleringssyklusen bør ikke innføres før det er gjennomført minst to oppgaver (Borromeo Ferri R. , 2018, s. 29). Ved å gjennomføre 6 oppgaver vil elevene og deltakerne få øve seg på å bruke modelleringscyklusen.

Oppgavene hentes enten direkte fra faglitteraturen, inspireres av andre oppgaver, men tilpasses lokale forhold, funnet i lærebøker eller lages av meg selv. Ved å bruke allerede eksisterende og omtalte oppgaver vet jeg at de fungerer godt for aldersgruppen andre steder.

Oppgaveheftet

Hver gruppe deltakere valgte ut 6 av de 10 oppgaveforslagene. Ingen valgte *Drømmebåten*, *Flyttebilen* eller *Barbie hopper strikk*.

OPPGAVEHEFTE MATEMATISK MODELLERING

Med lærerveiledning

DRØMMEBÅTEN?

Du har laget en liten båt på sløyden
(drømmebåten?)

Hva er målestokken til båten? Forklar
hvordan du kom frem til svaret.



TIL LÆRER OM «DRØMMEBÅTEN»

Del elevene inn i grupper på 3-4 stk.

Alle gruppene bør ha tilgang til en modell av en båt.

Hint (kun hvis absolutt nødvendig): hva slags type båt skulle du ønske du hadde? Hvor stor er den? Hva vil dere måle (lengde, bredde, høyde på masst)? Hvor mange GANGER større er den enn modellen da?

Modelleringsmål: elevene skal erfare hvordan det er å jobbe med en åpen oppgave. Det at de selv må bestemme hvilken type båt det er og selv må velge en strategi for å komme frem til en løsning. De skal også kunne presentere tankegangen sin for de andre i klassen og reflektere rundt hverandres løsninger, sterke og svake sider ved modellene.

Faglig mål: elevene blir kjent med målestokk, hva det er, hvordan regne den ut og hvordan skrive det (notasjon)

VERDENS STØRSTE SKO

I følge Guinness Rekordbok er verdens største sko utstilt på et kjøpesenter i Marikina på Filippinene. De er 5,29m lange og 2,37m brede.

Hvor høy tenker dere at en person som disse skoene passer til, vil være?

Du skal kunne presentere og begrunne løsningen din.

(fra Gert Hana, 2013)



TIL LÆRER OM «VERDENS STØRSTE SKO»

Del elevene inn i grupper på 3-4 stk.

Alle gruppene bør ha tilgang til et bilde av skoene:

<https://www.atlasobscura.com/places/world-s-largest-shoes>

Hint: hvilke opplysninger har dere? Er det dame eller herresko? Er det best å se på lengden eller bredden tror dere? Hvor lange føtter tror dere voksne menn har omtrent? Hvor mange ganger større tror du denne skoene er enn en vanlig sko? Hvor høy er en gjennomsnittlig mann da?

Mål: kunne bestemme seg for hvordan opplysningene skal brukes. Gjøre forenklinger og antakelser. Velge en modell som er gyldig for de fleste situasjoner. Kunne presentere denne for medelevene og reflektere rundt svaret.

HVIS BARBIE VAR EKTE!

Valgfag «Design og redesign» skal lage en Barbie-dukke i full størrelse.

Hva blir målene på kjolen hennes? Lag en arbeidstegning med mål.

Du skal kunne presentere og begrunne løsningen din.



TIL LÆRER OM «HVIS BARBIE VAR EKTE»

Del elevene inn i grupper på 3-4 stk.

Alle gruppene bør ha tilgang til en Barbiedukke

Hint: Omtrent hvor høy er en voksen dame? Så, hvor mange ganger høyere er en voksen dame i forhold til Barbiedukken? Så alt kan ganges med?

Mål: elevene skal gå gjennom hele modelleringssyklusen. De skal finne en målestokk og bruke den på både høyde og omkrets, slik at de finner hoftebredde, midje, byste, rygg lengde osv på dukken. Det vil gi ulikt resultat om de tar utgangspunkt i dukkens høyde eller omkrets. Forhåpentligvis vil elevene få noen AHA-opplevelser rundt dukkens unaturlige proporsjoner.

Tema: målestokk, utregning og notasjon

GRENSEPROBLEMET

Benedikte bor 33 km fra nærmeste svenske bensinstasjon og 5 km fra nærmeste norske. Bensinprisen på den svenske bensinstasjonen er 13,79 SEK pr liter og på den norske 15,46 NOK pr liter.

Hvor lønner det seg å fylle bensin for Benedikte?

Du skal kunne presentere og begrunne løsningen din.

(Inspirert av «Filling up task» Blum & Leib, 2005)



TIL LÆRER OM «GRENSEPROBLEMET»

Del elevene inn i grupper på 3-4 stk

Hint: lag en tegning! Hvilke ting tar dere med i regnskapet? Har størrelsen på tanken noe å si? Er tanken helt tom når hun kommer frem? Er det gratis å komme seg dit? Hva med miljøet da? Kjøper hun kun bensin?

For de faglig sterke: kan du finne en regel for når det lønner seg å fylle i Sverige (avstand, pris)? Forslag til utviding: hvor mye billigere bør bensinen være før det lønner seg å fylle i Sverige? Hvor nært grensen bør Benedikte bo for at det skal lønne seg å fylle i Sverige?

Dette er 4. økt med modellering og dere kan introdusere modelleringscyklusen (vedlagt) for å gjøre elevene bevisste at de må gjennom ulike steg på veien mot en løsning av oppgaven. Vis gjerne til hvor de befinner seg i prosessen underveis i arbeidet.

Mål: bli kjent med modelleringscyklusen og være bevisst sin egen arbeidsprosess

NY MOPED?

(UDIR.NO)

Anne er 15 år, og ønsker å ta førerkort for moped. Hun planlegger å kjøpe moped når hun blir 16 år og selge den når hun blir 18 år.

Bruk opplysningene til å vurdere hvilke følger planen får for Anne.

Anne har liten erfaring med moped, så hun trenger trolig flere kjøretimer.

Vendtapet til en ny moped er 25-30 % det første året, 20 % det andre året og så 10 % per år.



Følgende er obligatorisk opplæring når du skal ta førerkort for moped:

Grunnkurs moped – 3 timer	1000,-
Trinnvurdering trinn 2	700,-
Sikkerhetskurs trafikk – 4 timer	2040,-
Trinnvurdering trinn 3	700,-
Sikkerhetskurs vei – 4 timer	2040,-
Samlet pris: All obligatorisk opplæring + 3 kjøretimer: kr: 8800,-	

Gebyr førerkort moped:

Gebyr teoriprøve	660,-
Gebyr utstedelse av førerkort	310,-
Fakturagebyr	65,-



Logg til favoritt

Peugeot Speedfight 4 Pure

Pris: 16 000 kr
Kapasitet: 0-075 km
Årsmodell: 2015
Tilstand: Brukt
Effekt: 416
Slagvolum: 49 cm

Forsikring:

	Kasko 125kWhnd	Delkasko 94kWhnd	Ansvar 71kWhnd
Ansvar	x	x	x
Ulykke	x	x	x
Brann	x	x	
Tyveri	x	x	
Utstyr og bagasje	x	x	
Vehjelp	x	x	
Utførelse, kollisjon og velt	x		

TIL LÆRER OM «NY MOPED»

Jeg tenkte kanskje dere ville synes det var interessant å prøve ut oppgaven fra Udir!

Jeg har endret den litt – gjort det om til et spørsmål. Opprinnelig står det bare at man skal bruke opplysningene til å vise kompetanse i modellering og anvendt matematikk.

Bruk gjerne opprinnelig formulering hvis dere ønsker, men fint om jeg får beskjed om hva dere har valgt.

Husk å bruke modelleringscyklusen i øktene nå!

MOBILABONNEMENT

Du skal flytte hjemmefra og skal velge ny leverandør av mobilabonnement.

Hvilken leverandør og hvilket abonnement vil du velge?

Hvilke råd vil du gi til andre unge voksne som skal skifte abonnement?

Begrunn svarene dine.

talkmore

ice

OneCall



TIL LÆRER OM «MOBILABONNEMENT»

Her kan du velge om du kjører oppgaven helt åpen slik den står eller om du legger ved prisene (se eget vedlegg).

Hvis du ønsker at elevene skal øve seg på å finne informasjon selv, så kjør den slik den står. Hvis du er mer opptatt av resten av modelleringssyklusen, så ta med vedlegget.

Her er det en fare for at elevene raskt ser akkurat det som er best for en selv og ikke regner så mye på svaret. Det er derfor spørsmål to er med.

Hint: Det er ikke sikkert alle andre har samme behov som deg! Hva er viktigst for deg? Kan du lage en oversikt over hva som er best for hvem (tabell, graf)? Er det andre ting enn pris som betyr noe? (dekning, 5G osv). Hvordan får du råd til det da?

Mål: anvendt matematikk, kunne bruke matematikk til å gjøre valg i livet, kunne argumentere for valgene sine. Refleksjon rundt personlig økonomi. Bruke modelleringssyklusen underveis.

FLYTTEBILEN (FRA BOKROMEO FERRE, 2018)

Storesøsteren din skal flytte inn i nytt hus med samboeren sin. Selv om de har mye ting, velger de å leie en liten varebil kun 1 dag for å spare penger.

Hjelp dem til å finne den beste måten å stable kassene slik at de får flest mulig inn i bilen pr tur.

- Beskriv løsningen
- Lag en skisse
- Er løsningen fornuftig?



TIL LÆRER OM «FLYTTEBILEN»

Del elevene inn i grupper på 3-4 elever

Alle gruppene bør få et bilde av bilen.

Tenk gjennom hvilke hint du vil komme til å trenge for både svaktpresterende og faglig sterke elever.

Noen elever vil kanskje bruke internett til å finne nøyaktige mål på lasterommet. Hvis dere ikke ønsker det, så kan dere dekke over opplysningene om merke og modell på bildet.

BASSENGTABBE

Vaktmesteren var uheldig og kom i skade for å tilsette konditorfarge i stedet for klor i bassenget. Han måtte tømme hele.

Rekker han å fylle det igjen før 8.trinn skal ha svømming?

Du skal kunne presentere og begrunne svaret!



TIL LÆRER OM «BASSENGTABBE»

Målet på bassenget skal elevene kunne beregne seg fram til utfra bildet.

Vanlig lengde på basseng er 25 meter, bredde: 12,5 meter. Dybde: 1 meter på det grunneste, ca 2 meter på det dypeste.

Dette er sannsynligvis mindre, enten lengde $16 \frac{2}{3}$ meter og bredde 10 meter, dybde: 1 m til 1,6 meter eller lengde 12,5 meter og bredde 8 meter, dybde: 0,6 til 1,6 meter

Dere velger om dere lar elevene estimere eller om dere gir mål. Husk at bunnen er jevnt skrå.

Fylltid: slangen spylar ut 1 liter i sekundet

Når har 8.trinn svømming? Her bør dere velge at elevene ikke vet det og må gi et generelt svar «Det er helt fullt om dager, så hvis svømminga er tidligere, så går det ikke.»

Eventuelt gi et konkret antall dager.

BARBIE HOPPER STRIKK

Hvem er nærmest?

Barbie skal hoppe strikk. Hun ønsker å stoppe rett over vannflaten. Håret kan bli vått, men ikke hodet!

Høyde fra rekkverk til vannet er:

Hvor mange strikker mener dere må festes sammen?

Konkurransen begynner kl

Alle må presentere løsningen sin rett etter finalen.

(fra matematikksenteret.no)



TIL LÆRER OM BARBIE HOPPER STRIKK

Elevene deles inn i grupper på 3-4 elever.

Hver gruppe får utdelt: enbarbiedukke, et målbånd, 6 gummistrikk

Dere demonstrerer hvordan strikkhoppet skal foregå (stående dukke blikker utfor kanten av ei bok e.l, strikken er festet rundt ankene på dukken)

Dere viser også hvordan strikkene skal kobles sammen

Elevene skal nå bruke de strikkene de har fått utdelt til å gjøre seg erfaringer slik at de kan gjøre en kvalifisert estimat av hvor mange strikker de vil bruke for å vinne «det store strikkhoppet». (konstant vekst, lineær graf)

Se gjerne filmen som ligger på matematikksenteret.no (tips om hvordan måle), men husk at det er ungdomsskoleelever vi har. Det er viktig at elevene selv finner en strategi. Unngå å dele ut ferdige tabeller e.l

Husk å sette av tid til presentasjon av løsning og refleksjon!

NEDBRYTING I HAVET

Sammenlign nedbrytningstiden til ulike produkter når de havner i havet.

Finnt ut hvor mange plastposer nordmenn bruker hvert år. Vær en kritisk leser og vurder om det ville vært bedre med papirposer eller bærenett i bomull. Hva er mest bærekraftig?

Argumenter for meningen din og presenter tankene dine for de andre.

(Fra Maximum 8, Gylvendal)



TIL LÆRER OM «NEDBRYTING I HAVET»

Denne oppgaven har jeg hentet fra Maximum 8. Jeg tenker den er aktuell og relevant for elevene. Den krever nok en del søking på ytterligere informasjon.

Hint: er det bare nedbrytningstid i havet vi må ta hensyn til? Hva med produksjonen? Havner all søppel i havet?

Oppgaven forener naturfag og matematikk og er et eksempel på hvordan modellering kan brukes i naturfag.

HVOR FINNER VI MODELLERINGSOPPGAVER?

- Omforming av oppgaver i lærebøkene
- Ved å søke på nettet matematikkcenteret.no
- Lese aviser og se nyheter og la seg inspirere av dette (lage egne oppgaver)
- Faglitteratur om matematisk modellering

Datainnsamling

Studien er inspirert av pedagogisk designforskning og målet er å utvikle og forbedre en måte å få lærere til å komme i gang med matematisk modellering i undervisningen.

Designeksperimenter er en gjentakende prosess bestående av sykluser av design, testing, analyser og refleksjon, og deretter utvikling av ny design (Bjørndal K. E., 2013, s. 248). Jeg ser for meg et opplegg inspirert av Ollestad og Tveit (2016) med en fagsamling på den enkelte

skole, praksisutprøving, refleksjon og samlinger mellom øktene med erfaringsdeling og veiledning med meg som ekstern veileder.

Intervju vil gi meg innsikt i deltakernes erfaringer og dataer jeg trenger for å kunne besvare hjelpepørsmålene. For å få flere innganger til å belyse det jeg vil få kunnskap om og sikre meg det Geertz kaller «thick descriptions» (Geertz, 1973), velger jeg å bruke flere metoder for datainnsamling. Det ideelle vil være en kombinasjon av intervju, observasjon, egen refleksjon og en kort refleksjonssamtale etter økten. Slik vil hver økt tilsvare en omdreining i prosessen med å optimalisere opplegget. Koronaen gjør det umulig, jeg får ikke besøke andre skoleelever, ikke engang observere på egen skole utenfor mitt eget trinn.

Løsningen blir at det empiriske datamaterialet samles inn med en kombinasjon av intervju før og etter intervensjonen og at deltakerne skriver digital logg etter hver økt. Begge metodene gir kvalitative primærdata, men to ulike datasett som forhåpentligvis utfyller hverandre under analysen. Både loggene og intervjuene gir selvrappport-data, og gjennom intervjuene får jeg både retrospektive og prospektive data (Befring, 2015, ss. 44-46).

Gruppeintervju

Studien ble startet og avsluttes med gruppeintervju. Det gir mulighet til utvikling av felles forståelse av temaet og hva som kan bedre undervisning og læring blant deltakerne og meg. En annen fordel med å bruke intervju, er at det ofte gir informasjon som går mer i dybden enn spørreskjema. I en intervjusituasjon vil det være lettere å unngå misforståelser enn ved bruk av spørreskjema (Kleven & Hjordemaal, 2018, s. 43). Et gruppeintervju kan gi deltakerne større myndighet i forhold til meg da formen kan jevne ut styrkeforholdet til en viss grad. De kan også føle at de har en viss kontroll over egen samhandling (Morgan, 1996, s. 149). Noen forskere (for eksempel Steve Sussmann med flere) mener det er en svakhet ved gruppeintervju at deltakerne kan påvirke hverandre (sitert i (Morgan, 1996, s. 140)) men i dette studiet mener jeg det ikke er negativt. Det kan bidra til utvikling og endring av holdninger i en retning som samsvarer med forskning på temaet. Studien kan virke utdannende.

Jeg samler deltakerne skolevis, både på grunn av koronarestriksjonene, men også fordi det kan gi dem ekstra trygghet i samtalene. Spørsmålene blir stilt til gruppen som diskuterer svarene. En intervjuguide blir utformet på forhånd med spørsmål som er utformet for å gi kunnskap jeg har mål om å samle inn. Intervjuet er delvis strukturert, både med tanke på at det er et sett spørsmål vi skal gjennom og ved at jeg som moderator passer på å delvis styre samtalen (Morgan, 1996, s. 145). Enkelte av spørsmålene er faktaspørsmål som alle informantene svarer på etter en styrt rekkefølge. Andre spørsmål åpner for diskusjon og en frihet for den som ønsker å ta ordet. Jeg som moderator passer på at det de snakket om er innenfor temaet jeg ønsker kunnskap om. Jeg griper inn når noen av informantene bidrar lite, inviterer til deltakelse og spør direkte hva denne informanten mener.

For å få best mulig informasjon av intervjuet (Klette K. , 2013) starter jeg med oppvarmingsspørsmål, prøver å unngå ledende spørsmål og flerdimensjonale spørsmål og passer på at jeg bare spør om en ting om gangen. Jeg går fra det generelle til det mer spesifikke og er bevisst graden av åpenhet i spørsmålene. På noen spørsmål ønsker jeg et konkret svar, mens jeg på andre ønsker jeg at deltakerne reflekterer rundt temaet. Jeg inviterer til ytringer ved å bruke formuleringer som «hva tror du» for å ufarliggjøre

spørsmålene. Det reduserer følelsen av at det er en fasit eller noen svar som er riktige enn andre. Det er informantenes holdninger, tanker og erfaringer slik de faktisk er jeg ønsker innsikt i, ikke et ideal.

Startintervjuet

Målet med startintervjuet er å samle informasjon om deltakernes utdanning og arbeidserfaring generelt og erfaring med matematisk modellering spesielt. Videre er det et mål å få innsikt i deltakernes definisjon av modellering og tanker rundt hva som gjør en oppgave til en modelleringsoppgave. Hvis de ikke har erfaring fra modellering, ønsker jeg å få innsikt i årsakene til det. Startintervjuet gir mulighet til i samarbeid med deltakerne å sette opp en liste over deres forventninger og ønsker for hva kurset bør inneholde for at de skal føle seg forberedt til undervisningsøktene. Det kan øke treffsikkerheten til kurset. Intervjuet gir meg informasjon som jeg kan bruke når jeg laget spørsmålene til loggen. Startintervjuet er en viktig del av initieringsfasen i prosessen. Det bidrar til å etablere god kontakt og en felles forståelse for prosjektet (Ertesvåg, 2012, ss. 23-25).

For å få innsikt i informantenes tanker om hva som menes med modellering, tar jeg, inspirert av Åreleback (2010), med et utvalg oppgaver og ber informantene definere hvilke av oppgavene de tenker er en modelleringsoppgave og hvorfor, eventuelt hvorfor ikke. I denne delen av intervjuet mener jeg det er en stor fordel med gruppeintervju. Når deltakerene har ulike meninger om temaet og er usikre, så får vi en diskusjon som gir meg muligheten til å sammenligne holdningene deres med hverandre. Jeg får innsikt i graden av likhet eller ulikhet i holdningene samtidig som de selv får innsikt i at de har ulike meninger om temaet. Videre får jeg mulighet til å utforske hvorfor de har ulike oppfatninger om modellering, noe jeg ikke kan gjøre dersom jeg intervjuer dem en og en (Morgan, 1996, s. 139).

Intervju 1 - Er det matematisk modellering eller ikke?

1. Thomas tivoli

Thomas tivoli er i byen. Det koster 100 kroner å komme inn. Noen av karusellene er gratis, men man må betale 30 kroner for en tur i Magasuet, Raketten og Spiderman. Hva må Martin betale for en dag på tivoli når han tar 4 turer i karuseller som koster av penger? Martin tar seks turer i gratiskaruseller også. Hva blir prisen han har betalt per tur for karusell den dagen? Lag en formel på utgiftene, U , Martin får en dag på Thomas tivoli når han tar betalingskarusell x antall turer.

2. Penger i banken

Amanda setter 3000 i banken med rentefoten er 2 og pengene står i banken i 9 måneder. Hvor mye får hun i rente?

3. Hvilket yrke skal Mari velge?

Mari drømmer om å bli sykepleier eller barnehagepedagog. Hva vil dere råde henne til å velge?

4. Vannbasseng

Et vannbasseng har 2 utløp med parameterne gitt i en tabell. Bruk av begge utløp vil tømme bassenget på 18 timer. En krisesituasjon skjer, og man har bare 24 timer på å tømme bassenget. Begge utløpene åpnes samtidig, men det tar 22,5 timer før det er tømt. Etter at en har undersøkt situasjonen, oppdager man at utløp 2 har blitt stengt underveis. Regn ut hvor mange timer det gikk før utløp 2 ble stengt og grunnig.

5. Drikkevann til alle

Det er ca 7,5 milliard mennesker på jorda og vi går ut fra at hvert menneske trenger ca 2 liter drikkevann hver dag. Omtrent hvor mange liter drikkevann vil alle mennesker på jorda til sammen trenge hver måned? Skriv svaret på standardform.

6. Skidag på Ellingsøy skole

Ellingsøy skole skal arrangere skidag. Elevene skal ta buss til skisenteret. Hvor mange busser må de bestille? Skriv bestillingsordren.

7. Spener hos kuer og geiter

32 melkedyr har til sammen 88 spener. Hvor mange kuer og geiter har bonden?

Figur 6: Oppgaver brukt i startintervjuet.

Sluttintervjuet

Målet med sluttintervjuet er: Å utdype tilbakemeldingene og refleksjonene fra loggene om øktene slik at meningsinnholdet kommer tydelig frem. Snakke om erfaringene de har gjort seg og om de har utviklet seg underveis. Vurdere kurset og materialet de fikk nå som de har gjennomført undervisningsopplegget. Diskutere hva deltakerne tenker om modellering nå og hvilke tanker de gjør seg om videre arbeid med modellering. Jeg vil også få deltakerne til å reflektere rundt hva som bør gjøres for å sikre at de fortsetter å bruke modellering fremover.

Alle intervjuene blir tatt opp på lydbånd. De muntlige utsagnene bevarer sin objektivitet, alt som sier kommer med, også måten det sies på. Man unngår at jeg som forsker påvirker dataene og jeg får muligheten til å være aktivt lyttende under hele intervjuet (Kvale & Brinkmann, 2015).

Logg-skriving

Seks undervisningsøkter i klaserommet vil gi meg seks logger fra hver av de seks deltakerne, 36 totalt. En fordel med logg-skriving er at deltakernes arbeid blir beskrevet innenfra og ikke «objektivt» utenfra av forskeren, slik det ville blitt med observasjon (Hiim, 2010, s. 251).

Målet med logg-skriving kan deles i to, for deltakerne og for forskeren. For deltakerne vil logg-skrivingen tvinge dem til å reflektere rundt økten og forhåpentligvis bidra til bevissgjøring av egen praksis. Loggen skal skrives rett etter økten for at den umiddelbare opplevelsen skal komme frem. Det er også fint å skrive for å huske selv. Logg-skriving er en forskende tilnærming til egen praksis og gir deltakeren en tydelig tilgang på egen læringsprosess. Slik blir de mer bevisste sin egen rolle i arbeidsøkten (Bjørndal C. , 2002).

For forskeren gir loggene kunnskap om deltakernes praksiskunnskap (Tiller, 2004). De gir meg tilgang til deltakernes refleksjoner over egne erfaringer (van Manen, 1997). Her gir loggene også umiddelbar informasjon om det er noe ved oppgavene som ikke fungerer optimalt og om mine instruksjoner og råd er forstått slik de er ment. Loggene blir skrevet digitalt rett inn i nettskjema.no og jeg varsles når loggen leveres og kan umiddelbart gå inn å lese den. Tilbakemeldingen blir ved behov brukt til å endre oppgavelyden på oppgavene slik at andre deltakere kan bruke en forbedret versjon. Jeg sender også ut epost til deltakerne for å rette opp i misforståelser rundt gjennomføringen av øktene. Loggene gir informasjon som blir brukt til å utforme spørsmålene i sluttintervjuet.

Intensjonen er å få til en refleksjonsspiral (Hiim, 2010, s. 111). Deltakeren opplever et praktisk problem og reflekterer rundt dette. Etter refleksjonen legges en plan for å gjøre noe med problemet i neste undervisningsøkt. En ny økt gjennomføres, og deltakeren reflekterer på nytt. Det opprinnelige problemet kan forandres, mens nye utfordringer kanskje har dukket opp, som må gjøres noe med.

Spørsmålene i loggen er tredelt. Del 1 om hva som gjøres i klaserommet. Del 2 om tanker rundt egen undervisningspraksis, hva de er fornøyde med og hvorfor, om det er noe de vil endre på i egen praksis og hvorfor. Det blir spurt spesifikt om hvordan de forberedte seg til økten. Del 3 om selve oppgaven, hva som er bra og om det er noe de vil endret på. Her må de også begrunne uttalelsene sine. Det å forklare hvorfor, ikke kun hva, gir forhåpentligvis en gevinst både for deltakerne og meg. Deltakerne må reflektere rundt temaet og jeg får innblikk i deres meninger om hva som gjør at noe er bra eller hvorfor det bør endres.

I førsteutkastet til logg forsøker jeg å få til en slags rating av oppgavens kvalitet ved å ta utgangspunkt i Maaß kriterier for en god modelleringsoppgave (Maaß, 2007). Det er vanskelig å operasjonalisere flere av kriteriene, så jeg velger heller åpne, generelle spørsmål der deltakerne selv kan trekke frem det de synes det er verdt å nevne.

Transkribering og analyse av datamaterialet

Intervjuene

Alle intervjuene tas opp på lydbånd. Diktafon-appen til nettskjema.no blir brukt og intervjuene lagres rett på en server som tilhører Universitetet i Oslo. Ingenting lagres på mobilen eller lokalt på PC. Alle intervjuene transkriberes fra tale til skriftlig tekst. Transkriberingsfunksjonen i Word klarte ikke tolke deltakernes dialekter godt nok, så jeg

transkriberer selv. Jeg velger normert bokmål. Deltakerne har ulike dialekter og miljøet her er ikke større enn at bruken av dialekt vil kunne gjøre deltakerne gjenkjennbare. I tillegg til å sikre anonymisering vil normert bokmål også bidra til at misforståelser unngås.

Deltakerne nummereres fra 1 til 6 og de er konsekvent omtalt som «deltaker 1, 2,...,6» også forkortet til «D1, D2,...,D6». Jeg velger å skrive ned nøyaktig det deltakerne sier. Noen av utsagnene er vanskelige å forstå, og da noterer jeg min tolkning av meningen med rød skrift bak uttalelsen. Videre noterer jeg ting som at de lo, tøyset, nølte osv i parentes. Det er viktig å få frem måten ting blir sagt på, da det kan påvirke meningsinnholdet. Egne tanker og ideer underveis blir også notert i rød skrift for å skille dette tydelig fra deltagernes utsagn, dette er en del av analysen og må ikke blandes inn i datamaterialet.

Datamaterialet blir analysert i to omganger. Startintervjuene analyseres for seg selv. Sammen med teorien på fagfeltet danner resultatet fra disse grunnlaget for kurset og oppgaveheftet. Sluttintervjuene og loggene analyseres etter at intervensjonen er gjennomført.

I analysen av startintervjuene blir dataene sortert tematisk med utgangspunkt i målene med intervjuet. Det ga følgende to kategorier:

1. Erfaringer med og tanker om matematisk modellering
2. Forventninger og ønsker

I analysen av sluttintervjuene leser jeg over datamaterialet flere ganger for å bli kjent med det og danne meg et helhetsinntrykk. Jeg velger temabasert analyse siden det egner seg godt når forskningsspørsmålene skal drøftes. Jeg leser over deltakernes uttalelser og noterer ned i stikkordsform interessante elementer og de første kodene konstrueres. Jeg samler relevant data til hver kode. Jeg sorterer kodene i potensielle overordnede temaer og samler dataene under hvert tema. Jeg er innom flere forslag til hovedtemaer, der noen ble for generelle og andre for spesifikke.

I studien har jeg som utgangspunkt at det er tid, manglende tilgang til oppgaver og lærerens manglende kompetanse i modellering som er de viktigste årsakene til lite modelleringsaktivitet i skolen (Blum W. , 2015) (Borromeo Ferri R. , 2018). Gjennom analysen skal jeg forsøke å få en oversikt over hva deltakerne opplever som utfordrende og sammenligne det mot forskningen på feltet. Det er lite kommentarer om tid i datamaterialet og deltakerne har fått tilgang til ferdige oppgaver, så det er lærerens kompetanse jeg ønsker å legge vekt på.

Jeg konkluderer med at de fire kompetansedimensjonene til Borromeo-Ferri og Blum (2010) som var utgangspunkt for hjelpespørsmålene, også egner seg godt som hovedtemaer. I tillegg gir datamaterialet meg direkte og indirekte informasjon (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 47) om styrker og svakheter med undervisningsopplegget som jeg velger å samle i en egen kategori.

Mens jeg samler relevant data under temaene, ser jeg at det blir unaturlig å skille tematisk mellom utfordringer deltakerne har fra det å kjenne igjen vansker elevene har, da de var tett knyttet til hverandre. Deltakernes instruksjonskompetanse blir utfordret og utviklet i møte

med de utfordringene elevene møter underveis, og elevenes utfordringer blir også knyttet til deltakernes manglende instruksjonskompetanse. Jeg samler derfor instruksjonsdimensjonen og den diagnostiske dimensjonen i en felles hovedkategori.

Hovedtemaer:

1. Utsagn om **matematisk modellering** generelt (teoretisk dimensjon) = rosa
2. **Utfordringer** deltakerne og elevene møtte på i **undervisningen** (instruksjonsdimensjon/diagnostisk dimensjon) = orange
3. Utsagn om **oppgavene** i heftet (oppgavedimensjon) = grønt
4. Utsagn som jeg tolker som informasjon om **undervisningsopplegget** (endring av profesjonspraksis) = gult

Resultatet blir en blanding av deduktive kategorier hentet fra faglitteraturen (1, 2 og 3) og en induktiv kategori (4) som vokser frem fra datamaterialet og hjelpespørsmål nummer fire. Til sammen ville disse fire kategoriene være et utgangspunkt for å svare på hjelpespørsmålene og drøfte disse mot teori på fagfeltet.

Hovedtemaene får hver sin farge under analysen. Uttalelsene jeg har samlet under de aktuelle temaene blir gått gjennom og fargemerket. Jeg sjekker at utsagn og tema passer sammen. Det hender at utsagn kan plasseres under flere hovedtemaer. En uttalelse om utfordringer læreren møter tilhører tema 2, men kan også passe i tema 3 og 4, det kan si meg noe om mangler ved tips til lærer i oppgaveheftet (3) eller fører til refleksjon rund organiseringen av kurset (4). Da blir de dobbelt- eller trippel- merket.

Gjennom å kode teksten brytes den ned i mindre enheter. Jeg går deretter gjennom deltakernes uttalelser og skriver kortere formuleringer der jeg forsøkte å få fram den umiddelbare meningen utfra deltakerens synsvinkel, slik jeg fortolker den (Kvale & Brinkmann, 2015). I denne prosessen får jeg god hjelp av det tidlige analysearbeidet, kommentarene mine om meningsinnhold utfra deltakerens selvforståelse underveis i transkriberingsprosessen.

Under hvert hovedtema vokser det frem flere underkategorier. På samme måten som med hovedkategoriene er underkategoriene abduktive, altså en kombinasjon av kategorier fra faglitteraturen og kategorier som kommer frem av datamaterialet sett i sammenheng med hjelpespørsmålene. Gjennom kodingen ser jeg at temaene som utkrystalliserte seg stemmer godt med forskning på feltet. Ferri og Blums (2010) underkategorier blir for generelle, så inspirert av Niss og Blums kapittel om «Utfordringer rundt implementering av modellering» (2020, ss. 90-106) deler jeg de tre første hovedtemaene inn i følgende tematiske underkategorier:

1. **Lærernes tanker om matematisk modellering**
Modelleringens plass i skolehverdagen
Mål med modelleringen
2. **Utfordringer i undervisningen**
Planlegging
Brudd med vanlig undervisning
Elevene skjønner ikke hvorfor

Elevene skjønner ikke hva
Elevene velger enkle løsninger
Elevene skriver ikke ned løsningene
Elevene vurderer ikke løsningen
Instruksjonskompetanse
Vurdering av elevenes kompetanse

3. Hvordan erfarte lærerne oppgavene

Betydning av oppgaveheftet
Hva er viktig i modelleringsoppgaver
Graden av åpenhet
Fasit eller ikke
Tid

4. Undervisningsopplegget

Kurset
Veiledningsheftet
Organiseringen
Selve oppgaveheftet

Jeg bruker ikke noe digitalt verktøy utviklet for analysearbeid, men organiserer dataene manuelt i de gitte kategoriene. Jeg kopierer hver enkelt uttalelse inn i de kategoriene de passer i.

Loggene

Jeg merker hver logg med deltakernummer og hvilken økt det var for denne deltakeren, for eksempel D4:Ø2 = deltaker 4, økt 2. Alle utsagn hentet fra denne loggen merkes med denne koden. Jeg leser gjennom loggene flere ganger og oppretter et hovedskille mellom

1. Kommentarer om selve undervisningen/egen praksis

Hendelsesforløp
Refleksjon rundt egen undervisningspraksis

2. Tilbakemelding på oppgavene

Utsagn om undervisningen organiserer jeg inn under hver enkelt deltaker. Alle øktene til samme deltaker i kronologisk rekkefølge. Slik kan jeg se fellestrekk ved deltakerens økter og deltakerens eventuelle individuelle utvikling. Kommentarene der deltakeren beskriver hendelsesforløpet samler jeg for seg og der deltakeren reflekterer rundt egen undervisningspraksis for seg. Jeg koder på samme måte som i intervjuene, de fire kompetansedimensjonene + erfaringer som kan si noe om designen av opplegget. Jeg reformulerer utsagnene for å få frem et konsentrert meningsinnhold. Til slutt legger jeg uttalelsene fra loggene om undervisningen inn under tilsvarende tema fra intervjuene så det ble et samlet datamateriale.

Utsagn om oppgavene organiserer jeg tematisk, oppgave for oppgave. Alle deltakernes kommentarer til samme oppgave ble samlet en plass. Jeg brukte fargekoder

- det deltakerne var fornøyde med = grønt
- utfordringer/det de ønsket å forbedre = orange

Slik danner jeg meg et bilde av hvordan oppgaven oppfattes og vurderes av alle deltakerne og ser om det danner seg mønster på tvers av datamaterialet. Deltakernes tilbakemeldinger vurderes opp mot Leiss' kriterier for gode oppgaver (2007) og eventuelle konklusjoner om endringer i oppgavelyd eller lærerveiledningen til oppgavene noteres ned.

Kvalitet i undersøkelsen

Reliabilitet

Begrepet reliabilitet har utgangspunkt i kvantitativ forskning. Begrepet er knyttet til pålitelighet i målingen av de enkelte personer ved målingstidspunktet (Kleven & Hjordemaal, 2018, s. 100). Resultatene av undersøkelsen skal være uavhengig av hvem som er forskeren. I en kvalitativ studie er forskeren en sentral del av forskningsprosessen, og denne tolkningen av reliabilitet gir liten mening. Thagaard (1998) mener at for å vurdere reliabilitet i kvalitative studier, må man se på hvordan prosessen er gjennomført, ikke stabilitet av funn. Er forskningsprosessen gjennomført på en troverdig og pålitelig måte?

For å kunne vurdere dette, må prosessen være transparent. Hele prosessen skildres derfor her i metodekapittelet, både hva som er gjort og bakgrunnen for valgene som er tatt. Jeg argumenterer for metodevalg, hvordan jeg får deltakere og hvordan dataene samles inn, transkriberes, kodes og analyseres.

Ifølge Kleven og Hjordemaal (2018, s. 101) vil reliabiliteten i kvalitative studier styrkes ved å minimere tilfeldige feilkilder i datamaterialet. Man bør stille seg spørsmål om i hvilken grad resultatene er avhengig av deltakernes dagsform, de spørsmålene som stilles og av hvem som tolker svarene deltakerne gir. Dataene i denne studien er samlet inn på ulike måter og gjennom flere runder og intervjuformen gir god anledning til å få bekreftet at man har forstått deltakerne slik de har ment.

Som moderator under intervjuene gjør jeg det Klette (2013, s. 175) kaller *revoicing* og *recapturing*. Gjentar det deltakeren sier og sjekker om jeg har oppfattet deltakerne rett. De får muligheten til å korrigere meg og utdype, justere eller omformulere meningene sine. Jeg ber deltakerne om å komme med eksempler til uttalelser, slik at jeg får innblikk i hva som faktisk blir sagt eller gjort og hva deltakeren tenker om dette (Kvale & Brinkmann, 2015). Det er med på å styrke reliabiliteten til prosjektet.

Validitet

Har jeg undersøkt det jeg sa jeg skulle undersøke? Måler jeg det jeg ønsker å måle? For å vurdere validiteten må jeg både se på kvaliteten til de dataene resultatet bygger på og på holdbareheten av de slutningene som trekkes fra datamaterialet.

Kleven og Hjordemaal (2018) deler validitet inn i tre ulike aspekter:

- Begrepsvaliditet - Hvordan er begrepene operasjonalisert?
- Indre validitet - Hvilke alternative forklaringer er mulige?
- Ytre validitet - Hvilken kontekst er resultatene gyldige i?

Begrepsvaliditet

Med begrepsvaliditet menes samsvaret mellom det teoretiske begrepet og det begrepet vi har lykkes med å operasjonalisere. I studien skal deltakerne evaluere oppgavene, kurset og selve gjennomføringen. Selv om det er en kvalitativ studie med intervju og logg, så får vi et måleproblem. Hvordan måle om en oppgave eller et kurs er vellykket? Hvordan definere begrepet «best mulig» eller «vellykket» operasjonelt? Hvilke indikatorer skal tas som tegn på at oppgaven eller kurset er vellykket? Det er viktig å finne observerbare indikatorer som så godt som mulig stemmer med den teoretiske definisjonen vi har gitt av begrepene. Det er vanskelig, og derfor er det viktig å erkjenne og drøfte usikkerheten i datamaterialet når jeg konkluderer. I empirisk forskning velger vi å måle selv om det ikke er mulig å dekke et teoretisk begrep fullt ut (Kleven & Hjordemaal, 2018, s. 32).

Et annet forhold som kan svekke kvaliteten på datamaterialet er min påvirkning. I studien har jeg en aktiv rolle i endringsprosessen. Det er jeg som tar initiativ til endingene, jeg fungerer som inspirator, fagekspert, veileder, rådgiver, samtalepartner og den de rapporterer til og blir intervjuet av. Det er en asymetri mellom meg som forsker og deltakerne (Bjørndal C. , 2004, s. 129). Jeg ønsker å påvirke, men er min tolkning av matematisk modellering rett? Påvirker jeg deltakerne slik at de opptreer kunstig? Skaper jeg forventninger om at de kommer til å møte på problemer? Det er uunngåelig at min erfaring og bakgrunn farger forskningen. Det er viktig at jeg er oppmerksom på hvordan jeg påvirker informasjonen og at jeg er kritisk til meg selv og funnene (Bjørndal C. , 2004, s. 124). En refleksiv forestilling av forskningsprosessen, der all forskning reflekterer forskeren, innebærer at jeg må være bevisst og legge frem min egen subjektivitet, beskrive meg selv som forskningsinstrument (Bjørndal K. E., 2013, s. 256).

Jeg prøver å redusere asymmetrien ved å legge vekt på at jeg har lite erfaring med matematisk modellering og ikke sitter på en fasit. Vi går veien sammen. Jeg prøver å unngå å komme med bestemte fremgangsmåter og systemer, men gir tips og råd. Jeg gir uttrykk for at hver enkelt lærer må finne «sin form». Det har vært gjensidig åpenhet og deltakerne har vært veldig ærlige på at de ikke «har peiling» og er åpne for å lære. De prøver ikke late som.

Det er viktig at den definisjonen jeg bruker på matematisk modellering baserer seg på LK20. Læreplanen baserer seg på forskning på fagfeltet, så jeg knytter LK20 sin beskrivelse opp mot faglitteraturen. I LK20 defineres en modell som «en beskrivelse av virkeligheten i matematisk språk» (Utdanningsdirektoratet, 2020). Jeg tolker læreplanen til at elevene skal

- Få innsikt i hvordan modeller brukes (analysere)
- Kunne modellere selv og argumentere for resultatet (overføre fra virkelighet til matematikk og tilbake, løse, evaluere og presentere)
- Vurdere både egne og andres modeller kritisk (analysere og validere)

I kunnskapsdelen har jeg vist at både definisjonen og målene speiler de ulike stegene i modelleringssyklusen til Blum og Leiss og mener derfor min bruk av begrepet kan forsvares.

Et tredje forhold som kan true kvaliteten på dataene er at det er få «omdreininger i spiralen». Et designeksperiment er en gjentakende prosess av design, testing, analyse og refleksjon og utvikling av ny design (Bjørndal K. E., 2013, s. 248). Med de begrensningene

koronarestriksjonene gir, blir det bare mulig med et møte mellom testing og endring. Det er erfaringene deltakerne gjør i klasserommet som kan gi meg informasjon om hvordan kurset bør legges opp og hva det bør inneholde. Det ideelle er møter etter hver undervisningsøkt, der deltakerne og jeg sammen kan arbeide mot en felles forståelse av hva som skaper forbedringer. Løsningen er loggene, som sammen med sluttintervjuet gir meg tilgang til nødvendig data.

Indre validitet

Jeg må tolke datamaterialet utifra det jeg vet fra før og hva som virker sannsynlig. Det gir usikkerhet rundt tolkningen og jeg må derfor gjøre rede for andre tolkningsmuligheter. Spørsmålet om indre validitet blir aktuelt hvis jeg tolker inn et årsaksforhold mellom variabler i datamaterialet. Jeg bør være forsiktig med å uttale meg om årsaksforhold og heller påpeke sammenhenger slik at jeg ikke trekker resultatene lenger enn det er dekning for.

Jeg presiserte tidlig i oppgaven at det er utenfor dette prosjektets omfang å evaluere langtidsvirkningen av opplegget, om deltakerne på sikt endrer egen undervisningspraksis. Jeg har initiert et tiltak for å skape endring og for å kunne forbedre opplegget må jeg kunne si noe om i hvilken grad det har vært en medvirkende årsak til forandring.

Det er en kvalitativ studie der dataene er samlet inn gjennom to semistrukturerte intervju og logger, noe som gir meg muligheten til å stille både direkte spørsmål om et tema, men også få indirekte informasjon om samme tema gjennom andre spørsmål. Nærheten til deltakerne gir meg et bedre grunnlag til å vurdere hvilken tolkning som er mest rimelig enn jeg ville hatt i en kvantitativ undersøkelse med spørreskjema. Jeg kan også styrke validiteten til en tolkning ved å vise at alternative tolkninger kan være mulig, men lite sannsynlige (Kleven & Hjordemaal, 2018, ss. 115-132).

Selv om jeg har data på at opplegget vi har gjennomført har effekt, så er det vanskelig å vite sikkert hvorfor det har hatt effekt og hvilke deler av opplegget som har hatt mest betydning for resultatet. Det ligger i denne oppgaven at det er nettopp det jeg skal prøve å finne data på og slik optimalisere opplegget og øke sannsynligheten for at det kan brukes på andre skoler, altså overføres til en annen kontekst. Da er vi over på ytre validitet.

Ytre validitet

Hvilken kontekst er resultatene gyldige i? I utgangspunktet er resultatet av en studie bare gyldig for de deltakerne som er med og i den konteksten. Målet med denne studien er å optimalisere et opplegg som kan brukes til å kurse lærere i matematisk modellering. Muligheten til overføring av resultatene er et mål i seg selv, det er det som gir studien mening og som gjør den interessant. Overføringsverdien er viktig og er grunnleggende for hvordan undervisningsopplegget blir utformet.

Studien er kvalitativ og omfatter kun seks deltakere. De kommer fra to ulike ungdomsskoler i samme kommune. Kan det som passer til disse seks automatisk overføres til andre lærere? Hva styrker og hva truer den ytre validiteten?

Deltakerne i studien har meldt seg selv etter en henvendelse til skolene. Kunnskapen og erfaringen med matematisk modellering ute i skolen varierer. Deltakerne har alle lite eller ingen erfaring med matematisk modellering, og opplegget blir utformet for å passe til lærere med samme erfaringsbakgrunn. Deltakerne representerer derfor målgruppen for kursopplegget godt. Kurset skal rettes mot lærere som ønsker å lære mer og som kan lite fra før. Et basiskurs.

Deltakerne er fra ungdomsskolen. Flere av oppgavene i oppgaveheftet passer også godt på barneskolen. Det ligger i oppgavens natur at de er selvdifferensierende. Jeg mener derfor at kurset med små justeringer også passer for lærere på barnetrinnet, selv om ingen barneskolelærere er representert i studien.

Det at deltakerne har meldt seg selv kan bety at de er spesielt interessert i utvikling. Jeg må derfor ta forbehold om at kursopplegget skal treffe lærere som ikke er like opptatt av utvikling, kanskje til og med motsetter seg utvikling. Hvis kursopplegget er et frivillig tilbud, vil det øke likheten mellom deltakerne i studien og deltakerne på senere kurs og derfor øke overføringsverdien.

Tre av deltakerne er fra egen skole, noen det tradisjonelt advares mot. Man bør ikke forske på egen kultur da det kan svekke kvaliteten. Jeg har tidligere argumentert for at egenarten til pedagogisk designforskning kan gjøre at forskning på egen skole er en styrke og ikke en svakhet for kvaliteten. Aksjonsforskning generelt foregår ofte med et tett samarbeid mellom praktikerne og forskeren, det Tom Tiller kaller «et forskende partnerskap» (2004, s. 51). Eikeland stiller spørsmål om det er riktig at det er den utenforstående som er mest objektiv. Vi må også forske MED, ikke bare PÅ (Eikeland & Fossetøl, 1998). Det at det er på egen skole muliggjør en grundig initieringsfase. Deltakerne kjenner et behov for endring og vi får en «bottom-up»-effekt. Tett kommunikasjon underveis og muligheten for å bruke allerede eksisterende infrastruktur som felles møtetid gjør gjennomføringen mer ideell. Ledelsen på skolen er også involvert, noe som styrker implementeringen og oppfølgingen nå i ettertid (Fixsen, 2005).

Det at den andre skolen er med i tillegg til min egen viser sårbarheten med å skulle implementere noe gjennom kun korte og sjeldne møter. Det gir et innblikk i forhold man må ta hensyn til i den endelige revideringen av opplegget. Det endelige undervisningsopplegget skal gjennomføres på andre skoler enn min egen. Dataene fra deltakerne fra den andre skolen har derfor større overføringsverdi enn de fra min egen skole fordi situasjonen vil være likere.

Etikk

Som forsker må man legge vekt på etikk gjennom hele forskningsprosessen. Jeg forholder meg til de retningslinjene som Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora (NESH) pålegger meg som forsker å følge. Det første jeg gjør er å melde prosjektet inn til Norsk senter for forskningsdata, NSD. Etter godkjenning fra NSD tar jeg kontakt med deltakerne med skriftlig spørsmål om de ønsker å delta i forskningsprosjektet. De blir informert skriftlig og muntlig om formålet med prosjektet og hva det innebærer for dem å delta. I informasjonsskrivet står det videre at det er frivillig og at de når som helst kan

trekke samtykket tilbake. Jeg forklarer også hvordan deres personvern blir ivaretatt gjennom å anonymisere navn og kontaktopplysninger, lagring av opplysninger og innsamlet data på en ekstern enhet og anonymisering i selve oppgaven (NESH, 2016). Alle deltakerne sierer så en samtykkeerklæring, der de samtykket til å delta i to intervju og et kurs, gjennomføre undervisningsoppleggene og skrive logg.

I min oppgave er tre av deltakerne mine egne kollegaer. Det at det er mulig for andre å indentifisere dem stiller ekstra krav til aktsomhet. Det er viktig at deltakelsen ikke skader deltakerne eller oppleves belastende underveis og/eller i etterkant. For å anonymisere så godt som mulig har jeg derfor valgt å unngå dialekt og spesielle uttrykk når jeg transkriberer. Jeg vil også prøve å unngå å sette sammen utsagn som øker muligheten for å identifisere enkeltpersoner. Jeg tar ikke med bakgrunnsinformasjon som alder, utdanning og arbeidserfaring da det ikke er viktig for resultatet. Det er også viktig å skrive om alle deltakerne på en respektfull måte. Vi skal jobbe sammen også etter denne oppgaven er levert.

Det at jeg både er forsker og kollega gjør at jeg har flere roller i forholdt til deltakerne. I prosjektet er jeg tydelig på at jeg ikke er en ekspert på fagfeltet og at vi utforsker det sammen. Prosjektets design muliggjør denne relasjonen. De tester ut et opplegg og gir meg tilbakemelding. Det er min jobb å tilpasse opplegget til dem for å legge forholdene best mulig til rette for en endring de selv ønsker. Det bidrar til at den nære relasjonen mellom meg og deltakerne ikke er etisk uforsvarlig.

Presentasjon av funn fra startintervjuene

I dette kapitlet presenterer jeg den empirien som er skapt av startintervjuene og hvilke følger det får for kurset. Det er til sammen seks deltakere som er intervjuet. To grupper på tre lærere på hver sin ungdomsskole.

Målet med startintervjuet er å få data om hver enkelt deltakers

- erfaring med og tanker om matematisk modellering
- forventninger og ønsker for innholdet i kurset

slik at kurset skal treffe deltakernes nivå og behov best mulig.

Erfaring med og tanker om matematisk modellering

Hovedinntrykket etter startintervjuet er at deltakerne har svært begrenset erfaring med matematisk modellering, både i eget yrkesliv og fra utdanningen. Dette bekrefter mine antakelser og forskning på feltet som viser at matematisk modellering er lite vektlagt i utdanningen (Niss & Blum, 2020) og det foregår lite matematisk modellering i klasserommene (Blum W. , 2015). Kun en av deltakerne husker at han hadde hatt det i utdannelsen: «..., men det var veldig teoretisk. Jeg føler ikke jeg satt igjen med så mye» (D3). To andre deltakere tror de hadde hatt om det, men når de kommenterer eksempeloppgavene kommer det frem at de tenkte på «modell-læring», et begrep som ofte er knyttet til utviklingspsykologi.

Begrepsforståelse

På direkte spørsmål om erfaring med modellering blir det tydelig at deltakerne ikke har noen klar forestilling av hva som ligger i begrepet. Deltaker 4 uttaler at: «Jeg har hørt om det, men kan ikke fortelle hva som ligger i det – for det vet jeg ikke. Det er tilfeldig hvis noen av oppgavene jeg har jobbet med viser seg å være modellering.» Til tross for at deltakerne har jobbet med implementering av de nye læreplanene der modellering er en av seks kjerneelement i faget klarer de ikke forklare hva som menes med matematisk modellering.

De virker veldig åpne om at de er usikre. Jeg tolker det som at de opplever det som normalen at man er usikker. De ler og spørker om egen manglende erfaring. Deltaker 5: «Jeg tror jeg sannsynligvis har brukt matematisk modellering alltid, men jeg vet ikke hva det er for noe (latter). Vet ikke! Aner ikke! Det er nytt og moderne og står i de nye planene, så det blir sikkert fancy!».

Under gjennomgangen av eksempeloppgavene velger jeg å grunngi hvorfor den enkelte oppgave kan regnes som modelleringsoppgave eller ikke etter at deltakerne har uttalt seg. Det blir en tyvstart på det kommende kurset. Gjennomgangen gir meg et bilde av hva de føler seg trygge på og hva de fortsatt er usikre på.

Underveis i samtalen ser de raskt at oppgaver der all nødvendig informasjon er gitt ikke er modellering. Som deltaker 2 sa om «Drikkevann til alle»: «Her er det bare å sette opp et regnestykke!».

Til tross for usikkerhet på de første oppgavene, D6: «Man har en praktisk situasjon som man gjør om til matematikk, så hvis modellering går ut på å gjøre en praktisk situasjon om til

matematikk, så virker det som modellering», så klarer de raskt å avsløre «pseudomodellering» (Lesh & Zawojewski, 2007) (Jensen, 2009), en vanlig tekstoppgave satt i en praktisk kontekst. Deltaker 2 «tenker at praktisk situasjon har noe med modellering å gjøre. Men at hvis det bare er en vanlig tekstoppgave i en praktisk situasjon, så er det litt semimodellering».

De to oppgavene deltagerne er mest usikre på er «Hvilket yrke skal Mari velge?» og «Vannbasseng». Oppgaven om Mari fordi den er så veldig åpen. En deltager spurte: «Er dette matematikk?». Flere andre deltakerne savner et vedlegg eller en lenke til informasjon som kunne gitt oppgaven retning. De er enige om at dette ikke er modellering for nybegynnere. Elevene vil slite med å forstå hva de skal gjøre og skrive «Jeg vet ikke! Jeg kjenner ikke Mari, jeg!».

Jeg forklarer at modellering er å regne på ting fra virkeligheten som i utgangspunktet ikke er matematikk, altså noen man må finne matematikken i. Jeg viser så til temaer de selv har nevnt, for eksempel utdanning, arbeidsforhold, lønn osv. Flere deltakere sier det ikke er mye matematikk i oppgaven, heller ikke i oppgaven om skidag. De tror elevene ikke kommer til å regne seg frem til noe svar og at lette løsninger er mulige.

Når det gjelder vannbassenget sier flere av deltakerne umiddelbart at det er gitt så mye informasjon at det kun er snakk om ren utregning. D5: «Utfra de nye eksamenssettene, så tenker jeg at modellering må være at du må gjøre egne forutsetninger. Det gjør du i liten grad her.»

Samtidig er det deltakere på begge skolene som påpeker at det er åpent hvordan man skal komme frem til svaret og at det derfor kan være modellering. «I virkeligheten har de sikkert også slike tabeller, så da er det modellering».

Jeg bekrefter at den var åpen med tanke på valg av løsningsmetode, men at uansett fremgangsmåte, så vil man få samme svar. Da er det vanlig å definere det som en problemløsningsoppgave. Jeg nevner også at når all informasjon er gitt, så trenger man ikke gjøre noen forenklinger eller avgrensinger og man øver bare på deler av modelleringen. Det at modelleringsoppgaver er åpne og ofte ikke har en fasit er konkrete kjennetegn deltakerne oppfatter raskt. Samtidig skaper det forvirring:

D3: «Hvis man lager en funksjon og setter den inn i GeoGebra, har man ikke modellert på en måte da? Det at man fremstiller det. Må modelleringsoppgaver være en åpen oppgave?»

D5: «Har modelleringsoppgaver flere deler?»

Jeg poengterer at ikke alle forskere og lærebokforfattere har lik forståelse av matematisk modellering, men at de fleste mener man kan trene på deler av modelleringen, for eksempel på å vurdere om et svar er logisk.

Hvorfor deltakerne ikke har praktisert matematisk modellering

Ingen av deltakerne har praktisert bevisst modellering i undervisningen sin. Jeg mener hovedårsaken til det, er at de rett og slett ikke vet hva modellering er. Fem av seks svarer at

de vet for lite om det, de er usikre og har ikke vært bevisst begrepet. De har ulike forklaringer på hvorfor det er slik. Fem av dem har tidligere sagt at de ikke har lært om matematisk modellering i studiene og det er det deltaker 6 påpeker: «Jeg har nylig fullført matteutdanningen min, 60 studiepoeng, da var det ikke snakk om modellering i det hele tatt!» Når man ikke har vært bevisst begrepet og man som deltaker 5 sier: «Jeg har undervist mot en eksamen. Den typer oppgaver har det ikke vært så mye av på eksamen» så føler man ikke behov for å sette seg inn i det.

Deltaker 1 sier det er «Tid!» og «Hvilke oppgaver man skal bruke» som er hovedproblemet. Man føler seg bundet opp til det man skal gjennom. «Det å finne oppgaver som passer til det. Som passer slik at vi får dekt (pensum) mest mulig».

Når man er usikker, blir man «redd for å bruke tid på noe og så fungerer det ikke» (D2). «Jeg er redd for at læringsutbyttet ikke skal bli optimalt når jeg gjør noe jeg er usikker på». Deltaker 4 sier at det ikke var kultur for å gjøre nye ting da han begynte ny i jobben. «Vi gjør det som funker!» var beskjeden fra kollegaene. Deltaker 6 er bekymret for elevene med matematikkvansker, han tror «det blir tungt for disse å begynne med modellering» fordi de «sliter med det grunnleggende».

Deltakerne på min egen skole har akkurat sett eksempeloppgavene til ny eksamen som nettopp er lagt ut av Utdanningsdirektoratet. Der er det en «Del 3-oppgave» som skal teste kompetansen i modellering og anvendelse.

D6: Jeg tror det var mange lærere som fikk hakeslepp av eksempeloppgaven. Hvordan skal vi vurdere slike oppgaver? Hvordan skal vi forberede elevene på slike oppgaver? Slike oppgaver kan det være vanskelig å vurdere hvor mye tid man skal bruke på.

Deltakeren viser at både diagnostisk kompetanse og instruksjonskompetanse kjennes mangelfull og at det er behov for informasjon om dette.

Hvilke forventninger har deltakerne?

Hvorfor være med på studien?

Alle deltakerne sier de ønsker å delta i studien for å få mer kunnskap om noe de tenker de kan ha nytte av. Uttalelser som «for egen vinning», «vinn-vinn-situasjon» og «tjene på det selv» går igjen hos deltakerne. Ny læreplan skaper et behov for å lære mer om modellering og de håper prosjektet kan gi dem nye ideer og verktøy de kan bruke i undervisningen.

Hvilke forventninger og ønsker til kurset?

På min egen arbeidsplass skal kurset være for alle matematikklærerne. Det gjør at deltakerne der har ønsker utover sitt eget behov. På den andre deltakerskolen er det kun de tre som er med i prosjektet som skal delta på kurset.

Alle deltakerne ønsker å få eksempel på oppgaver. I den ene gruppen var de opptatt av at oppgavene skal passe til bestemte temaer, som sannsynlighet og programmering fordi det var temaer de «hadde igjen» (D1). De ønsker også å få eksempler på oppgaver som kan passe til algebra og statistikk. I den andre gruppen er de opptatt av at oppgavene må passe til både 8. og 9.trinn.

Deltaker 3 mener de «trenger en klar definisjon på hva modellering er – med eksempler!» og får støtte av alle. D5: «Fasit! Altså svarene på hva modellering er, hvorfor det er viktig og hvorfor vi skal drive med det». Deltaker 2 vil ha «tips til hvordan vi best kan undervise» og «informasjon om hvordan vi kan veilede elevene slik at de får mest mulig ut av øvelsen».

På min egen skole ønsker de i tillegg at kurset skal si noe om hvorfor modellering er viktig og ha argument for å holde på med det. De ønsker at jeg skal være konkret og «knytte det mest mulig opp til fagfornyelsen og eksamen». «Eksamensargumentet bør legges stor vekt på for å få med flest mulig» ifølge deltaker 4. De håper at kurset vil senke terskelen for å begynne med matematisk modellering.

Følger for kursinnholdet

Utkastet til kurset samsvarer godt med det deltakerne ønsker jeg skal ta med. Basert på startintervjuet velger jeg likevel å legge til fire sider i PowerPointen.

De to første for å motivere lærerne som ikke er med på studien, men som skal følge timeskurset. Jeg legger mer vekt på eksamen selv om det er en «top-down»-motivasjon og ikke like bra som et indre ønske om endring. Det elevene testes i på eksamen påvirker hva lærerne gjør i undervisningen sin ellers i året (Higgins, Miller, & Wegmann, 2007). Det er viktig å forankre ønske om endring også hos lærere som ikke er like motiverte (Ertesvåg, 2012). Jeg velger å legge inn eksempeloppgaven fra UDIR som en «starter» og følger opp med «Har dere sett denne?» og «Slike oppgaver kommer på eksamen!». Det er ikke meningen å skremme lærerne til endring, men forhåpentligvis vil det føre til mer interesse og refleksjon rundt egen praksis. Jeg legger også inn en skjermdump fra utdanningsnytt.no om behovet for mer virkelighetsnær matematikk i skolen for å vise aktualiteten til temaet.

Eksempeloppgave Eksamen 2022

Andre er 25 år, og ønsker å kjøpe en scooter for modellering. Hun planlegger å kjøpe scooteren nå, hun blir 28 år. Hun planlegger å selge den når hun blir 18 år.

Andre har lidd en ulykke med scooteren. Hun har fått skadet 20% av scooterens verdi. Andre ønsker å kjøpe scooteren nå, og selge den når hun blir 18 år.

Migjorden bruker ca. 1,2 liter bensin per km. Andre har 2 km fra skolen til fra fotballbanen.

En liter bensin koster ca. 12 kr.

Prislisten for Peugeot Speedlight 4 Pure:

Forkjøping	Kjølke (1/2 hel) (kr)	Dekk (1/2 hel) (kr)	Annen (1/2 hel) (kr)
Forbelysning	1000	1000	1000
Ulykke	1000	1000	1000
Bytt	1000	1000	1000
Tross	1000	1000	1000
Løst og løst	1000	1000	1000
Vedlegg	1000	1000	1000
Løst og løst	1000	1000	1000
Løst og løst	1000	1000	1000

UTDANNINGSNYTT.NO

Matematisk literacy handler om å ha den nødvendige kompetansen til å møte de matematiske utfordringene man blir stilt overfor i det moderne samfunnet. Literacy handler om mer enn å lese, skrive og regne, men om å forstå, skape, kommunisere og delta i et komplekst samfunn i endring.

Ny forskning: Bør få flere virkelighetsnære oppgaver inn i matte-undervisningen

Ny forskning fra Universitetet i Agder viser rom for forbedring i norsk matematikkundervisning.

Startintervjuet viser også at deltakerne er usikre på forskjellene mellom problemløsning og modellering og hva som skiller modellering fra en modell. Utfordringer knyttet til modellering skiller seg fra utfordringer knyttet til problemløsning (Jensen, 2009), og det å se på hva som skiller de to arbeidsformene kan forberede deltakerne bedre på det som møter dem i undervisningen. Jeg ønsker å klargjøre forskjellene og legger inn to nye sider med teori, hentet fra Jensen (2009).

SKILLE MELLOM MODELLERING OG PROBLEMLØSNING

Modellering

«Modellering handler om å kunne håndtere matematikkbeskrivelser av noe som i utgangspunktet ikke er matematisk»

Utfordring med modellering: handlingslammelse pga mange ulike veier man kan gå og fraværet av et kompass.

Man setter egne premisser og det kan være mange ulike svar

Problemløsning/utforsking

Problemløsning er behandling av matematikkholdige problemstillinger. For å komme videre må man finne på et eller annet som umiddelbart ikke er innlysende.

Utfordring med problemløsning: Opplever at man «står fast». «Hva skal vi gjøre?»

Fasitsvar

SKILLE MELLOM MODELLERING OG MODELL

Modellering

Modellerende aktivitet = lage problemer der elevene tenker produktivt med minimal hjelp fra læreren og der elevene må fortelle om hvordan de har tenkt i arbeidet.

Elevene må selv forenkle og gjøre avgrensinger for å komme frem til modellen

Må inneholde matematisering – overgangen fra virkelighetens verden til matematikkens verden.

Modell

I en modelleringsprosess kan en eller flere matematiske modeller bli laget

En matematisk modell kan være en standardmodell som for eksempel en lineær modell eller en eksponentiell funksjon

Kurvetilpassing (regresjon) blir av noen sett på som en begrenset form for modellering (Galbraith), mens andre sier det ikke er modellering fordi tall og fremgangsmåte er gitt

(Simulering)

Presentasjon av funn fra sluttintervjuene og loggene

I dette kapittelet presenterer jeg den empirien som er skapt av sluttintervjuene og loggene. Først uttalelser knyttet til den teoretiske dimensjonen, deretter til den diagnostiske dimensjonen og instruksjonsdimensjonen, videre oppgavedimensjonen og til slutt selve undervisningsopplegget med vurderingene av oppgavene og endringer som ble gjort i oppgaveheftet.

Hvilke tanker gjør lærerne seg om matematisk modellering?

Modellerings plass i undervisningen

Et tema som går igjen er hvordan modellering skal legges inn i undervisningen. Som tidligere nevnt er deltakerne i den ene gruppa opptatt av å få oppgaver knyttet til bestemte temaer allerede i startintervjuet. De ønsker at oppgavene skal dekke de delene av pensum som står igjen det skoleåret. Deltakerne i den andre gruppa sier også at oppgavene bør passe tematisk inn i skoleløpet som en naturlig del av de ulike kapitlene man skal gjennom. Deltaker 5 opplyser om at den helt ferske 10.klasseboka fra Cappelen har modellering helt til slutt, «som en slags oppsummering av alt man har lært på 10.år» (D5). Han sier det ikke er så dumt, men poengterer at «elevene må bli vant til det før». Videre sier han at man kan legge modelleringsoppgavene inn etter hvert kapittel og kobinere det nye med det de har lært tidligere. Det får deltaker 6 til å komme med følgende uttalelse:

D6: Men hvis man har det kun temavis, så kan man havne i den fella at hvis elevene har hatt geometri, så tenker de «Hvordan kan vi løse dette med geometri?» istedenfor å tenke på hvilke andre deler av matematikken de kan trekke inn! Så jeg tror det er lurt å gjøre som i boka, legge det på slutten, for da vil elevene tenke litt mer «utenfor boksen».

De lander på at uansett om oppgavene følger temaene på årsplanen, kapitlene i boka eller er mer løsrevet fra dem, så bør elevene bli vant til det helt fra 8.trinn. D5 sier at man helt fra 8.klasse bør ha en «del 3» på halvårsprøver med en modelleringsoppgave.

Samme problemstilling kommer igjen flere ganger i intervjusituasjonen, blant annet i forbindelse med utfordringen med at elevene kommer med enkle løsninger og under diskusjonen om hva som gjør en oppgave god eller dårlig.

Hvorfor matematisk modellering

Både i intervjuene og i loggene snakker og skriver deltakerne om «vellykkede» eller «mindre vellykkede» økter. Jeg ønsker å få klarhet i hva deltakerne legger i uttalelsene. Hva som gjør at de syntes øktene var vellykkede. Alle deltakerne sier at det blant annet var når elevene er engasjerte. Så da ville jeg vite hvordan de kunne merke at elevene var engasjerte.

D5: At elevene holder på med oppgava uten å trekkes mot Youtube og King Kong. Det at de synes det er gøy og morsomt.

D4: At de som vanligvis ikke jobber med matematikk begynner av seg selv, fordi det egentlig ikke føles ut som matematikk.

I tillegg til at de holder på med oppgaven, jobber selvstendig og flere enn vanlig deltar, mente D6 det er viktig at elevene forstår oppgaven, ser poenget med den og får til å løse

den for at timen skal være vellykket. D4 sier at for han kunne timen godt være bra selv om utregningene ikke var det, så lenge elevene *ville* jobbe med matematikk. D5 syntes det var en vellykket time «når elevene var motiverte til å lære nytt stoff og gjerne ville finne mer om noe, for eksempel forholdet mellom kubikkdesimeter og liter» (Bassengoppgaven).

Ingen av øktene blir karakterisert som mislykkede. Flere lærere sier at økta med «Mobilabonnement» er den minst vellykkede, men «likevel inneholdt mye bra» (D5). På spørsmål om de er motiverte til å jobbe videre med modellering, svarer alle ja og kommer med en rekke argumenter som alle er gjenkjennelige fra forskning på grunner til å modellere. Her har presenterer jeg uttalelsene ordnet etter Blums fire kategorier (2015):

Psykologiske grunner

Alle legger stor vekt på at oppgavene virker *motiverende* på elevene. Det er det ulike grunner til ifølge deltakerne. En mener at det å modellere «skaper motivasjon hos elevene. Jeg er opptatt av å finne oppgaver som er relevante og realistiske, noe som er litt mer konkret og ikke bare slik matte som de får bruk for når du eventuelt går på universitetet» (D6). Jeg tolker det til at oppgavene oppleves *nyttige* og *interessante* for elevene. D4 sier at praktiske oppgaver der man må finne en strategi selv, er «mye mer motiverende for mange enn å bare få servert en oppgave». Altså de må lære å *løse problemer*, ikke bare ferdig oppstilte oppgaver (pragmatisk grunn).

D1 skulle begynne å modellere i spesialundervisningen, «for det er jo fint med disse oppgavene at elevene selv kan legge seg på det nivået som passer. De kan løse det veldig enkelt eller gjøre det veldig avansert slik som noen av elevene mine hadde gjort». Selvdifferensierende oppgaver kan brukes i grupper der elevene presterer ulikt og likevel gi dem *mestringsfølelse*.

Kulturelle grunner

D5 «tenker det er bra at elevene merker at det de kan, kan brukes til noe *nyttig*, sånn som den mopedoppgaven». Elevene må selv finne ut av hvordan de skal bruke basisferdighetene sine. D4 følger opp med at en god grunn til å fortsette er «fordi oppgavene er det motsatte at «Ja, når får vi bruk for det her da?»-oppgaver». De er en del av deres ekte liv og *knytter sammen den ekte verden og matematikken*.

Formative grunner

Flere av deltakerne sier også at modellering er en kjempefin måte å få elevene til å tenke *selvstendig* på. Oppgaver som treffer gjør dem nysgjerrige, matematikken blir «spennende og undrende» (D4). «De må ta avgjørelser, gjøre antakelser og tenke konsekvens, se litt frem og bruke det de har lært» (D2). Modellering er «et kjempegodt verktøy for å utvikle selvstendige og tenkende individer som skal ut i samfunnet» sa D2 og forteller at det kom frem tidligere på dagen da de drev med visjonsarbeid og skulle finne stikkord for å beskrive en avgangselev fra skolen.

Det at elevene presenterte løsningene sine blir også nevnt av flere som en «kjempefin anledning til å snakke matematikk». Flere av oppgavene gir mange ulike løsninger og elevene må *reflektere* og *argumentere* for og mot. Gjennom presentasjonene får vi opp

mange forskjellige fremgangsmåter og tall. Det er kjempefin anledning til å snakke matematikk.

Deltakernes argumenter for modellering dekker alle de fire gruppene, men med særlig vekt på psykologiske og formative grunner (Blum W. , 2015).

Tanker om modellering fremover

Alle deltakerne sier at de kommer til å fortsette med modellering i undervisningen selv om studien er ferdig. D2: «Det har vært bra og vi ser at det fungerer. Da vi lagde oppgaver til fagdag for 8.trinn nå, så merket jeg at vi var farget av erfaringene i modellering og lagde en praktisk, åpen oppgave».

Jeg er nysgjerrig på om det ville vært slik dersom modellering ikke hadde kommet på de nye eksamenene. Deltaker 1 virker svært sikker når han sier: «Ja! Jeg er heltent! Jeg likte det veldig godt. Men det blir litt krevende hvis jeg må lage oppgaver selv». D4 sier at «det ville jeg nok gjort, men det hjalp på motivasjonen at det kommer på eksamen». D5 påpeker at modellering nå er blitt et kjerneelement og at det er fagplanene som styrer arbeidet, så modellering vil være aktuelt uansett.

Når det er sagt, så hadde ikke udir kommet med eksempeloppgaver til eksamen da deltakerne meldte seg til studiet. Deres motivasjon for å være med er som vi så tidligere påvirket av LK20, de oppfatter modellering som et aktuelt tema de ønsker å lære mer om.

På spørsmålet om hvordan de kan sikre at modellering kommer på timeplanen fremover svarer alle at det er helt avgjørende å ha tilgang til ferdige oppgaver. Selv om de selv vil fortsette å modellere er det også viktig å få med de andre matematikklærerne på skolen. D4 sier at «det MÅ være ferdige oppgaver hvis man skal få alle lærerne til å gjøre det!» D5 sier at oppgavebanken bør ha oppgaver som passet til hvert trinn på skolen, egne for 8.trinn, 9.trinn og 10.trinn. Det å ha en oppgavebank vil i følge D1 gjøre dem «tryggere på oppgaven selv». D5 sier samtidig at for hans egen del er oppgavebank ikke lenger helt avgjørende:

D5: Jeg ser nå at det ikke er så vanskelig å bygge om oppgaver. Vi kan ta tidligere eksamensoppgaver å lage dem åpnere, bare fjerne alle opplysningene som er der. Som modelleringsoppgaver kan vi finne mange flere aspekt med dem.

I den ene deltakergruppen blir det en diskusjon om nettopp det å lage oppgaver selv. D3 sier de bør samles og lage oppgaver sammen og de to andre er enige. Den erfaringen de har fått gjennom, for noen av dem, forholdsvis få økter med modellering gjør at de ser for seg at de vil klare det nå.

D2: Men bare det at vi har denne oppgavesamlingen og at vi har fått litt erfaring gjør det mye lettere å lage oppgaver! Nå vet jeg sånn «oj, her kommer de bare til å regne pluss». «Her må vi snu litt på formuleringen for å forsikre oss om at den er åpen».

D1 sier også at nå som modellering kommer på eksamen, kan det være at de «hele tiden oppdage nye oppgaver. Nå kan det jo hende det kommer slike oppgaver på Campus (Inkrement) og andre plasser!»

Den andre gruppen er opptatt av at modellering må inn i årsplanene «på samme måten som programmering, Excel, GeoGebra osv, og det må ligge hele veien. Det må også inn på tentamenene» (D5). De sier at hvis det ligger i årsplanene, gjerne «så konkret som mulig» (D4), så blir det brukt av alle.

Hvilke utfordringer opplever lærerne når de underviser i matematisk modellering?

Planlegging

Fem av seks deltakere skriver i loggene at de kunne eller burde brukt mer tid på å forberede økten.

D2 sier at de har planlagt en del sammen og at det har vært viktig. D2 kunne egentlig tenke seg «å gjøre en oppgave til, men det følte som et stort tiltak å sette seg inn i det. For etter å ha gjort to oppgaver, så visste jeg at for at det skal bli bra, så må jeg faktisk lage løsningsforslag og det at det kom til å ta tid, kombinert med mye annet som måtte gjøres, gjorde at jeg droppet det».

Her kommer det klart frem at D2 synes det har vært utfordrende tidsmessig å gjennomføre det vi avtalte. Manglende tid er ifølge D2 hovedgrunnen til at kun to av seks økter er gjennomført. D3 gjennomførte kun tre økter, men sier at han egentlig ikke synes det er så tidkrevende å modellere. «Våren gikk fort og så ble det bare for dårlig tid generelt». Han sier videre at «hvis man skal endre undervisningen sin og være litt mer kreativ, så må man regne med å bruke litt tid». D3 legger vekt på at det er viktig å være forberedt på hvilke spørsmål som kan komme og det må man jobbe med på forhånd. Han sier det ikke er mer jobb enn å forberede en vanlig time, bare litt annerledes.

D1, D4 og D5 sier alle på et eller annet tidspunkt i loggene at timen ville vært bedre hvis de hadde brukt mer tid på forberedelsene. D4: «Jeg merket at jeg burde laget egne forslag til løsning de gangene jeg ikke hadde gjort det». Samtidig sier D5 at han har lagt vekt på å gjennomføre opplegget og ikke har «brukt alt for mye hjernevirksomhet på det her».

D1: Det er litt hva man gjør det til selv da. Jeg skulle gjerne forberedt meg bedre enn jeg gjorde, men jeg fikk gjort mange oppgaver da! Kun Barbie jeg droppet, og det var fordi jeg måtte skaffe utstyr.

Disse tre deltakerne bruker litt mindre tid på forberedelsene enn de ser hadde vært lurt, men alle gjennomfører alle øktene og er veldig fornøyde med det. Det er også disse tre deltakerne som virker spesielt opptatt av å fortsette med modellering og implementere det i planene til skolene de jobber på.

Utsagn om lærernes instruksjonskompetanse henger tett sammen med de utfordringene de opplever at elevene har i timene. Når elevene får et problem, styrer det lærernes inngripen og refleksjon rundt egen instruksjonskompetanse. Jeg velger derfor først å skrive om hvordan læreren opplever øktene i forhold til det de vanligvis gjør, deretter om utfordringene deltakerne mener elevene har. Til slutt tar jeg for meg data som sier noe om instruksjonskompetansen til deltakerne.

Bryter med den typiske undervisningen

Øktene skiller seg fra vanlig undervisning først og fremst ved at elevene jobber med samme oppgave hele økten. D5: «Det at man holder på med en oppgave hele timen er det som bryter mest». I tillegg jobber elevene mer selvstendig uten at læreren forklarer så mye om hva elevene skal gjøre og hvordan. D4: «Jeg prater mye mindre og er mindre på tavla. Elevene jobber mer». D5 rapporterer at han slipper dem løs i starten uten å si så veldig mye. Så må elevene prøve å finne ut av det med minst mulig innblanding fra læreren. Flere av deltakeren sier det er bra elevene slipper å høre så mye på dem som de gjør ellers.

I de aller fleste øktene jobber elevene i grupper. Unntaket er i timene til D6, der elevene jobber mest individuelt «slik de gjør til vanlig» (D6), men samler seg i grupper for å dele informasjon og resultater. D5 kjører en av de seks øktene som individuelt arbeid med styrt modellering, resten som gruppearbeid. «Begge deler fungerer fint!» i følge D5. D4 sier at selv om de stort sett jobber i grupper, så har oppstarten på timen som regel vært individuell «for å tvinge alle til å tenke».

D4 sier at det er uvant å jobbe uten en tilgjengelig fasit. Det gjør det litt mer usikkert for lærerne i timen. D6 sier seg enig i det. D5 sier at *elevene* blir fort vant til at det ikke er én riktig løsning. De lurte i den første timen, men «når jeg forklarte at i slike oppgaver så er det avhengig av de valgene man tar underveis, så aksepterte de det med en gang. Det ble aldri et tema igjen».

D4 sier at vi ikke må tro han bare har helt like timer uten noe moro. Det er en del variasjon ellers også og modellering «minner litt om slikt jeg gjør før jul og påske og sommer, litt slik avslutning, kosenøtter».

Timene er mindre strukturerte

D6 sier at disse øktene har mye mindre struktur enn i undervisningen til vanlig. Særlig første økten. Det må hard jobbing til «for å få det til med elevene» (D6). Deltakeren sier det er vanskelig å få alle gjennom prosessen og innom alle delene av prosessen. Flere av de andre deltakerne er enige med D6 i at mangelen på struktur er utfordrende. D2 må bruke mye tid på å gå rundt å forklare elevene hva som er det neste de bør gjøre. Både D4 og D5 sier at noen elever utnytter mangelen på struktur til å ikke gjøre noe.

Elevene skjønner ikke hvorfor

D6 opplever at flere av elevene stiller spørsmål ved hvorfor de skal gjøre slike oppgaver. De ser ikke poenget med oppgaven selv om de skjønner hvilken matematikk de kan bruke. Elevene virker ikke mer motiverte enn til vanlig, heller mer kritiske. Nå forteller D6 at elevene i den klassen ofte spør om hvorfor de skal lære «det og det» og at han derfor pleier å bruke tid på å forklare meningen i matematikken.

Elevene skjønner ikke hva

D4: Det var utfordrende å få dem til å knekke denne «Hva skal vi gjøre når vi ikke får vite hva vi skal gjøre?».

Alle deltakerne skriver at elevene er usikre på hva de skal gjøre når de får en åpen oppgave. D5 sier det var «mest utfordrende i begynnelsen at det var uvant. At elevene måtte finne informasjon selv, at det var så fritt. Men det var noe de raskt kom over». Etter et par økter

forstår de fleste elevene at de selv må snakke sammen om hvilke opplysninger de trenger for å løse oppgaven og at de må skaffe disse opplysningene enten ved å søke eller ved å gjøre forsøk og skaffe empiri.

D4: De som til vanlig ønsker å bli bedre i fagene, kom kjappere i gang etter hvert. De tok det fort. De som ikke kommer i gang i andre timer sleit med det lenger.

Elevene velger enkle løsninger og tolker ikke svaret

Det er to tendenser i kommentarene om elevenes løsninger. Den ene går på at elevene vil raskt frem til et svar, mens den andre er at elevene bruker matematikk på et lavt nivå i løsningene sine.

D1 sier at mange elever tror de bare kan google seg frem til et raskt svar. De er vant til at alt har en fasit og at den ofte kan finnes på internett. Det er viktig å finne svaret raskest mulig og så si at de er ferdig. Elevene viser ingen tegn til å tolke. D6 sine elever kommer ofte veldig fort frem til en løsning og de blir veldig fornøyde hvis de hører at noen andre er kommet frem til samme svar som dem, for da er det helt sikkert rett. Hvis D6 ber dem om å sjekke om løsningen er rett eller logisk, så vil de ikke gjøre det. «Andre hadde jo fått samme svar» (D6).

D5 sier det er et problem å fenge de som velger minst mulig motstand og enkleste vei. D5: «Noen av disse flinke jentegruppene hadde mye matematikk. Så det ble enten masse matematikk eller ingenting». Det er en utfordring ellers også i følge D5, men da går læreren rundt i klasserommet, gir de et oppdrag og sier det skal være gjort neste gang læreren kommer bort. «Hvordan fenge dem når de skal jobbe fritt med dette en hel time?» spør D5 de andre deltakerne.

Den andre utfordringen er nivået på matematikken i løsningene. D1 sier elevene ikke bruker de matematiske prosedyrene man ser for seg at de skal bruke. På for eksempel mobiloppgaven kunne de i følge D1, bruke funksjoner og grafer og finne skjæringspunkt og tolke når det ene eller andre abonnementet ville vært best. D1 ønsker å knytte modelleringsoppgavene sammen med et tilhørende tema for å «kanskje gi elevene en «A-ha»-opplevelse.

D1: Vi bør kanskje hjelpe elevene med generalisering slik at vi får litt mer avansert matematikk og ikke bare en praktisk løsning. Resultatene bør støttes til en utregning.

Vi har tidligere sett at D5 foreslår å legge modelleringsoppgaver på slutten av et tema. D1 er inne på den samme tankegangen. Følgende diskusjon viser den ene gruppas refleksjoner rundt forslaget:

D1: Vi kan avslutte et tema med en individuell modelleringsoppgave som alle kan få en sluttvurdering på.

D3: Men, hva hvis de har brukt et helt annet tema enn vi...(blir avbrutt av D1)

D1: Men siden oppgaven kommer til det temaet, så styrer vi dem litt inn da!

D2: Det er ikke sikkert at de bruker det likevel!

D1: Vi kan jo ha det som kriteria da! «Her skal du bruke...»

D2: Det blir vel litt for mye føringer hvis du skal fortelle dem hvilken metode de skal bruke. Er ikke litt av poenget at det er det de skal på en måte finne ut?

D1: Men da er vi tilbake til det med at elevene tar enkleste utvei i stedet for å tenke mer avansert matte som... (trekker på skuldrene og lener seg bak)

D2: Absolutt! (nikker bekræftende)

De er enige om at det blir feil å styre elevene inn på én bestemt matematisk løsning. Da trenger ikke elevene matematisere og vi får vanlige lærebokoppgaver der matematikken er puttet inn i praktiske situasjoner (Lesh & Zawojewski, 2007).

Elevene skriver ikke ned prosessen eller svarene sine

Alle deltakerne skriver at det er vanskelig å få elevene til å skrive i øktene. Både under prosessen og selve løsningen. Selv om de arbeider tilsynelatende ivrig med problemet, så skjønner de ikke hvordan de skal formidle det skriftlig til de andre i klassen. Selv om de er «mye flinkere muntlig enn skriftlig» (D4), så er det vanskelig for flere av elevene å presentere et oversiktlig og begrunnet løsningsforslag muntlig til andre.

D4: Jeg så på første økten at mange slurvet med skrivningen. På andreøkten minnet jeg elevene på at de måtte skrive underveis, men selv nå, på økt 4, synes jeg elevene er for dårlige til å formidle svaret/løsningen skriftlig. Da valgte jeg å snakke litt om vurdering til slutt i plenum.

D2 reflekterer rundt om det kan skyldes at oppgavene er så mye åpnere enn vanlige matteoppgaver som ofte er veldig konkrete. På en vanlig oppgave vet de hva de skal svare på, men det gjør de ikke på modelleringsoppgavene.

Instruksjonskompetanse

Læringsstøttende undervisning

Loggene til D1, D4 og D5 viser at de går mye rundt i klassene og lyttet til elevene som jobber. Når de snakker til dem, så er det ofte for å oppmuntre dem i arbeidet. D1 skriver: «Jeg satset bevisst på læringsstøttende undervisning og sa ting som *Se for deg situasjonen! Kan du tegne en skisse?*».

D4: Jeg synes vi egentlig bare gjør det vi gjør i matematikk fra før når det gjelder hvordan vi hjelper elevene. Stille spørsmål som bare er å lede elevene uten å gi selve svaret. Spørsmål som får dem til å reflektere og være kritiske til det de har gjort. *Er svaret ditt logisk? Kan det stemme?*

Loggene viser også at alle deltakerne setter at tid til å gå gjennom løsningene og gjerne presenterer dem fremme på tavla i klasserommet. Svarene blir vurdert opp mot hverandre og de diskuterer løsningene. Flere skriver at det er utfordrende å få nok tid til presentasjonen og gjennomgangen og at den kan bli litt kort. Da er det lett for at det er læreren som oppsummerer.

Modelleringszyklusen:

Deltakerne sier alle at mangelen på struktur i timen er en utfordring fordi elevene blir usikre på hva de skal gjøre. Loggene viser at alle deltakerne reflekterer rundt hva de kan gjøre annerledes neste økt for å få en tydeligere struktur på timene og slik også gjøre elevene tryggere på hva de skal gjøre og hvordan. Et område de mener de kan forbedre er starten på timene. Flere foreslår at de skal skrive opp på tavla hva som skal gjøres. En annen at tydelige mål for timen bør skrives på tavla.

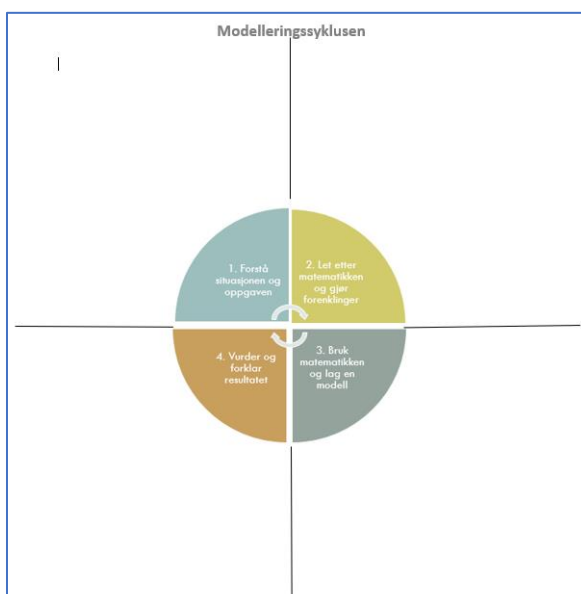
D2: Jeg tenker nesten hver gang at jeg bør være mer tydelig i oppstarten. Kanskje jeg bør være mer visuelt tydelig og kanskje skrive opp på tavla slik at elevene kan se det hele tiden.

D5 sier det er viktig å sjekke at elevene har forstått hva de skal gjøre før de slippes løs på egen hånd.

D5: Innledningen min var dårlig. Jeg burde vært bedre til å sjekke at elevene hadde skjønnt oppgava i starten – for å unngå at de havnet på viddene.

D2 lurer på om man bør minne elevene på formler og temaer i matematikken de kan bruke på forhånd, «så slipper jeg å bli stående så lenge på en gruppe og de andre må vente?»

Det mest brukte hjelpemidlet for å skape struktur er modelleringszyklusen. Både D2 og D4 presenterer modelleringszyklusen allerede første økten, mens D5 og D6 følger rådet fra kurset og veiledningsheftet og venter til økt 3 før den blir tatt i bruk. D6 legger syklusen inn i «OneNote og delte den opp slik at elevene kunn fylle inn etter hvert, slik at jeg kunne følge opp elevene, se hva de fikk til og ikke». D5 kopierer elevmodellen, legger den i et eget dokument der han setter et kryss på midten og elevene får plass til å skrive kommentarer til hver av de fire stegene i syklusen. Det hjelper både elevene og læreren å få mer kontroll på prosessen. Sammen med elevene jobbet D5 seg gjennom hver fase i plenum, med felles gjennomgang etter hver del.



Figur 7: Hjelpearket til D5, modelleringszyklusen med skrivefelt.

D6 sier det ikke holder at elevene kjenner til modelleringssyklusen. «Det er viktig å presisere forventningene til de ulike stegene i modellen» (D6). Han forventer at de skal skrive ned underveis, legge frem fremgangsmåten og dele sin modell med de andre. Til neste gang lager D6 et punktvis skjema som elevene kan følge. For å gi kun absolutt nødvendig støtte til elevene er hjelpearket i «usynlig skrift», elevene må gå inn å endre fargen punkt for punkt hvis de står fast.

D6: Jeg laget hjelpespørsmål med usynlig skrift. Elevene kunne «trylle dem frem» ved behov.

D5 er enig med D6 i at det er viktig med forventningsavklaring. Når elevene ikke skjønner hva som forventes av dem, så må lærerne bli flinkere til å forklare det. D5: «At de skal skrive ned hva de tenker og løsningen. Men selv om man sier det, så er det ikke nødvendigvis det som kommer tilbake».

D5 forteller at han tar kopi av ulike gode elevbesvarelser som en annen lærer har fått og viser elevene som eksempel på hvordan de kan gjøre det. «Noen med mange tegninger og geometriske figurer andre med mye utregning som svar på samme problem» (D5). Han sier det er viktig å «være tydelig på at det ikke må se slik ut, men at det er mange muligheter og dette er noen av dem!». Slik kan de se hva som forventes av dem.

Vurdering

Underveivurdering

Deltakerne sier det er mer utfordrende å følge opp elevene underveis når de modellerer enn i vanlige timer. «I vanlige timer ser man hva elevene får til og ikke» sier D6, og legger til at det er vanskelig å vite hvordan han skal hjelpe dem videre. «Nå måtte jeg spørre dem om de hadde gått gjennom modelleringssyklusen og så var det litt vanskelig å vite hvordan jeg kunne hjelpe videre».

D6 sine elever jobber stort sett individuelt, så det er selve aktiviteten som gjør at deltakeren usikker, ikke som D4 sier: «Det at elevene sitter i grupper gjør det vanskeligere å vurdere den enkelte». D4 leser det som står i heftet om vurdering og velger å snakke med elevene om det. Han vil at elevene skal reflektere rundt temaet og tenke over hvordan de tror læreren vil vurdere dem på en slik oppgave. «Hva de tror gir full pott og hva som gir dårlig uttelling» (D4).

I loggene kommer det frem at det at elevene presenterer fremme på tavla er en fin anledning til å gi veiledning og vurdering. Da kan man skryte av resonnementene og refleksjonene og vise at man ikke er ute etter ett bestemt svar.

D5: Ved å oppsummere timen på slutten blir det også en form for vurdering. Underveivurdering, så elevene skal skjønne hva som forventes av dem på slike oppgaver. Snakke om tingene vi har fått ut av oppgaven.

Sluttvurdering

Deltakerne er enige om at elevene bør øve seg på modellering allerede fra 8.trinn. Flere av dem foreslår at det bør være modelleringsoppgaver på halvårsprøver, tentamen eller fagdager hele ungdomsskolen. Alle sier at hvis elevene skal ha det på prøver, så må de vite

hva som forventes. D4: «Elevene får en slik oppgave på tentamen, så det er viktig å vite hva vi forventer og hvordan de vurderes. Så viktig å kjøre gjennom et par slike oppgaver før tentamen».

Et annet tema som diskuteres er rettingen og poenggivingen på skriftlige prøver i modellering. Løsningene er mer sammensatte enn på vanlige prøver der en oppgave ofte har ett riktig svar. Sammensatte løsninger er vanskeligere å vurdere. D5 sier at lærerne på trinnet bør sette seg ned sammen og bli enige om en felles mal for å rette slike oppgaver.

D5: Vi må se på hvordan vi overfører det til poeng. De må få mer poeng på slike oppgaver enn vi gir nå». 12 poeng er ikke urimelig hvis man ser på hvor lang tid det tar å jobbe med forhold til resten av heldagsprøven.

D4: Ja, de kan ikke få 4 poeng for å skrive fem sider!

I dag er det ikke flere poeng som deles ut for modelleringsoppgaven elevene skal løse på tentamen. Da blir det lite poeng for mye arbeid til de elevene som har gjennomført hele modelleringszyklusen og presentert et resultat skriftlig. Deltakerne synes likevel det er riktig foreløpig, fordi elevene ikke har forutsetning til å gjennomføre hele prosessen og derfor ikke vet hva som skal til for full uttelling.

Hvordan opplever lærerne oppgavene i heftet?

Deltagernes tanker om betydningen av oppgaveheftet

Som vi ser under lærernes tanker om modellering, sier alle deltakerne at det «aller aller viktigste for å få lærere til å begynne med modellering er oppgaver!» (D5). «Gjerne en oppgavebank der det kan stå hvilke som egner seg godt til å starte med». Selv om deltakerne har gjennomført en del modelleringsøker og sier de lettere kan lage oppgaver nå, så mener de at tilgang på oppgaver er helt avgjørende for at man skal arbeide med modellering. Oppgaveheftet er viktig både for å komme i gang, men også for å fortsette med det.

I heftet bør man også «finne den modellen, den syklusen» (D4). Modelleringszyklusen for elevene bør ifølge deltakerne følge med heftet. Deltakerne har også uttalt at de satt stor pris på lærerveiledningen til hver oppgave, både når de skulle vurdere hva oppgaven «handlet om» og når de skulle forberede seg til undervisningen.

D1: Det var veldig bra at du hadde med «til læreren» i oppgaveheftet. Det fikk tankene til å spinne rundt hva som kan være tenkt med oppgaven (D2 og D3 nikker og sier mmm»).

Modellering som innhold, fartøy eller kritikk

Både startintervjuet og loggene inneholdt som tidligere nevnt mange kommentarer om hvor viktig det var å knytte oppgavene opp til bestemte temaer i matematikken. Jeg tolket dette til at «modellering som fartøy» (Barbosa, 2006) var viktig for deltakerne. I sluttintervjuet spurte jeg dem om det at målet med modelleringen er å utvikle matematiske begrep og prosedyrer hos elevene er viktig. Deltakere fra begge skolene sa at tiden gikk fort og at når

det plutselig nærmet seg tentamen så ble det viktig å undervise i temaer man visste de kom til å få der. To deltakere på den ene skolen vurderte oppgavene og så for seg hva elevene kom til å gjøre og så valgte de de oppgavene som de trodde ville gi «mest matematikk» (D2). «Det hadde vært praktisk at oppgavene var slik at de temaene som ikke var gjennomgått enda ble brukt» (D2).

Disse deltakerne hadde gjennomført få økter og en av forklaringene på det i tillegg til det med tidsaspektet, var at elevene ikke var «modne nok» for noen av oppgavene. D2: «Vi har rett og slett ikke vært inne på de temaene som var naturlig å bruke for å løse oppgaven». Samtidig som de valgte ut de oppgaven de så for seg ville gi mest matematikk bestemte de seg for å kutte ut blant annet Barbie-oppgaven. De konkludert med at elevene ikke ville greie å løse den «fordi at læreplanen har blitt snudd slik at vi ikke har hatt om sannsynlighet enda». Det er ikke nødvendig å ha lært om sannsynlighet for å løse den oppgaven, så enten har deltakeren sagt feil eller så kan det være at de hadde tenkt ut en måte å løse oppgaven på og ikke tenkt over at det kan gjøres på mange ulike måter. Uansett mener jeg de knytter oppgavene tett til bestemte temaer i matematikken og at det kan virke begrensende på mulighetene de ser i oppgavene.

Tilbake til spørsmålet om betydningen av matematiske begrep og prosedyrer:

D4: Ja, det er vanskelig å lege vekk det faktum at vi skal lære dem matte. Hvis vi ikke oppnår det, så blir det mer som en kosetime sant. Det er en kunst når det gjelder modellering – få igjen nok matte kontra det at det er morsomt.

D5: Ja, men det å modellere krever noen ferdigheter som de må beherske, så det må også læres.

Jeg tolker D4s svar på spørsmålet til at det matematiske innholdet i oppgavene er det man *egentlig* skal lære og at oppgavetyper er fin fordi den er morsom og slik motiverer elevene. Hvis det matematiske innholdet forsvinner så blir det bare moro og ingen læring. D5 svarer med å poengtere at det å modellere også er en ferdighet som må læres. Det kan virke som det er modellering som fartøy som er det rådende perspektivet blant deltakerne.

Graden av åpenhet

I datamaterialet var det en del interessante uttalelser som henger sammen med graden av åpenhet i oppgavene. Deltakerne sa at mindre åpne oppgaver, oppgaver med mye tall og tekst «skremte elevene» (D4). Det gjorde oppgaven mer lik vanlige matematikkoppgaver og dermed mindre motiverende.

Samtidig var slike oppgaver trygge for deltakerne selv. De følte mindre behov for å utarbeide løsningsforslag til den typen oppgaver (for eksempel «Moped-oppgaven») fordi de var trygge på hvordan de skulle løse den og matematikken de så som aktuell, sette opp budsjett, regne på sparing og lån osv. Som D4 sier: «Var litt mer avslappa når oppgava lignet mer på det jeg er vant til, men burde brukt mer tid på å løse den selv». Deltakerne var fornøyde med at oppgaven var aktuell og ga øving på mye tentamensrelevant matematikk, selv om timene ikke var like vellykkede som «de mer morsomme oppgavene» (D4).

Svært åpne oppgaver med lite informasjon kunne være utfordrende for elevene den første gangen, men de vente seg raskt til det og likte dem veldig godt. De kunne derimot gjøre deltakerne utrygge. I oppgaven «Bassengtabbe» hadde jeg ikke skrevet hvor mye vann som kunne tappes ut pr sekund. D2 oppdaget dette i klasserommet og ble stresset. Ville det å tømme gå raskere eller saktere enn å fylle det? «Dette vet jo ikke jeg!» (D2). Deltakeren ble usikker på antakelsene og resultatet. Jeg tolker det som usikkerhet som kommer av mangel på utenom-matematisk kunnskap på området. Alle modelleringsoppgaver benytter seg av forhold utenfor matematikken og passer derfor ofte godt til tverrfaglig arbeid. Faglitteraturen inneholder mange eksempler på modelleringsoppgaver knyttet til naturfag og matematikklærere uten naturfag og tør kanskje ikke begi seg ut i slike oppgaver. Kravet til kompetanse om «den virkelige verden» er en av utfordringene lærerene møter når de skal undervise i modellering.

Deltakerne var jevnt over mest fornøyd med de mest åpne oppgavene som ga mange ulike resultater. D4: «Så jeg var mest fornøyd med den første og mest åpne oppgaven». D5 sa at ulike løsningsforslag ga gode diskusjoner, muntlig trening og refleksjon.

Fasit eller ikke

Et par av deltakerne sa de kunne tenke seg fasit til oppgavene i heftet. D2 mente det ville gjøre det tryggere å prøve seg på oppgaver som man ikke helt så løsningen på selv. Noen oppgaver, slik som «Nedbryting i havet» var vanskelige å matematisere for elevene og lærerne og en fasit kunne vært til god hjelp (D1).

D6: Jeg tror det er lurt å ha med forskjellige løsningsforslag til oppgavene. Man kan jo etter hvert legge inn gode eksempler på elevsvar. Det vil gjøre det mindre farlig for andre lærere. Spesielt hvis man er vant til å ha faste konkrete oppgaver i et utvalg. Modelleringsoppgaver er mye mer åpne og med større rom for å gjøre feil – så terskelen er litt større for å faktisk gå steget.

D5: Man kan risikere at hvis det er en fasit på oppgavene, så kommer en lærer og tror at det må være slik og sier til elevene at de har feil selv om det ikke er det, de gjør bare noe annet.

D6: Hvis lærerne gjør det, tror du ikke da at læreren på en måte har misforstått hva som er poenget med modelleringsoppgaver?

D5: Jojo, men jeg synes det kan være greit å ikke ha en fasit!

Jeg har valgt å ikke ha med løsningsforslag i heftet. Dersom det skulle vært med, så ville jeg hatt flere ulike forslag til hver oppgave. Det er viktig at lærernes kreativitet og elevenes ikke begrenses. Å lage flere forslag til alle oppgavene ville vært altfor tidkrevende. Jeg synes imidlertid forslaget til D6 om å legge inn eksempler på elevsvar er godt. D5 fortalte over, under «Instruksjonskompetanse», at han aktivt brukte elevsvar til å modellere mulige løsninger for sine egne elever etter de hadde presentert sine egne løsninger. Med tydelig informasjon om at det er eksempel på hvordan det *kan* gjøres, og forbehold om at brukerne av heftet kjenner poenget med de åpne oppgavene, vil det kunne være nyttig for både læreren i sine forberedelser og for elevenes læring å ha dem med.

Tid

Kommentarer om tid gikk på flere forhold: tid til selve gjennomføringen av prosjektet, som jeg tar for meg under «Undervisningsopplegget» lenger nede, og tid i forbindelse med forberedelse og gjennomføring av øktene. Her tar jeg for meg uttalelser om tid knyttet til oppgavene.

Lage oppgaver selv eller bruke ferdige oppgaver

Tidligere så vi at deltakerne på begge skolene sier at det å lage oppgaver selv ikke lenger er så vanskelig. Samtidig sier alle at et oppgavehefte er helt avgjørende. Det å skulle lage oppgavene selv er mer tidkrevende enn å bruke ferdiglagede oppgaver. De tenker kanskje ikke over at fordelene med å lage oppgavene selv, er at man har en tydelig idé for innhold og mål. Man har kanskje allerede sett for seg ulike løsningsforslag og hvilke utfordringer elevene kan møte underveis. Når man bruker oppgaver andre har laget vet man ikke helt hva som er tenkt, målet med oppgaven og hva man kan forvente av prosessen og resultat. Det tar også tid å sette seg inn i.

Skaffe utstyr

De oppgavene som krevde at lærerne skaffet spesielle konkrete som båter, Barbiedukker, strikker, målebånd o.l hevet terskelen for å velge den oppgaven. Samtidig ga flere uttrykk for at det var spesielt kjekt for elevene å få jobbe med konkrete. Det å skaffe utstyr krever ekstra innsats og tid. Hvis man fordeler arbeidsoppgavene, tar vare på utstyret og deler med andre på arbeidsplassen, så vil det være en engangjobb. På min skole har vi et utstyrsskap med mange konkrete, blant annet en hel pose Barbiedukker og målebånd. Kravet til utstyr påvirket dermed ikke valget av akkurat den oppgaven.

Oppgavestørrelse

Alle oppgavene i heftet er tilpasset undervisningsøkter på 45 min til 1 time. D5 er veldig fornøyd med det siden «det ser ut som udir kommer til å beregne ca 1 time på del 3 oppgaver, så da passer det jo veldig fint at de blir vant til å jobbe en time med slike oppgaver. Det skaper forventninger til elevene om at det faktisk ikke er meningen at de bare skal velge den raskeste løsningen. De lærer at de må lete etter matematikken». Alle de andre deltakerne er også veldig fornøyd med at oppgavene kan løses på om lag en skoletime.

Hvordan kan lærernes erfaringer bidra til å utvikle designen av undervisningsopplegget om matematisk modellering?

Tilbakemelding på kurset

Deltakerne var enige om at kurset ga nyttig informasjon som de trengte for å gjennomføre opplegget. De fikk en forståelse for hva som skulle gjøres og det ga dem «et lettere totalbilde» (D5). D4 sa at kurset gjorde terskelen for å starte med modellering lavere, «spesielt sammenlignet med å skulle starte på modellering etter bare å ha lest den nye læreplanen!»

D5: Før vi begynte hadde jeg ikke noe formening om hva det var. Men det er ikke så komplisert. Det er bare å ha vært utsatt for sanne typer oppgaver der elevene skal finne informasjonen selv og sette sammen med matematikk.

Deltakerne sa også at det var bra at vi gikk gjennom oppgavene de kunne velge mellom, slik at de så hva som var tanken bak oppgavene.

D4 sa at «hvis vi hadde fått prøvd å modellere på kurset, så ville terskelen for å gjøre det i klasserommet blitt enda lavere». Da tenkte han spesielt på de andre lærerne på kurset som ikke skulle være med på studien.

Tilbakemelding på veiledningsheftet

De fleste deltakerne bruker veiledningsheftet mye, blant annet D4 som sier at det har «gjort at kurset har blitt nyttig om og om igjen». Det blir brukt for å lese seg opp på teori, både før øktene og etterpå når de skal reflektere rundt egen undervisning.

D6: Jeg brukte kurset etter øktene, for å se hva jeg kunne forbedre i min egen praksis. Brukte det mens jeg skrev logg, som hjelp til å reflektere. Jeg så på tipsene og eksemplene og tenkte gjennom hvordan jeg selv hadde gjennomført det.

Deltakerne bruker også figurene og modellene som læremidler i undervisningen.

D4: Jeg brukte den figuren som viste hvordan man kunne tenke og arbeide med modelleringsoppgaver. Jeg viste den til elevene for å hjelpe dem å tenke, hvordan de skulle gå frem. I tillegg brukte jeg det om vurdering av slike oppgaver.

Noen lager sine egne varianter av modellene, lager hjelpearke eller egne digitale varianter.

Organiseringen

Deltakerne ble kontaktet på nyåret 2021. Oppgavene skulle gjennomføres i løpet av vårsemesteret. D5 sier det er litt kunstig å skulle gjennomføre en del modelleringsoppgaver utenpå det man vanligvis gjør. «Det henger ikke helt sammen» (D5). Det viser seg at våren ble en utfordrende periode å gjennomføre øktene på. Noe av grunnen er rødt nivå og hjemmeskole. Både D5 og de andre deltakerne sier det er vanskelig å finne tid til det i hverdagen.

På den ene deltakerskolen sier D5 at litt av grunnen til at alle oppgavene er gjennomført er «at det er lettere for meg som er kontaktlærer enn for faglærere. Jeg kunne ta litt andre timer enn matematikk, så da var det ikke så farlig at det ikke henger sammen med pensum» (D5). D4 sier at «det kan hende», men han har «faktisk kun brukt matematikktimene, en oppgave hver uke i seks uker, fast hver torsdag» (D4).

På den andre deltakerskolen sier de som ikke fikk gjort så mange oppgaver at tid var en utfordring nettopp fordi de var kontaktlærere. Det er så mye en kontaktlærer må gjøre som tar tid fra undervisningen. Etter korona, rødt nivå og hjemmeskole kom endelig elevene tilbake på skolen:

D2: «og når du først er her, så skal du ta kartleggingsprøver på kartleggeren.no som er nytt, så skar det seg første gangen og innloggingen ikke gikk, så skal man ta trivselsundersøkelse og andre organisatoriske ting som...og da, nei! Så det har ikke strukket til!»

Også D6 kjente på tidsklemma: «Pga korona, hjemmeskole osv så kom øktene litt i konflikt med tentamen, og da måtte jeg velge hva jeg skulle prioritere. Jeg følte vi hang litt etter, derfor har jeg dessverre ikke rukket å gå gjennom alle vi hadde avtalt».

Jeg innser at det nok er best å gjennomføre eventuelle kurs på høsthalvåret fremover.

D1 sier at hvis jeg skal holde kurs andre skoler, så anbefaler deltakeren meg til å ha to kurskvelder med utprøving av for eksempel to oppgaver mellom kurskveldene. Hvis det kun er en kurskveld så «tror jeg ikke lærerne prøver det selv» (D1)

D2: «Jeg tror nok jeg hadde prøvd, men ikke vært like reflekterende som vi har vært nå. Nå tenker jeg *Hva kan jeg gjøre bedre neste gang?* Da ville jeg kanskje bare tenkt «Nei, det her funker litt dårlig».

Det er nok lurt å legge inn et element av refleksjon i kursopplegget for ifølge deltakerne tenker de mer over hva som er bra og hva de kan gjøre bedre neste gang når de skriver logg. Det gjør også at de leste over teorien både før og etter øktene og sammenlignet med det de gjør selv.

D1 sier også at hvis jeg skal ha kurs, så bør de avtales i god tid slik at lærerne legger det inn i planene sine og rydder plass i for eksempel en hel uke. «Du kan komme på en mandag, så gjennomfører lærerne en eller to økter i løpet av uka og så kommer du tilbake neste mandag». Slik kan første kurskvelden være en teoriøkt om modellering og så kan man reflektere rundt utfordringer og muligheter mandagen etter. Kanskje lærerene kan fortelle om hvordan de opplevde øktene.

På spørsmål om de tror det er et følt behov for mer kunnskap om modellering i skolene nå, svarer D2 at de ikke hadde tenkt over det før jeg tok kontakt, men nå som det kommer på eksamen blir det kanskje litt «oj, modellering, hva er det?» D1 utbryter: «Jeg kan utrolig mye mer om modellering nå enn da vi begynte!».

Selve oppgaveheftet

Alle gjennomfører noen undervisningsøkter i klasserommet. Noen alle de seks øktene vi var enige om på forhånd, mens flere kun gjennomfører noen få oppgaver. Til sammen ble sju ulike oppgaver testet ut. To av deltakerne gjennomfører økter som de glemmer å skrive logg for. Disse er markert i rødt.

Oversikt over hvilke oppgaver hver enkelt deltaker har gjennomført:

- D1: Ø1 Bassengtabbe, Ø2 Verdens største sko, Ø3 Nedbryting i havet, Ø4 Verdens største sko, Ø5 Grenseproblemet og Ø6 Mobilabonnement (totalt 6)
- D2: Ø1 Bassengtabbe og Ø2 Verdens største sko (totalt 2)
- D3: Ø1 Bassengtabbe x 2, Ø2 Verdens største sko x 2 og Ø4 Grenseproblemet (totalt 3)
- D4: Ø1 Verdens største sko, Ø2 Hvis Barbie var ekte, Ø3 Ny moped, Ø4 Mobilabonnement, Ø5 Nedbryting i havet og Ø6 Bassengtabbe (totalt 6)
- D5: Ø1 Verdens største sko, Ø2 Hvis Barbie var ekte, Ø3 Ny moped, Ø4 Mobilabonnement, Ø5 Nedbryting i havet og Ø6 Bassengtabbe (totalt 6)
- D6: Ø1 Verdens største sko, Ø2 Mobilabonnement og Ø3 Grenseproblemet (totalt 3)

D=deltaker. Ø=økt. D2:Ø2 står for «Deltaker 2, økt nummer 2». Tilbakemelding på oppgavene baserer seg både på loggene og på sluttintervjuet.

Oppgavene er organisert i en bestemt rekkefølge der de jeg vurderer egner seg godt som oppstartsoppgaver kommer først. Den ene deltakerskolen velger å endre rekkefølgen. D2: «Vi valgte å begynne med *Bassengtabbe* fordi vi vurderte den til å være enklest og mest konkret for elevene. Vi har også nettopp tømt bassenget, så da passet det godt å bruke den oppgaven da». De synes *Verdens største sko* passer som en «oppvarmingsøvelse før fagdagen» og setter av 30 minutter til den.

På spørsmål om hvorfor to av deltakerne ikke gjennomfører flere økter, er et av svarene at elevene ikke er «modne nok» for noen av oppgavene. D2: «Vi har rett og slett ikke vært inne på de temaene som var naturlig å bruke for å løse oppgaven». De to deltakerne hadde sammen gått gjennom oppgavene på nytt og sett for seg hvilken matematikk elevene måtte bruke og konkludert med at elevene ikke ville greie å løse dem.

Verdens største sko

Alle deltakerne var veldig fornøyde med denne oppgaven. D1 oppsummerte hvorfor: «Fin oppgave som fungerer godt som oppvarmingsoppgave som engasjerer uten at elevene nødvendigvis tenker at de holdt på med matematikk. Kan løses med mye og lite matematikk, teoretisk og praktisk». Det at oppgaven var så praktisk ga ifølge D4 «gode muligheter for å vurdere svaret». Andre forhold som var positive var at «de fleste elevene kom frem til et forslag, de fikk bruke temaer de kunne i matematikk og de opplevde mestringfølelse» (D6). Det var en « morsom oppgave » som «stimulerte kreativiteten». D4 var spesielt fornøyd med engasjementet i klassen, «spesielt noen av de elevene som er litt late og jobber dårlig i timene til vanlig var mer med enn ellers og diskuterte og målte». D5 sa det kom frem «fire ulike forslag på hvordan man kunne løse den, fire ulike modeller» og nettopp det at det ble så mange ulike løsningsforslag ga ifølge D1 «mange gode diskusjoner».

D1: Noen brukte forholdsregning og noen bare telte antall skolengder på sin egen kropp og ganget skolengden i oppgaven med dette tallet. En bare googlet verdens høyeste mann, så da måtte vi be dem om å vurdere om det var et logisk resultat.

Den ene deltakergruppen sa den passet godt fordi de hadde om måleenhet, målestokk og formlikhet, mens den andre gruppen vektla at den egnet seg godt som en førsteoppgave for å lære å modellere.

Min vurdering:

Denne oppgaven fungerer godt som en oppstartsoppgave. Den fyller alle de seks kriteriene Maass (2007) setter for en god oppgave. Deltakernes tilbakemeldinger viser at den er *sammensatt*, elevene må selv finne relevant informasjon, enten måle høyde på elever i klasserommet eller søke etter snitthøyde for menn. Den er *stimulerende* og oppfattes som *autentisk* og *realistisk* i den form at skoen faktisk finnes og de kan forestille seg hvordan eieren ser ut. Elevene jobber ivrig og alle deltar, også elever som ellers ser ut som de ikke gjør så mye. Det er *ingen rutineoppgave*, elevene må selv legge en strategi for å komme frem til en løsning. Den er *åpen*, elevene kommer frem til mange ulike modeller og de går gjennom hele *modelleringscyklusen*, om enn ubevisst.

I tillegg viser den seg å være *selvdifferensierende* (Borromeo Ferri R. , 2018). Den kan løses på ulike nivå, noen bruker egne sko og egen kropp og teller seg frem til et forhold, mens andre elever regner seg frem til en målestokk. Til slutt fungerer den også *selvkontrollerende* (Lesh, Hoover, Hole, Kelly, & Post, 2000), elevene klarer å vurdere svarene og modellens gyldighet. De diskuterer hvilke modeller som egner seg best og revurderer sine egne løsninger.

Jeg velger å la oppgaven stå uendret som første oppgave i det endelige oppgavehefte.

Hvis Barbie var ekte

Kun to av deltakerne valgte å bruke denne oppgaven. To deltakere sa elevene ikke var klare for denne oppgaven og at den vil passe bedre på 9.trinn, en annen deltaker likte oppgaven, men syntes den krevde for mye forarbeid. D1: «Jeg var usikker på hvordan jeg skulle få tak i dukkene og det krevde litt mer av meg for å gjennomføre».

Begge deltakerne som gjennomførte oppgaven, rapporterte om engasjerte elever som diskuterte, «jobbet iherdig» (D5) og likte oppgaven godt. Deltakerne sa det var bra at elevene får jobbe med konkreter og måling og at den ga «gode muligheter for å vurdere og sammenligne svarene til gruppene» (D4). D5 syntes det var en «spennende oppgave som også er relevant i dagens samfunn med kroppspress og lignende».

D4 sa oppgaven kunne vært mer åpen, for eksempel i forhold til klesvalg. «Noen av gruppene hadde glemt hele kjolen og snakket kun om hvordan kroppen ville sett ut» (D4). D5 hadde motsatt situasjon da flere av elevene hengte seg veldig opp i det med kjolens design og glemte proporsjonene. «Litt av poenget med den oppgaven er refleksjon rundt hvordan dokka ville sett ut i forhold til et vanlig menneske, men det datt helt ut» (D5).

D4 foreslo at man også kan ta med en «Action-man» for å utvide oppgaven.

Min vurdering

Oppgaven har mange likhetstrekk og derfor samme gode kvaliteter som Verdens største sko i forhold til Maass (2007) sine kriterier. Den treffer elevene godt og fører elevene gjennom hele modelleringsprosessen. Den er meningsfull og kan trene elevene i kritisk vurdering av verden og slik ha en formativ effekt (Blum W. , 2015). Denne formen for modellering egner seg godt til tverrfaglig arbeid.

Jeg velger å sette den inn i en praktisk kontekst gjennom at Design og redesign skal lage Barbie og kjolen hennes i full størrelse. Resultatet er at D4 opplever spørsmålet «Hva blir målene på kjolen hennes?» som begrensende, mens D5 sa spørsmålet avleder elevene fra det som er hovedpoenget med oppgaven – å få elevene til å reflektere rundt de urealistiske proporsjonene til Barbiedukkene.

Ved å reformulere spørsmålet til «Kan hun bruke deres klær?» vil tvinges elevene til å reflektere rundt proporsjonene uten at det legges føringer for plagg eller design. Samtidig kan man også bare spørre «Hvordan vil hun se ut i full størrelse?», men risikerer at det kritiske aspektet faller bort. Jeg velger å kombinere spørsmålene i det endelige oppgaveheftet: «Hvordan vil hun se ut? Kan hun bruke vanlige klær?»

Grenseproblemet

Tre av deltakerne hadde gjennomført denne, men kun en skreiv logg. Dataene fra de to andre er fra sluttintervjuet.

Både D1 og D6 syntes denne oppgaven var den mest vellykkede. Begge sa elevene regnet mye, «både på drivstoff-forbruk avhengig av både størrelse på motor og biltype de hadde valgt» (D1). «De aller fleste elevene fikk til oppgaven» (D6) og «mange elever som ellers ikke er så engasjerte jobbet godt» (D1). Den skapte refleksjon og gode diskusjoner.

D1: De søkte på bilmotorer på engelsk og måtte oversette og regne om fra gallon, og det var ikke måte på! Det var et voldsomt engasjement!

D6 likte denne type oppgave bedre enn de to første han hadde hatt fordi problemet var realistisk på en måte «som elevene kan møte på seinere i livet». Det var positivt at elevene lett kunne lage skisser og visualisere problemet. Det var enklere enn på abstrakte oppgaver.

Min vurdering:

Dette er en mye brukt oppgave på fagfeltet om modellering, så jeg regner med den fungerer godt. Den inneholder informasjon både om avstander og priser, men er likevel *åpen* fordi elevene selv kan velge hvor mange faktorer som skal med i den endelige modellen. De må *søke etter mer informasjon* for å kunne lage en passende modell. Her må elevene virkelig evne å *se for seg situasjonen* og alt som kan påvirke resultatet: type bil, størrelse på tank, drivstoff-forbruk, reisetid, miljøhensyn og mer. Den er særlig relevant for elever som bor langs grensen, men fungerer tydeligvis godt her ute ved kysten også. Den kan lett *skrives om* til lokale forhold ved at en stasjon et stykke unna har jubileumstilbud på bensin el.l. Koblingen mellom *den virkelige verden* og *matematikkens* blir veldig tydelig og elevene får brukt mange regnearter og temaer innen hverdagsmatematikk. Den er selvkontrollerende (Lesh, Hoover, Hole, Kelly, & Post, 2000) fordi den er så konkret og *lett å forestille seg* og arbeidet med å *vurdere gyldigheten* av egen modell og sammenligne den med de andres blir naturlig.

Den er selvdifferensierende (Borromeo Ferri R. , 2018) da empirien forteller at bil-temaet treffer *interessefeltet* til elever som vanligvis ikke er så aktive og virket *stimulerende*. Elever som ellers presterer svakt, klarer å finne en løsning og føler mestring. Oppgaven kan også *utvides* (Borromeo Ferri & Lesh, 2013) ved at man oppfordrer elevene til å finne en modell for hvor mye det lønner seg (eller ikke lønner seg) avhengig av avstanden mellom bosted og stasjonen, størrelse på tank og forbruk, altså *generalisere* modellen. Eventuelt spørre «Hvor mye billigere må bensinen være for at du mener det lønner seg?».

Jeg beholder oppgaven som den er, men endrer navnet på den fra «Grenseproblemet» til «Full tank», fordi det høres mer fengende ut.

Ny moped

Deltakerne likte at oppgaven gir mange praktiske muligheter. Den er relevant for livet og spesielt for elever på 10.trinn. Deltakerne sa elevene lærte mye av å jobbe med oppgaven og den fungerte godt til å «forberede elevene på livet som venter» (D4). D5 var litt mer usikker på hvor opptatt ungdommen egentlig er av økonomi.

Oppgaven inneholdt veldig mange opplysninger. D4 syntes det var for mange: «jeg ville latt elevene finne ut mer av opplysningene selv. Da ville de husket på noe, men også glemt noe. Det ville vært læring i det også». D5 opplevde at en del av 8.klassingene slet med å forstå en del ting i oppgavene som f.eks «gebyr», kanskje naturlig siden oppgaven er ment for 10.trinn.

D4 opplevde oppgaven som «mindre kreativ og morsom enn de to første, følte mer som en tradisjonell matteoppgave. De to første oppgavene var så kule at elevene forventet at alle modelleringsoppgaver skulle være det».

Min vurdering

Oppgaven er hentet fra udirs eksempeloppgaver for eksamen 10.trinn 2022. Opprinnelig sto det: «Bruk opplysningene ovenfor til å vise din kompetanse innen modellering og anvendelse». Denne teksten vil neppe elevene forstå, så jeg valgte å endre det til: «Bruk opplysningene til å vurdere hvilke følger kjøpet får for Anne». Jeg er enig i at oppgaven inneholder mye informasjon. Arbeidet med å lete etter relevant informasjon er allerede gjort for elevene fordi den er tenkt brukt på eksamen uten tilgang til internett. Man kan stille spørsmål ved om elevene får brukt hele modelleringssyklusen eller bare deler av den, slik tilfellet er med mange modelleringsoppgaver i skolen (Berget I. , 2022). Elevene blir i stor grad styrt gjennom den informasjonen som er gitt – det blir disse som legger føringer for hvilke forhold som skal med i modellen. Selv om oppgaven er realistisk og autentisk, er jeg som D5, usikker på hvor stimulerende den oppleves av elevene og om de skjønner situasjonen.

Til tross for disse begrensningene velger jeg å beholde oppgaven i heftet. Den representerer en type modelleringsoppgaver det er grunn til å tro at elevene vil møte på prøver og i læringsmaterieell fremover. Jeg kan ta med i lærerveiledningen at den egner seg godt å bruke uten andre kommunikative hjelpemidler. Elevene bør ha blitt kjent med modelleringscyklusen og begrepet modellering på dette tidspunktet. Det er kanskje best å beholde den opprinnelige ordlyden for å få en diskusjon i klassen om hva som ligger i å «vise sin kompetanse i modellering og anvendelse».

Mobilabonnement

Denne oppgaven var den minst vellykkede ifølge deltakerne. Elevene kom raskt til et svar og og neste alle valgte det samme. D4 fikk elevene til å trekke inn andre forhold enn datamengde og pris, som kundeservice, dekning, 5G, størrelse på selskap osv, og hadde en mer positiv erfaring enn de andre deltakerne.

Alle mente på forhånd at oppgaven burde være relevant for elevene fordi den tar opp et tema fra ungdommenes hverdag, men så at «svært få elever hadde begrep om kostnader og abonnement» (D5). Elevene hadde lite kunnskap om den praktiske situasjonen og D6 opplevde at «elevene hadde problemer med å forstå hva de skulle gjøre».

Elevene til D1 sa de var ferdige etter 20 minutter og da var de ikke interesserte i å gjøre flere avklaringer. Ikke alt var negativt. D5 sa oppgaven fungerte greit som folkeopplysning og D4 sa den passet til tverrfaglig arbeid med Livet&Sånn. D1 sa elevene ble litt mer bevisste på mobilpriser og at den knytter skolen fint sammen med livet utenfor.

Tre av deltakerne droppet oppgaven fordi de fryktet at elevene bare ville gå etter abonnementet med mest gigabyte.

Min vurdering

Selv om mobiltelefoner er en sentral del av elevenes hverdag og oppgaven er et ekte problem, så er det tydelig at oppgaven ikke treffer elevene. Det at den er autentisk og fra elevenes verden er ikke noen garanti for at den virker stimulerende og engasjerende. Slik abonnementstilbudene er laget nå, blir informasjonen de finner en ferdig modell. Det blir ikke nødvendig å regne på kostnadene – firmaene tilbyr ferdige pakker der alt er inkludert. En kritisk vinkling av problemet er kanskje mulig gjennom å kritisere tilbudene selskapene gir, men fenger neppe. Selv om den kunne være lærerik og til ettertanke, går ikke elevene gjennom modelleringssyklusen. Den føles meningsløs for elevene (Borromeo Ferri & Lesh, 2013). Sett opp mot Maass sine kriterier for en god oppgave fyller den kun kravene om å være realistisk og autentisk.

Jeg velger å fjerne oppgaven fra det endelige heftet.

Nedbryting i havet

Deltakerne var positive til oppgaven fordi temaet er viktig, samfunnsaktuelt, tverrfaglig og motiverer og engasjerer elevene. «På en måte i motsatt ende av skalaen enn pytagoras og andregradsligninger» (D4). «Elevene leser mye artikler, grafer, tabeller som de finner på nett» (D1) og de brukte teorien i løsningene sine, men det ble lite matematikk ifølge deltakerne. «Mange elever sliter med å forstå hva det vil si å lage en modell i denne sammenhengen» påpekte D1 og sa samtidig at det også gjaldt læreren. «Elevene jobbet godt muntlig, men var ikke så flinke til å dokumentere prosessen skriftlig» (D4). «Tankene var vanskelige å matematisere» i følge D5.

D4 etterlyste en åpnere tilnærming, ikke bare nedbryting, men også produksjon, gjenbruk og transport. Det kunne kanskje gjort det lettere å lage en modell. D4 foreslo også en utvidelse der man så på nedbryting på land.

D1 hadde ikke utarbeidet løsningsforslag på forhånd og sa at det gjorde at han sleit med å støtte elevene og hadde problemer med å forklare hva en modell kunne være.

Min vurdering

Oppgaven er hentet fra læreverket Maximum 8 fra Gyldendal. De har en del utforskende oppgaver. Jeg vurderer den som en modelleringsoppgave basert på Maaß (2007) sine kriterier, den er åpen, sammensatt, aktuell, realistisk og et problem som ikke kan løses umiddelbart ved en rutineoperasjon. Spørsmålet er da om den kan løses gjennom modelleringssyklusen (Blum & Leiß, 2007). Empirien viser at elevene fikk problemer med matematiseringen i prosessen. Elevene forstår problemet og de finner mye relevant informasjon. De sliter kanskje med å forenkle virkeligheten og lage en ekte modell som de kan finne matematikken i. Her må rådet bli at læreren må løse oppgaven og lage to-tre ulike løsninger slik at elevene kan veiledes bedre underveis. Jeg er enig med D4 at forhold som produksjon, gjenbruk og transport bør tas med i modellen.

Jeg beholder oppgaven, men følger oppfordringen til D4 om å ta med flere variabler.

Bassengtabbe

Oppgaven ble beskrevet som «fin», «god», « morsom!» og «super!». Deltakerne likte at den hadde «fin nærhet til praksis» (D1), at den «var konkret» (D5), «elevene forsto den med en gang» (D2) og de kunne «få brukt flere matematiske temaer i løsningen» (D3).

D2 kom med forslag i loggen om å endre fra konditorfarge til at noen hadde kastet opp: «Elevene reagerte på konditorfargen – lite sannsynlig».

Det var et godt innspill som jeg straks formidlet videre til deltakerne som fortsatt ikke hadde levert logg på den oppgaven. Responsen på endringen var positiv. D4: «Morsom oppgave! Spesielt etter den ble endret fra konditorfarge til oppkast med *små biter av mais og paprika flytende i overflaten*». D4 hadde også et forslag til en utvidelse av oppgaven, «burde man tatt med en faktor som gjelder oppvarming av det kalde vannet?». Denne oppgaven førte også til ivrige diskusjoner og refleksjoner hos elevene.

D1: Elevene var veldig overrasket over det de fant ut. Hvor mye vann det var og hvor mye det kostet. De mente vaktmesteren skyldte skolen penger for å dekke det økonomiske! De trodde det var en sann oppgave – en ekte situasjon!

D2 savnet opplysninger om hvor mye vann man tapper ut per minutt og sekund. Usikkerheten førte til stress. Deltakerne løste det på ulike måter.

D2: «Tar det lengre eller kortere tid å tømme enn å fylle? Dette vet jo ikke jeg!» Når vi regnet det ut, så tok det jo dritlang tid!

D1: Mine elever gikk bort til vasken og målte hvor lang tid det tok å helle ut en kartong, og så begynte de å regne ut.

D3: Der skulle vi vel bare gjøre antakelser? Du (til intervjuer) hadde et forslag til hvor mange liter man fylte pr minutt, men ingen ting om tømming. Man må jo tømme bassenget før man kan fylle det igjen.

D5 ville tatt oppgaven i slutten av 9.trinn, ikke i 8., fordi elevene ikke har lært om volum enda. Likevel uttalte D5 at det ble en vellykket time, men kanskje ikke i modelleringssammenheng. «Jeg brukte den utelukkende til å lære om volum. Ikke utelukkende da, vi kjørte jo modelleringssprosessen».

Min vurdering:

Oppgaven tilfredsstillte alle kravene til Maaß (2007) på en utmerket måte. Her må elevene gjøre mange *forenklinger* og *antakelser*, noe som igjen påvirker modellen og resultatet. Åpenheten virker likevel ikke å ha gjort oppgaven for utfordrende. Elevene *skjønner situasjonen* og finner en mengde *relevant data*, som størrelse på bassenget og tid det tar å tømme og fylle. De må anvende flere ulike temaer innen matematikken som måling, tid, geometri og økonomi, og regner på areal og volum og sammenhengen mellom volum og liter. Flere av elevene tror dette faktisk har skjedd, så den virker absolutt *autentisk* og *realistisk*. De aller fleste elever har et forhold til basseng. Her blir virkeligheten og matematikken koblet sammen på en fin måte i modelleringssprosessen.

I tillegg kan oppgaven *utvides* videre av lærer eller elevene selv (Borromeo Ferri & Lesh, 2013). De kan ta med flere forutsetninger som temperatur og økonomi. Hvor lang tid tar det å varme opp vannet til 27 grader? Hvor mye vil det koste? Hva vil lønne seg i sommerferien – tømme bassenget, senke temperaturen eller ha det som det er?

Graden av åpenhet er avhengig av hvor mye informasjon som gis. Man må vurdere om oppgaven skal inneholde informasjon om tid til tømming/fylling. Vi så her at den ene elevgruppen fant en løsning selv med å tømme vann i vasken mens de tok tiden. Jeg kommer til å foreslå et estimat for liter/min, men kun i lærerveiledningen ikke i oppgaveteksten, så er det opp til hver enkelt lærer om de vil bruke opplysningene eller la elevene bruke empiri eller informasjon fra internett.

Opgaven passer kanskje best etter elevene har lært om volum. Deltaker 5 rapporterte om en bra time til tross for at elevene ikke hadde lært det. De gikk steg for steg gjennom modelleringsprosessen sammen. Oppgaven fungerer som fartøy (Barbosa, 2006), som gjør elevene motiverte til å lære om volum. Slik strukturert modellering der elevene ledes gjennom av læreren er også fullt mulig.

Her endrer jeg fra konditorfarge til oppkast i oppgaveteksten. I lærerveiledningen legger jeg til forslag om tømmetid i liter pr minutt, men presiserer at man godt kan la elevene estimere dette. Jeg tar også med at oppgaven egner seg godt til å jobbe med volum.

Drøfting

Målet med studien er å bruke deltakernes erfaringer til å videreutvikle et undervisningsopplegg både med tanke på innhold og hvordan det gjennomføres. Undervisningsopplegget skal hjelpe lærere i gang med modellering. Utgangspunktet er at det er lite modelleringsaktivitet i skolen (Blum W. , 2015) (Jensen, 2009) (Frejd, 2014). For at undervisningsopplegget skal treffe best mulig, må jeg få innsikt i hva som oppleves som de største hindringene for lærerne.

De største utfordringene for modellering i skolen er ifølge forskning, tid, materiale og manglende kompetanse (Borromeo Ferri R. , 2018) (Blum W. , 2015). Kompetansebegrepet inkluderer teori, oppgaver, instruksjon og vurdering. I denne studien skal alle deltakerne gjennomføre like mange økter innen samme tidsrom, alle får utdelt de samme oppgavene og alle får samme kursing på forhånd. Det er likevel ikke slik at alle opplever de samme utfordringene underveis. Det er mange felles utfordringer, men også noen som bare en eller to av deltakerne har. Andre forhold påvirker også hvilke utfordringer man møter. Det kan blant annet være elevenes kompetanse, kulturen i klasserommet og elevene og lærerens holdninger til matematikk generelt. Denne studien har ikke som mål å måle effekten av undervisningsopplegget, jeg kan ikke si noe om årsaksforhold, men jeg kan se etter sammenhenger i empirien.

Empirien i denne studien viser meg at den aller største barrieren for deltakerne når det gjelder å undervise i matematisk modellering, er at de ikke har en klar forståelse av hva det egentlig er. De har ikke hatt om det i utdanningen sin, det har ikke vært noe om modellering i lærebøkene og det har ikke vært modellering på eksamen. Det er svært vanskelig å begynne med noe som man ikke har gjort selv og ikke kan noe særlig om.

Hvilke tanker gjør lærerne seg om modellering?

Deltakerne kommer ofte inn på hvordan modelleringsaktiviteten skal inkluderes i undervisningen. Temaet henger sammen med synet på hvorfor vi skal modellere og hva målet vårt er med modelleringen.

Deltakerne ser for seg at modelleringsoppgaver kan knyttes til de ulike temaene i læreplanen. En mulig tolkning er at lærerne er mest opptatt av modellering som fartøy, der det overordnede målet er å utvikle matematiske begreper og prosedyrer (Barbosa, 2006). Det er matematikken som inngår i oppgavene som er det viktigste. Først gjennomgår man et tema reint matematisk, deretter møter elevene det samme temaet i en modelleringsoppgave. En slik tilnærming vil kunne redusere verdien av modelleringsoppgaven. Elevene vil tro de vet hva som forventes og andre muligheter forblir uprøvd (Niss & Blum, 2020).

En annen tolkning er at deltakerne ønsker at elevene skal få modellere med jevne mellomrom og at oppgavene ikke bør inneholde krav til matematisk forkunnskap som elevene ikke har. De ønsker en grovinndeling av oppgavene etter hvilket klassetrinn de passer til. Da bør «Bassengtabbe» ligge på 9.trinn etter elevene har hatt geometri. Forslaget om at man skal modellere etter hvert kapittel, blir da bare en måte å sikre seg en viss kontinuitet, at det blir gjort. Det er cirka 5-6 temaer i lærebøkene pr år. Det vil i så fall bety

omtrent 2-3 modelleringsoppgaver pr halvår. Siden forskere anbefaler modellering minimum 1-2 ganger i måneden (Borromeo Ferri R. , 2018), bør man velge en annen organisering enn etter lærebøkens inndeling. Faglitteraturen legger ikke mye vekt på hvordan modellering inkluderes, de mener det viktigste er kvaliteten på undervisningen (Niss & Blum, 2020).

Deltakerne er som sagt opptatt av modellering som fartøy. Når de forteller om hvorfor de vil modellere i undervisningen kan det virke som de har et annet fokus. Det er stor overvekt av psykologiske og formative grunner til å modellere (Blum W. , 2015). Først og fremst at det er motiverende for elevene, men også flere andre argumenter.

Det er øktene med de mest åpne oppgavene og egentlig forholdsvis lite matematisk innhold som begeistrer deltakerne og elevene mest. Så selv om deltakerne tilsynelatende er opptatt av modellering for å lære matematiske temaer, så tolker jeg det som at det er de første oppgavene, de som har som hovedmål å lære elevene å modellere, som slår best an og inspirerer mest til videre arbeid. I slike oppgaver blir det å modellere i seg selv sett på som en viktig ferdighet i matematikkfaget (Barbosa, 2006). Noe som også stemmer godt med LK20, der det å modellere er et av kjerneelementene i faget (Utdanningsdirektoratet, 2020) og slik en viktig del av matematikkkompetansen. Min tolkning er at det er fornuftig å starte med modellering gjennom åpne oppgaver der det å lære å modellere er et mål i seg selv. Så kan jeg heller vise lærerne eksempler på oppgaver der matematikken er mer fremtredende for å unngå at lærere som er bekymret for pensum og tid ikke gir modellering en sjanse. De bør også minnes på at elevene lærer modellering ved å modellere (Lesh & Zawojewski, 2007), og man kan ikke forvente at de ved slutten av 10.trinn plutselig skal beherske arbeidsformen.

Synet på hva som er en vellykket økt varierer mellom deltakerne. Min oppfatning er at D4 mener økten er vellykket så lenge den *engasjerer* elevene og er *morsom*, D1 og D5 mener den er vellykket hvis den er *engasjerende*, *morsom* og *lærerik*, mens D6 sier økten er vellykket hvis den er *strukturert*, *lærerik* og *nyttig*. Niss og Blum sier en økt er vellykket hvis modelleringsaktiviteten resulterer i en modell som passer til oppgaven og elevenes modelleringskompetanse utvikler seg positivt. Hvis elevene tenker at noe var morsomt, men at de ikke har lært noe, så vil de ikke ta oppgavene seriøst. Hvis det kombineres med at slike oppgaver kommer sjeldent og kanskje etter en prøve og rett før en ferie, så vil det kunne forsterke inntrykket av at det bare er lek og moro uten krav til elevene. Modellering vil ikke bli oppfattet som en sentral og viktig matematisk kompetanse. Det vil nok gjøre det enda mer utfordrende å få elevene til å gå gjennom alle stegene i modelleringsprosessen og dokumentere hva de har gjort. Av og til er det greit at noe bare er morsomt, men hvis man skal lykkes med å inkludere modellering i undervisningen og utvikle elevenes modelleringskompetanse, er det viktig at *morsomt* også resulterer i en passende modell som valideres og presenteres og at aktiviteten gjentas med jevne mellomrom.

Hvilke utfordringer opplever deltakerne i undervisningen?

Tid

Selv om det ikke var så mange uttalelser om tid i datamaterialet, så viser gjennomføringsgraden at det er en sammenheng mellom følelsen av tidspress og antall økter som er gjennomført. De tre lærerne som synes tid er et problem har til sammen gjennomført

8 økter, mens de andre tre til sammen har gjennomført alle de planlagte 18. En mulig tolkning av at det ikke er gjennomført flere økter er at deltakerne mener de mister tid som de trenger til undervisning av temaene de må få gjennomgått før tentamen.

Felles for deltakerne som gjennomfører få økter er at de synes tentamen kommer brått på og at de må prioritere temaer og arbeidsformer som er best for elevene med tanke på halvårsvurderingen. Deltakeren hadde tre-til fire måneder til gjennomføringen, noe jeg vurderte som tilstrekkelig tid. Samtidig vet vi at læreplanen forplikter og at mange lærere føler de må komme gjennom et visst antall temaer på en begrenset tid (Niss & Blum, 2020). Modellering er tidkrevende i seg selv og følelsen av «å miste» tid kan oppstå (Hana, 2013).

Kanskje er det for optimistisk av meg å tro at seks oppgaver er overkommelig i løpet av et vårsemester. Denne våren er ikke som vanlig, med koronarestriksjoner, hjemmeskole og streik. Disse forholdene kan være med på å øke følelsen av tidspress og tilkortkommethet hos lærerne. Modellering blir sett på som noe som kommer i tillegg til det man *må* få gjort, og oppleves ikke som så nyttig og gunstig for elevene at det er verdt tidsbruken (Fullan, 2007). Det er vanlig at kortsiktige oppgaver forskyver utviklingsoppgaver (Irgens, 2012). Dette prosjektet er et frivillig utviklingsarbeid som jeg har forståelse for at prioriteres ned når de daglige pliktene må bli gjort. I en hektisk hverdag er det også vanlig å prioritere de oppgavene man behersker (Irgens, 2012) og det kan gjøre endring av praksis vanskelig å få til.

Holdning

Siden modelleringsaktivitet skiller seg fra deltakernes typiske undervisning, må læreren nødvendigvis gå inn i en annen rolle i forhold til elevene. I en vanlig time foreleser læreren i et tema for deretter å hjelpe elevene som jobber med mindre oppgaver med kjente algoritmer og en fasit. Nå må læreren vurdere om det elevene gjør er fruktbart eller ikke, vurdere hvordan gripe inn uten å styre for mye og ikke selv kjenne løsningen på problemet. Den didaktiske kontrakten blir utfordret (Brousseau, 1997).

Deltakerne kjenner både på usikkerheten rundt å ikke ha fasit og det å ikke ha samme kontrollen på elevene. Opplevelsen av at timene mangler struktur går igjen i dataene. D6 er deltakeren som synes det er mest utfordrende. Deltakeren reflekterer mye rundt hvordan timene kan gjøres mer strukturerte. D6 mener som skrevet tidligere at en økt er vellykket når den er strukturert, lærerik og nyttig og velger som den eneste, å la elevene jobbe individuelt alle tre øktene som gjennomføres til tross for at gruppearbeid passer spesielt godt til modellering (Blum W. , 2015). Kan det være at D6 opplever så store utfordringer fordi modelleringsøktene utfordrer både lærerens og elevenes vaner og forventninger i ekstra stor grad (Niss & Blum, 2020)?

Det er også elevene i denne klassen som stiller spørsmål med hvorfor de skal jobbe med slike oppgaver. Det kan tolkes som elevene oppfatter oppgavene som uviktige og noe som ikke hører hjemme i matematikkfaget. Rett holdning og villighet til å jobbe med modellering er viktig for å lykkes (Kaiser, 2007). Det gjelder både for læreren og for elevene. Hvis det er matematiske begreper og prosedyrer som blir regnet som *egentlig* matematikk, så er det vanskelig å prioritere modellering. Hvis hverken lærer eller elever oppfatter arbeidsformen

som lærerik og meningsfull, så blir det vanskelig å motivere seg til endret praksis. For at utvikling skal lykkes må deltakeren se at modellering kan gi en langsiktig gevinst selv om det akkurat i øyeblikket ikke føles slik (Irgens, 2012). Det kan godt være D6 synes modellering både er meningsfullt og viktig, men ikke klarer å få elevene til å mene det sammen.

Det kan også tolkes til at D6 underviser i en klasse der klasseledelse er ekstra utfordrende og det kreves særlig god struktur for å skape et godt læringsmiljø. Kanskje er blir det lett uro hvis de bytter plasser, sitter i grupper eller gjøre nye ting. Hvis klassen er vant til å jobbe med samme tema som nettopp er gjennomgått og det er det de får på prøver som motivere dem, så er det ikke alle miljø som klarer å tilpasse seg nye arbeidsformer med en gang. Det lang tid å endre kulturen i en klasse og det tar lang tid å utvikle modelleringskompetanse (Borromeo Ferri R. , 2018). Noen klasser er det mer utfordrende å prøve nye ting i enn andre.

Modelleringsyklusen

Flere av utfordringene deltakerne opplever at elevene har mener jeg kan knyttes direkte til stadiene i modelleringsyklusen. Lærernes respons på flere av utfordringene er nettopp å bruke modelleringsyklusen aktivt for å forbedre undervisningen.

Forstår ikke hva

Alle deltakerne rapporterer om elever som ikke skjønner hva de skal gjøre. Det kan knyttes til første steget i modelleringsyklusen «å forstå situasjonen». Her er det mange ting som kan være uvant. Det kan være at elevene ikke har forståelse for den praktiske situasjonen og derfor ikke klarer å se den for seg. Det kan også være at de er vant til at alle nødvendige opplysninger pleier stå i oppgaver og ikke skjønner at de må finne mer informasjon selv. En tredje mulighet er at de blir handlingslammet av alle mulighetene (Jensen, 2009), de er ikke vant til slik åpenhet og det følger ikke med noen oppskrift for hva som skal gjøres. Det kan selvfølgelig også være at oppgaven ikke treffer interessefeltet til elevene. Hvis den treffer interessefeltet, kan det likevel hende elevene ikke tar seg tid til å lese og forstå oppgaven skikkelig og går rett på å teste operasjoner med de tallene som er oppgitt (Blum W. , 2015). Uansett hvilke av disse forholdene som er årsaken til elevenes usikkerhet, så viser empirien at dette er mest utfordrende de første gangene med modellering og at elevene raskt kommer over denne barrieren. Det er ikke mange økter som skal til før koden er knekt. Det viser at det å modellere er en effektiv måte å lære å modellere på. Et unntak er mangelen på utenommatematisk kunnskap. Det er knyttet til hver enkelt elevs forutsetninger, men trening i å modellere kan kanskje gjøre det enklere å koble skolematematikken og hverdagen utenfor skolen bedre sammen.

På oppgaven *Nedbryting i havet* tror jeg elevene skjønner situasjonen og oppgaven, så usikkerheten knytter seg til steg to og tre i syklusen: «å strukturere situasjonen og lage en forenklet modell av virkeligheten» og å «matematisere». De forstår kanskje ikke hvordan de skal skape struktur i situasjonen og er ikke vant til å stole på sin egen vurderingsevne til å gjøre antakelser. De sliter med å finne matematikken i oppgaven. Det bør nevnes på kurset at man kan trene på deler av syklusen hvis det viser seg at elevene har ekstra vansker med akkurat den delen, for eksempel antakelser.

Selv om det «å forstå situasjonen» og vite hva man skal gjøre er noe elevene raskt blir bedre på av å modellere, så er det viktig at læreren har kjennskap til elevenes forforståelse. Valg av oppgaver må bygge på utenom-matematiske emner som elevene kjenner til og interesserer seg for (Maaß, 2007). I et ferdig oppgavehefte må man prøve seg frem før man vet om oppgavene treffer. Det trenger heller ikke være likt for alle elevene. Mer om oppgavene senere. Jeg mener også det er viktig med meta-læring. Læreren og elevene må snakke sammen om hva som var vanskelig og hvorfor for at elevene skal ha bedre forutsetninger neste gang de modellerer.

Velger enkle løsninger som ikke tolkes

Deltakerne forteller om elever som vil finne svaret raskest mulig. Dette kan tolkes som at elevene er mer opptatt av å finne et svar enn hva de tenker og gjør for å komme frem til svaret. Svarforkus kan være et resultat av erfaringene elevene har gjort seg opp gjennom skoleårene (Schoenfeld, 1992), den tidligere nevnte didaktiske kontrakten (Brousseau, 1997). Hvis de har en oppfatning av matematikk som mange små oppgaver som det er om å gjøre å løse mange av så raskt som mulig, så vil det være vanskelig å ha utholdenhet til store, åpne oppgaver som i tillegg kan ha flere riktige svar. Min erfaring er at elevene som kommer fra barneskolen er veldig svarforkuserte. Jeg må hele tiden gjenta at jeg «ikke er interessert» i svaret, men i hvordan de tenker for å komme frem til det. Jeg kaster også frem en påstand om at *ukritisk* bruk av digitale verktøy med programmer der de i stor grad kun skriver inn svaret og mer eller mindre bare prøver seg frem til det kommer en pokal, bidrar til dette.

Denne utfordringen knytter jeg til fjerde, femte og sjette stege i prosessen, «utregning», «tolkning» og «validering» av det matematiske resultatet. Forskning viser at steg 6 ofte mangler helt hos elevene (Blum W. , 2015). Et forhold som kan bidra til dette problemet er at elevene er vant til at oppgaver har ett rett svar og at læreren, eller iPaden, er den som bekrefter om det de har regnet ut er rett eller feil. Holdningen kan forsterkes ytterligere hvis elevene har en oppfatning av at man må pugge algoritmene fordi matematikk er umulig å forstå. Det kan bli ekstra vanskelig å få elevene til å sjekke om svarene er logiske hvis de tenker at det man lærer på skolen ikke har noe med den virkelige verden å gjøre (Lesh & Zawojewski, 2007). Forskningen stemmer godt med mine egne erfaringer i klasserommet selv om jeg prøver å være prosessorientert og ikke resultatfokusert. Elever kan svare ting som jeg tenker åpenbart er et logisk brudd uten at de reagerer. Jeg må spørre spesifikt om «dette kan stemme» og selv da opplever jeg at de trekker på skuldrene og sier «vet ikke, gjør det?».

Enkle matematiske prosedyrer og ingen generalisering

Noen av deltakerne er skuffet over lavt nivå på matematikken i elevenes løsninger og ønsker å «hjelp» elevene til å generalisere mer. Dette er også resultat som stemmer godt med forskning på feltet. I begrepet «A few years gap problem» (Treilibs, Burkhardt, & Low, 1980) ligger det at elever har en tendens til å ikke bruke egnet matematikk selv om de har lært det. Så når elevene ikke bruker funksjoner for å bestemme beste mobilabonnement, så er det antakeligvis fordi det er så kort tid siden de lærte om temaet at de ikke klarer å bruke prosedyrene.

Utfordringene er knyttet til det fjerde steget i syklusen «utregning». Det er nok fristende å dytte elevene mot den matematikken man håper de vil bruke. Nå sier ikke deltakerne at de har gjort det i gjennomføringen av øktene, men de diskuterer hvordan de skal få det til. Niss og Blum (Niss & Blum, 2020) er enig med D6 og advarer mot bruk av temaer man nettopp har gjennomgått. Det må konsolideres skikkelig før elevene evner å benytte dem og læreren kan bli fristet til å styre elevene for mye. Da vil ikke lenger modellen være elevenes egen og det blir mye vanskeligere for elevene å analysere sin egen og andres modeller og sammenligne dem. For å utvikle best mulig modelleringskompetansen er det derfor viktig at elevene får jobbe selvstendig (Leiß, 2007) med minst mulig hjelp fra læreren. Forskningen viser at lærere har en tendens til å favorisere sine egne løsninger (Borromeo Ferri R. , 2018), så det må man være veldig oppmerksom på.

Selv har jeg opplevd at en vikar som var støttelærer i timen min ødela den gjennom velment hjelp til flere av de svakestpresterende elevene. Til tross for at dette var en modelleringsoppgave som kunne løses reint praktisk, endte det med at gruppene de var på hadde de mest teoretiske løsningene, og de var merkelig like. Elevene som kunne opplevd mestring denne timen satt igjen og forsto lite av det de hadde gjort. De klarte hverken å validere eller presentere løsningene sine.

En av deltakerne foreslår at man kan vise elevene eksempler på hvordan en oppgave kan løses. Selv om det er de mer avanserte modellene man vil få frem, mener jeg man bør vise eksempler på praktiske løsninger sammen med generaliserte løsninger. Slik kan man utfordre de faglig sterkeste elevene og løfte frem de svakestpresterende elevene. Samtidig må man legge vekt på at dette er mulige løsninger, de er ikke riktigere enn andre, men de som er generaliserbare kan utvides til å gjelde også i andre situasjoner. Så kan elevene diskutere om det stemmer og om de kan komme med forslag til når den kan være aktuell.

Elevene skriver ikke

Alle deltakerne opplever utfordringer med å få elevene til å dokumentere prosessen og resultatet. Denne utfordringen er egentlig knyttet til hele modelleringscyklusen, men det er når løsningen skal presenteres det blir tydelig dersom prosessen ikke er dokumentert. I steg 7 i prosessen skal elevene presentere og argumentere for løsningen sin. Deltakerne sier elevene er flinkere muntlig enn skriftlig, men det tolker jeg til å gjelde underveis mens de arbeider, ikke når de presenterer. Flere av elevene fikk problemer med å forklare bakgrunnen for løsningen sin og da faller litt av grunnlaget for å kunne reflektere rundt den bort. Responsen fra deltakerne er å bruke modelleringscyklusen aktivt i undervisningen for å hjelpe elevene å strukturere sitt eget arbeid. De lager ulike hjelpeark både fysisk og digitalt som elevene kan bruke mens de jobber og slik hjelper de elevene til å orientere seg bedre og til å forstå hva som forventes av dem. Resultatet er forhåpentligvis bedring av modelleringskompetansen.

Ved å aktivt bruke modelleringscyklusen med elevene vil læreren strukturere timene for begge. De vil samtidig lettere kunne veilede elevene gjennom aktiviteten og klargjøre hvilke forventninger de har til hvert steg i prosessen. Til slutt vil de også ha et godt verktøy til å vurdere elevenes modelleringskompetanse, både i den enkelte timen og som sluttvurdering på små og store prøver (Borromeo Ferri R. , 2018). Mitt inntrykk er at jo tryggere deltakerne

er blitt på modelleringssyklusen og strukturering av timen, desto mindre bekymrer de seg for vurdering av modelleringskompetansen til elevene. Tre av deltakerne fikk øve seg på å vurdere modelleringsoppgaver på tentamen. De utarbeidet felles retningslinjer for med god hjelp av erfaring og materialer fra denne studien.

Analysen viser at flere av utfordringene elevene har som er knyttet til stegene i modelleringssyklusen, er resultater av vaner, forventninger og holdninger det har tatt lang tid å utvikle. For å klare å endre disse oppfatningene må klasseromskulturen endres (Lesh & Zawojewski, 2007). Den didaktiske kontrakten må utfordres og for å gjøre det må læreren endre praksis. Det er ikke noe man klarer gjennom en eller to kurskvelder og et par øveoppgaver. Det krever systematisk arbeid over en lengre periode. Jeg ser likevel at det er viktig å snakke om når jeg skal motivere lærerne til å prøve ut modellering i klasserommet.

Hvordan erfarer lærerne oppgavene?

Selve oppgavene i heftet er vurdert i detalj under resultater. Her drøfter jeg problemstillinger rundt betydningen av heftet.

Det kommer helt tydelig frem i empirien at deltakerne mener et oppgavehefte er helt avgjørende både for å komme i gang med modellering og for å fortsette med det. Det bekrefter forskningen som mener at tilgang til materiale er en av hovedbarrierene for modellering i skolen (Borromeo Ferri R. , 2018).

Deltakerne sier de er mer kompetente til å lage oppgaver selv allerede etter noen få økter i klasserommet. Likevel mener de at tilgang på oppgaver er nødvendig for at de faktisk kommer til å modellere. Det kan være tidspresset i hverdagen som ble drøftet tidligere, at det blir for tidkrevende å lage oppgaver selv, da gjør man heller noe annet. Det bør ikke være så overraskende at ferdige oppgaver er viktig siden man vet at lærebøkene i stor grad er med på å styre læreres undervisning (Imsen, 2009).

For å lage gode oppgaver må man ha god modelleringskompetanse selv (Maaß, 2007). Man må kunne se for seg mulighetene og utfordringene elevene møter når de skal løse den, ha en følelse med tidsbruken, at temaet treffer osv. Flere av deltakerne forkastet oppgaver fra heftet fordi de mente de ikke var gode nok eller ikke passet elevenes nivå (Maaß, 2007). Faren med et oppgavehefte er at det blir for generelt for å treffe alle. Samtidig er det en av styrkene til modelleringsoppgaver, at de er selvdifferensierende (Borromeo Ferri R. , 2018) slik at samme oppgave kan brukes på ulike trinn og av elever med ulik kompetanse.

I heftet er det med hensikt lite variasjon av typen oppgaver. Det vil kanskje være lurt å vise lærerne et større spekter av oppgaver, modellering som kritikk, tverrfaglige eller oppgaver som krever lengre økter med modellering. Jeg ser for meg et ekstrahefte med flere oppgaver for dem som vil ha mer, men det vil ikke ligge innenfor dette undervisningsopplegget. Jeg bør nevne at i noen oppgaver er det ikke helt feil å snakke om en fasit – eller en optimal modell. Hvis deltakerne hadde valgt «Strikkhopp med Barbie» så ville eksperimentering gitt dem et sett data som de kunne satt inn i et koordinatsystem, de kunne gjennomført regresjonsanalyse og brukt ekstrapolasjon (Hana, 2013) til å beregne hvor mange strikker de vil komme til å trenge for å gjennomføre «det store hoppet».

Oppsummering

Kort oppsummert viser empirien at den største barrieren for å begynne med matematisk modellering er at lærerne ikke vet hva det er og at det ikke er lett tilgang på oppgaver. Modellering skiller seg så mye fra vanlig undervisning at det skaper usikkerhet både hos elevene og læreren rundt hva man skal gjøre, hvordan man skal modellere og hvordan det skal vurderes. Det er disse utfordringene et kurs i modellering må prøve å forholde seg til.

Hvordan kan lærernes erfaringer bidra til å utvikle designen av undervisningsopplegget?

Den viktigste erfaringen jeg sitter igjen med fra deltakerne er at man lærer å modellere gjennom å modellere! Den erfaringen bruker jeg når jeg endrer på kursopplegget. Da jeg laget det første manuset prioriterte jeg vekk at deltakerne skulle modellere selv fordi tiden var så begrenset. Nå lar jeg kurset starte med at deltakerne får en modelleringsoppgave. De skal jobbe i grupper slik elevene gjør siden det stimulerer diskusjoner og felles refleksjoner (Borromeo Ferri R. , 2018). Empirien har vist meg at deltakernes erfaringer i klasserommet gjør at de ser innholdet på kurskvelden i et helt annet perspektiv. Jeg håper å oppnå det ved å organisere kurskvelden rundt aktiv modellering. Slik kan jeg både demonstrere læringsstøttende undervisning og en klasseromskultur som er læringsfokusert.

Deltakerne vil, gjennom å modellere, forhåpentligvis kunne se for seg både elevenes og egne utfordringer. Eg bruker delvis samme teori som første kurset, men organiserer det rundt stegene i deltakernes modellering og vektlegger det empirien forteller er de største utfordringene. Modelleringssyklusen demonstreres på en måte som jeg håper skal gi større forståelse enn en teoretisk gjennomgang. Jeg har valgt å forenkle en del av punktene fra første presentasjonen og bruke et hverdagslig språk. I loggene ser jeg at deltakerne slet med å huske teori fra kurset. Det er mye nytt, og de bør ikke overveldes av tekstmengde og fagterminologi.

Jeg bruker to av oppgavene som lærerne seinere skal bruke i egne klasserom på kurskvelden. Det vil gi dem trygghet når de selv skal prøve seg med egne elever. «Verden største sko» velger jeg fordi det er den første i heftet. Flere av deltakerne etterlyser fasit på oppgavene, noe jeg ikke har, men gjennom kurset vil de se flere ulike løsningsforslag.

«Full tank» velger jeg fordi den setter litt større krav til den ekte modellen og den matematiske modellen. Her er det flere faktorer å ta hensyn til. Betydningen av å være innom alle de ulike stegene i prosessen vil være tydelig.

Jeg tar med ulike eksempler på elevløsninger for å vise hva en modell kan være. Flere av deltakerne i studien er usikre på hva som ligger i begrepet. Da viser jeg også bredden i svarmulighetene, fra helt praktiske løsninger med mange forenklinger, til mer generelle modeller.

Presentasjonen vil ha mye større vekt på modelleringssyklusen for elevene enn den opprinnelige. Betydningen av struktur både for lærerne og elevene ble svært tydelig i datamaterialet. Det å være trygge på stegene i prosessen gjør det også mye lettere å snakke om vurdering av modelleringskompetanse (Borromeo Ferri R. , 2018). Jeg lar lærerne selv

prøve å modellere ved å bruke ulike hjelpespørsmål. Da vil de erfare hvordan de kan være til hjelp i prosessen og få et bevisst forhold til hvilke hjelpespørsmål de selv velger å bruke.

Utfordringene med modellering har jeg endret en del på. Jeg har lagt hovedvekt på de som har kommet frem i denne studien. Nå kan jeg si at «lærere som har gjennomført dette opplevde at..». Elevenes og lærernes utfordringer er delt og blir tatt sammen med hver sin oppgave. Elevenes utfordringer først, slik at lærerne kan tenke gjennom det før de reflekterer rundt hva de selv vil synes er vanskelig. Empirien har vist at det henger sammen.

I tekstutdraget fra læreplanen har jeg valgt å fremheve ordene «innsikt i», «lage» og «vurdere». Disse dekker Jensens (2009) definisjon av modelleringskompetanse og gjør en egen side om disse unødvendig. Jeg velger heller å gå rett til sammenhengen mellom modelleringskompetanse og modeleringssyklusen (Borromeo Ferri R. , 2018), denne gangen på samme side for å tydeliggjøre at hver underkompetanse kan knyttes til et steg i syklusen.

Deltakerne gir uttrykk for at de ønsker teorien og materialet i samme dokument som oppgavene fordi det er upraktisk å finne frem to ulike dokumenter når de skal forberede undervisningen. Jeg velger derfor å legge teorien, tipsene og oppgavene inn i samme dokument. For å lette planleggingen og refleksjon. Jeg har valgt å ha oppgavene på PowerPoint fordi det egner seg godt på digitale tavler i klasserommet. Oppgavene egner seg også godt som utskrifter, lett å lese og inspirerende bilder.

Sluttproduktet av studien er derfor to PowerPoint-presentasjoner. Den ene er kurset og den andre er oppgaveheftet. Begge ligger som vedlegg.

Organisering av undervisningsopplegget

Deltakerne er klare på at det at de må reflektere rundt øktene gir større læringsutbytte. For å sikre best mulig implementering av kursopplegget, velger jeg å be kursdeltakerne skrive et refleksjonsnotat etter hver økt. Etter tips fra deltaker 1 og i samsvar med forskning (Ertesvåg, 2012), legger jeg opp til en samling nummer 2, der lærerne deler erfaringene sine og drøfter ulike elevsvar. Dette kan gjennomføres i møtetiden på den enkelte skole. Helst en uke etter kurset. Det å skulle møtes igjen vil forhåpentligvis øke andelen lærere som faktisk tester ut modellering i egen klasse. Siden man lærer å modellere av å modellere vil de ha et mye bedre grunnlag for å diskutere modelleringssyklusen, hvordan undervise og hvordan vurdere. Det vil gi dem anledning til å drøfte hvordan de skal jobbe videre med modellering og slik sørge for videreføring og utvikling. Det at matematikklærerne gjør dette sammen øker også sannsynligheten for å lykkes med endringsarbeidet og at kurset har en effekt (Ertesvåg, 2012).

Studiens begrensninger

Det er en kvalitativ studie med de begrensningene det legger på overføringsverdien. Den er gjennomført parallellt med innføringen av LK20. Det er naturlig at økt fokus på modellering vil endre situasjonen når det gjelder tilgang på oppgaver. Det er likevel grunn til å anta at behovet for kursing fortsatt er aktuelt.

Videre forskning

Med ny læreplan er det økt oppmerksomhet på modellering og anvendelse. Jeg synes det kunne vært interessant å forske på eksempeloppgavenes påvirkning på lærernes forståelse av modellering og anvendelse.

Et annet interessant forhold er betydningen av lærerens holdning til matematikk genrelt og modellering spesielt for utfordringene de møter i undervisningen.

Referanser

- Barbosa, J. (2006, juni). Mathematical modelling in classroom: A socio-critical and discursive perspective. *ZDM: The international Journal on Mathematics Education* 38-3, ss. 293-301.
- Befring, E. (2015). *Forskningsmetoder i utdanningsvitenskap*. Oslo: Cappelen Damm Akademisk.
- Berget, I. (2022). Mathematical modelling in textbook tasks and national examination in Norwegian upper secondary school. *Nordic Studies in Mathematics Education*, ss. 51-70. Hentet mai 04, 2022 fra http://ncm.gu.se/wp-content/uploads/2022/02/27_1_051070_berget.pdf
- Berget, I. L., & Bolstad, O. H. (2019). Perspektiv på matematisk modellering i Kunnskapsløftet og Fagfornyinga. *Nordisk tidsskrift for utdanning og praksis*, 13, ss. 83-97. Hentet fra <https://utdanningogpraksis.no/index.php/up/article/view/1882>
- Bjørndal, C. (2002). *Det vurderende øyet. Observasjon, vurdering og utvikling i undervisning og veiledning*. Oslo: Gyldendal Akademiske.
- Bjørndal, C. (2004). Refleksivitet omkring aksjonsforskerens påvirkning. I T. Tiller, *Aksjonsforskning i skole og utdanning* (ss. 117-141). Cappelen Damm Akademisk.
- Bjørndal, K. E. (2013). Pedagogisk designforskning - en forskningsstrategi for å fremme bedre undervisning og læring. I M. T. Brekke, *Læreren som forsker - Innføring i forskningsarbeid i skolen* (ss. 246-259). Oslo: Universitetsforlaget.
- Blomhøj, M. (2000). Full fart og bremsen i. I M. Høines, V. Hartz, K. Valby, A. Kristiánsdóttir, & L. Håggblom, *Matematikk & undervisning* (ss. 117-124). Norden .
- Blum, W. (2011). Can Modelling Be Taught and Learnt? Some Answers from Empirical Research. I G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri, & G. Stillmann, *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling* (ss. 15-30). Springer. Hentet januar 27., 2021 fra https://www.researchgate.net/publication/279478754_Mathematical_Modelling_Can_It_Be_Taught_And_Learnt
- Blum, W. (2015). Quality teaching of mathematical modelling: What do we know, what can we do? I S. J. Cho, *The proceedings of the 12th international congress on mathematical education. Intellectual and attitudinal challenges* (ss. 73-96). Springer Open.
- Blum, W., & Leiß, D. (2007). How do students and teachers deal with modelling problems? . I C. Haines, W. Blum, P. Galbraith, & K. S, *Mathematical modelling (ICTMA 12): Education, engineering and economics* (ss. 222-231). Chichester: Horwood Publishing.
- Borromeo Ferri, R. (2010). On the influence of mathematical thinking styles on learners' modeling behavior. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 31, ss. 99-118. doi:doi: 10.1007/s13138-010-0009-8
- Borromeo Ferri, R. (2018). *Learning how to teach mathematical modeling in school and teacher education*. Cham, Sveits: Springer International Publishing AG .
- Borromeo Ferri, R., & Blum, W. (2010). Mathematical Modelling in Teacher Education - Experiences from a Modelling Seminar. (V. Durand-Guerrier, S. Soury-Lavergne, & F. Arzarello, Red.) *CERME-6 - Proceedings of the Sixth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, ss. 2046-2055.

- Borromeo Ferri, R., & Lesh, R. (2013). Should interpretation systems be considered as models if they only function implicitly? I G. Stillman, *Teaching mathematical modelling: Connecting to research and practice* (ss. 57-66). New York: Springer.
- Brousseau, G. (1997). *Theory og didactical situations in mathematics*. Dordrecht: Kluwer.
- Collins, A. (1992). Toward a design science of education. I E. Scanlon, & O'Shea, *New directions in educational technology* (ss. 15-20). Berlin: Springer Verlag. doi:DOI: 10.1007/978-3-642-77750-9_2
- Eikeland, O., & Fossetøl, K. (1998). *Kunnskapsproduksjon i endring. Nye erfarings- og organisasjonsformer* (4. utg.). Oslo: Arbeidsforskningsinstituttet. Hentet fra <https://www.nb.no/nbsok/nb/053543c81c5325eb7b9967f1947ae66d?lang=no#0>
- Eksamensgruppa. (2019). *Vurderinger og foreløpige anbefalinger fra eksamensgruppa*. Kunnskapsdepartementet. Hentet fra <https://www.udir.no/tall-og-forskning/finnforskning/rapporter/vurderinger-og-forelopige-anbefalinger-fra-eksamensgruppa/>
- Ertesvåg, S. K. (2012). *Leiing av endringsarbeid i skulen*. Oslo: Gyldendal Norsk Forlag AS (Akademisk).
- Fixsen, D. L. (2005). *Implementation Research: A Synthesis of the Literature*. Tampa, Florida: University of South Florida. Hentet mars 22, 2022 fra https://www.researchgate.net/publication/283997783_Implementation_Research_A_Synthesis_of_the_Literature/link/5806546d08aeb85ac85f45fe/download
- Frejd, P. (2014, desember, 5.). Modes of Mathematical Modelling: An analysis of how modelling is used and interpreted in and out of school settings. Linköping, Sverige.
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an Educational Task*. Dordrecht: Reidel.
- Fullan, M. (2007). *The new meaning of educational change* (4.utg.). New York: Teacher College Press.
- Furu, E. M. (2013). Lærerstudenten som aksjonslærer i klasserommet. I M. Brekke, & T. Tiller, *Læreren som forsker - Innføring i forskningsarbeid i skolen* (ss. 45-61). Oslo: Universitetsforlaget.
- Geertz, C. (1973). *The Interpretation of cultures*. New York: Basic Books.
- Geiger, V. (2019). Using mathematics as evidence supporting critical reasoning and enquiry in primary science classrooms. *ZDM-Mathematics Education*(51 (7)), ss. 929-940. doi:doi.org/10.1007/s11858-019-01068-2
- Hana, G. M. (2013). *Matematiske byggesteiner*. Oslo: Caspar Forlag A/S.
- Hattie, J. (2009). *Visible learning. A synthesis of over 800 meta-analyses relating to achievement*. London/New York: Routledge.
- Higgins, B., Miller, M., & Wegmann, S. (2007). Teaching to the test...not! balancing best practice and testing requirements in writing. *The Reading Teacher*, ss. 310-319. doi:DOI:10.1598/RT.60.4.1
- Hiim, H. (2010). *Pedagogisk aksjonsforskning - Tilnærminger, eksempler og kunnskapsfilosofisk grunnlag*. Oslo: Gyldendal Akademiske .
- Imsen, G. (2009). *Lærerens verden*. Oslo: Universitetsforlaget .

- Irgens, E. J. (2012). Profesjon, samarbeid og læring. I M. Postholm, *Lærerens læring og ledelse av profesjonsutvikling* (ss. 217-231). Trondheim: Tapir. Hentet mars 23., 2022 fra https://www.academia.edu/1795311/Irgens_E_J_2012_Profesjonalitet_samarbeid_og_l%C3%A6ring_I_Postholm_M_B_L%C3%A6reres_l%C3%A6ring_og_ledelse_av_profesjonsutvikling_Trondheim_Tapir_s_217_231
- Jablonka, E., & Gellert, U. (2010). Ideological roots and uncontrolled flowering of alternative curriculum conceptions. I *Proceedings of the Sixth International Educations and Society Conference* (ss. 31-49). Berlin: Freie Universität Berlin. Hentet fra <https://www.mescommunity.info/mes6a.pdf>
- Jensen, T. H. (2009). Modelling versus problemløsning - om kompetencebeskrivelser som kommunikasjonsverktøy. *Mona. Matematik- og naturfagsdidaktik - tidsskrift for undervisere, forskere og formidlere*(2), ss. 37-54.
- Jessen, B., & Kjeldsen, T. (2021). Matematisk modellering i vitenskapelige sammenhenger og i dansk videregående opplæring: er det noen relasjoner? *Kvadrant*, ss. 37-57. Hentet Mai 04, 2022 fra <https://doi.org/10.48489/quadrante.23658>
- Julie, C. (2002). Making Relevance Relevant in Mathematics Teacher Education. Cape Town, Sør-Afrika. Hentet desember 6, 2020 fra <https://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.495.9845&rep=rep1&type=pdf>
- Kaiser, G. (2007). Modelling and modelling competencies in school. I C. Haines, W. Blum, P. Galbraith, & S. Khan, *Mathematical Modelling (ICTMA12): Education, Engineering and Economics* (ss. 168-175). Chichester: Horwood Publishing.
- Kaiser, G., & Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *ZDM Mathematics education*, ss. 302-310.
- Kirke-, u. o. (1996). *Læreplanverket for den 10.årige grunnskolen*. Det kongelige kirke-, utdannings- og forskningsdepartement.
- KL06. (2019, april 12). Hentet fra [udir.no: https://www.udir.no/kl06/MAT1-04/Hele/Kompetansemaal/kompetansemal-etter-10.-arssteget](https://www.udir.no/kl06/MAT1-04/Hele/Kompetansemaal/kompetansemal-etter-10.-arssteget)
- Klette, K. (2013). Hva vet vi om god undervisning? Rapport fra klasseromsforskningen. I R. Krumsvik, & R. Säljö, *Praktisk-pedagogisk utdanning: en antologi* (ss. 173-201). Bergen: Fagbokforlaget.
- Klette, K. (2013). Hva vet vi om god undervisning? Rapport fra klasseromsforskningen. I R. Krumsvik, & R. Säljö, *Praktisk pedagogisk utdanning. En antologi.* (ss. 173-201). Bergen: Fagbokforlaget.
- Kleven, T. A., & Hjordemaal, F. R. (2018). *Innføring i pedagogisk forskningsmetode*. Bergen: Fagbokforlaget .
- Kvale, S., & Brinkmann, S. (2015). *Det kvalitative forskningsintervju*. Gyldendal Akademisk.
- Lampert, M. (1990). When the problem is not the question and the solution is not the answer: Mathematical knowing and teaching. *American Educational Research Journal*, 27, ss. 29-63. Hentet fra [https://mathed.byu.edu/kleatham/Classes/Fall2010/MthEd590Library.enlp/MthEd590Library.Data/PDF/Lampert%20\(1990-3702203392/Lampert%20\(1990.pdf](https://mathed.byu.edu/kleatham/Classes/Fall2010/MthEd590Library.enlp/MthEd590Library.Data/PDF/Lampert%20(1990-3702203392/Lampert%20(1990.pdf)

- Leiß, D. (2007). *Hilf mir es selbst zu tun. Lehrerinterventionen beim mathematischen Modellieren*. Hildesheim/Berlin: Franzbecker. Hentet fra Dominik Leiss. Hilf mir es selbst zu tun. Lehrerinterventionen beim mathematischen Modellieren - PDF Free Download (docplayer.org)
- Lesh, R., & Zawojewski, J. (2007). Problem solving and modeling. I F. Lester Jr., *Second handbook of research in mathematics teaching and learning* (ss. 763-804). Charlotte,NC: Information Age.
- Lesh, R., Hoover, M., Hole, B., Kelly, A., & Post, T. (2000). Principles for Developing Thought-revealing Activities for Students and Teachers. I A. Kelly, & L. R., *Handbook of Research Design in Mathematics and Science Educations* (ss. 591-645). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates. Hentet fra https://web.phys.ksu.edu/current/seminar/spring2005/Principles%20for%20Developing%20Thought-Revealing%20Activities-Lesh_etal.pdf
- LK20. (2020). *Læreplanverket*. Hentet fra udir.no: <https://www.udir.no/lk20/mat01-05/om-faget/kjerneelementer>
- Morgan, D. (1996). Focus Groups. *Annual Review of Sociology*, 22, ss. 129-152.
- Maaß, K. (2007). Modelling in class: What do we want the students to learn? I C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, & S. Khan, *Mathematical Modelling - Education, Engineering and Economics* (ss. 65-78). Chichester : Horwood Publishing.
- Maaß, K., & Engeln, K. (2018). Impact of professional development involving modelling on teachers and their teaching. *The International Journal on Mathematics Education*, ss. 273-285. doi:<https://doi.org/10.1007/s11858-018-0911-y>
- NESH. (2016). *forskningsetikk.no*. Hentet fra Den nasjonale forskningsetiske komite for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi: <https://www.forskningsetikk.no/ressurser/publikasjoner/forskningsetiske-retningslinjer-for-samfunnsvitenskap-humaniora-juss-og-teologi/>
- Niss, M., & Blum, W. (2020). *The Learning and Teaching of Mathematical Modelling*. Oxon og New York: Routledge.
- Niss, M., & Jensen, T. (2002). *Kompetencer og matematiklæring: Ideer og inspirasjon til udvikling af matematikundervisning i Danmark*. København: Undervisningsministeret.
- Ollestad, A., & Tveit, A. (2016, oktober 4.). Hva skaper endring i lærernes praksis og hva hindrer denne endringen? *Utdanning*, 2016(16). Hentet mars 28., 2022 fra <https://www.utdanningsnytt.no/skoleutvikling/hva-skaper-endring-i-laerernes-praksis-hva-hindrer-denne-endringen/144348>
- Schmidt, B. (2011). Modelling in the Classroom: Obstacles from the Teacher's Perspective. I G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri, & G. Stillman, *Trends in Teaching and Learning of the Mathematical Modelling* (ss. 641-651). Springer.
- Schoenfeld, A. (1992). Learning to think mathematically: Problemsolving, metacognition and sense making in mathematics. I D. Grouws, *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (ss. 334-370). New York: MacMillan. Hentet fra https://www.researchgate.net/publication/289963462_Learning_to_think_mathematically_Problem_solving_metacognition_and_sense_making_in_mathematics

- Thagaard, T. (1998). *Systematikk og innlevelse. En innføring i kvalitativ metode*. Bergen: Fagbokforlaget Vigmostad & Bjørke AS.
- Tiller, T. (2004). *Aksjonsforskning. I skole og utdanning*. Kristiansand: Høyskoleforlaget.
- Toppol, A. K. (2012). "Da klokka klang..." - om timesignaturane til matematikk og naturfag. I P. Haug, *Kvalitet i opplæringa. Arbeid i grunnskulen observert og vurdert* (ss. 122-13). Oslo: Det Norske Samlaget.
- Treilibs, V., Burkhardt, H., & Low, B. (1980). *Formulation Process in Mathematical Modelling*. Nottingham: Shell Centre Publications.
- udir.no. (2019, November 18). *udir.no*. Hentet fra <https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/stotte/hva-er-kjerneelementer/>
- Utdanningsdirektoratet. (2006). *Læreplan i matematikk fellesfag*. Hentet November 14, 2020 fra <https://www.udir.no/kl06/MAT1-04/Hele/Formaal>
- Utdanningsdirektoratet. (2020). *Læreplan i matematikk 1.-10.trinn (MAT01-05)*. Hentet 7.november 2020 fra Utdanningsdirektoratet: <https://www.udir.no/lk20/mat01-05>
- Utdanningsdirektoratet. (2022). *Eksempeloppgaver i matematikk*. Hentet fra <https://www.udir.no/eksamen-og-prover/eksamen/eksempeloppgaver/eksempeloppgaver-i-matematikk-grunnskolen/>
- Van Den Heuvel-Panhuizen, M. (2003). The Didactical Use of Models in Realistic Mathematics Education: An Example from a Longitudinal Trajectory on Percentage. *Educational Studies in Mathematics, Vol 54, No.1*, ss. 9-35. Hentet fra <http://www.jstor.org/stable/3483213>
- van Manen, M. (1997). *Researching Lived Experience: Human Science for an Action Sensitive Pedagogy*. Left Coast Press.
- Ärlebäck, J. (2010). Towards understanding teacher's beliefs and affects about mathematical modelling. Linköping, Sverige. Hentet fra (PDF) Mot å undervurdere lærernes tro og påvirkninger på matematisk modellering (researchgate.net)
- Aas, M. (2013). *Ledelse av skoleutvikling*. Oslo: Universitetsforlaget.

Vedlegg

Vedlegg 1: Informasjonsskriv med samtykkeerklæring

Vedlegg 2: Intervjuguide startintervju

Vedlegg 3: Intervjuguide sluttintervju

Vedlegg 4: Kurs i matematisk modellering 2 (ny versjon)

Vedlegg 5: Oppgavehefte med lærerveiledning 2 (ny versjon)

Vil du delta i forskningsprosjektet

«Hvordan opplever en gruppe lærere å undervise i matematisk modellering etter et ferdig opplegg? Hvilke tanker gjør de seg om videre arbeid med modellering?»

Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å få kunnskap om hvordan et ferdig opplegg i matematisk modellering oppleves av deltakerne og hva de tenker om videre arbeid med modellering etter deltakelsen. I dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg.

Formål

Studiet gjøres i forbindelse med en masteroppgave ved Høgskulen i Volda, AHL. Formålet er å få erfaring med hvordan et ferdig opplegg med veiledning og modelleringsoppgaver oppleves av en gruppe lærere på ungdomsskolen. Vi ønsker:

- Innsikt i hvilke tanker deltakerne har om modellering i forkant av studien og etter veiledningen og undervisningen er gjennomført.
- Beskrivelser av erfaringer og utfordringer underveis, både med planlegging og gjennomføring i klasserommet.
- Tilbakemelding på oppgavesettet og veiledningen. Tanker om hvordan opplegget kan forbedres.

Vil et ferdig opplegg kunne bidra til mer bruk av matematisk modellering i ungdomsskolen? Hva vil en gruppe lærere mene er en god utforming av kurs og oppgaver?

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?

Institutt for pedagogikk ved Høgskulen i Volda er ansvarlig for prosjektet.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?

Du er ønsket som deltaker fordi du jobber som matematikklærer ved en ungdomsskole i Ålesund kommune. Dere er kontaktet pr telefon og epost til avdelingslederen for ungdomstrinnet ved skolen deres.

Hva innebærer det for deg å delta?

Hvis du velger å delta i prosjektet, innebærer det følgende:

- Et gruppeintervju ved start og slutt. Startintervjuet vil ta ca 30-40 min. Sluttintervjuet vil ta ca 45-60 min.
- Delta på en forelesning/veiledning i matematisk modellering. Tid: 1 time
- Gjennomføre ca 6 oppgaver i matematisk modellering i klasserommet. Dette skal gjennomføres i løpet av ca 3 måneder.
- Elektronisk logg skal skrives etter hver økt.

Intervjuet foregår på skolen og tas opp på lydbånd. Det som blir sagt transkriberes seinere.

Intervju 1: Dere vil få spørsmål om alder, erfaring, utdanning og syn på modellering.

Intervju 2: samtale rundt de erfaringene deltakerne har gjort seg i løpet av studiet. Hva har fungert godt, hva har vært utfordrende, hva kunne vært gjort annerledes – både i undervisningen, i kurset og med oppgavene.

Loggen blir registrert elektronisk.

Det er frivillig å delta

Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle dine personopplysninger vil da bli slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger

Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket. Det vil kun være undertegnede og min veileder som har tilgang til opplysningene. Navn og kontaktopplysningene dine vil bli erstattet med en kode som lagres på egen navneliste adskilt fra øvrige data. Datamaterialet lagres på en egen server som er innelåst i mitt hjem. Deltakerne vil ikke kunne gjenkjennes i publikasjonen. Utdanning og erfaring omtales i analysen.

Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?

Opplysningene anonymiseres når prosjektet avsluttes/oppgaven er godkjent, noe som etter planen er ved utgangen av 2021. Anonymiserte data oppbevares i tilfelle videre forskning ved prosjektslutt.

Dine rettigheter

Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert om deg, og å få utlevert en kopi av opplysningene,
- å få rettet personopplysninger om deg,
- å få slettet personopplysninger om deg, og
- å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?

Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra Høgskulen i Volda, AHL har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Hvor kan jeg finne ut mer?

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

- Høgskulen i Volda ved Ingeborg Lid Berget, 70 07 53 09, ingeborg.katrin.lid.berget@hivolda.no
- Vårt personvernombud: Cecilie Røeggen, 70 07 50 73, cecilie.roeggen@hivolda.no

Hvis du har spørsmål knyttet til NSD sin vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt med:

- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS på epost (personverntjenester@nsd.no) eller på telefon: 55 58 21 17.

Med vennlig hilsen

Ingeborg Lid Berget

Cecilie Skåre

(Forsker/veileder)

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet [*sett inn tittel*], og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

- å delta i intervju
- å delta i loggskrivning (spørreskjema)
- å gjennomføre et ferdig undervisningsopplegg
- å delta på kurs/veiledning

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet

(Signert av prosjektdeltaker, dato)

Intervjuguide – Intervju 1, startintervjuet

Innledning

Om meg og prosjektet:

Studiet gjøres i forbindelse med en masteroppgave ved Høgskulen i Volda, AHL. Formålet er å få erfaring med hvordan et ferdig opplegg med veiledning og modelleringsoppgaver oppleves av en gruppe lærere på ungdomsskolen. Vi ønsker:

Innsikt i hvilke tanker deltakerne har om modellering i forkant av studien og etter veiledningen og undervisningen er gjennomført.

Beskrivelser av erfaringer og utfordringer underveis, både med planlegging og gjennomføring i klasserommet.

Tilbakemelding på oppgavesettet og veiledningen. Tanker om hvordan opplegget kan forbedres.

I dette intervjuet er målet å få data om:

- Bakgrunn, hver enkelt deltakers alder, utdanning og bakgrunn
- Erfaring med og tanker om matematisk modellering

Informasjon og samtykke

Et informasjonsark og et samtykkeskjema til hver enkelt deltaker. Vi går gjennom begge muntlig. Deltakerne beholder informasjonsskjemaet, mens samtykkeskjemaet signeres av hver enkelt og returneres til meg. Intervjuet vil ta ca 30 minutter.

Innledning av intervjuet

Jeg har noen spørsmål jeg stiller som alle må svare på. Andre spørsmål ønsker jeg at deltakerne skal diskutere.

Lydbåndopptakeren startes.

Selve intervjuet

Bakgrunnsopplysninger for hver enkelt deltaker (runde)

Navn

Alder

Utdanning

Arbeidserfaring som matematikklærer (trinn, år, støtteundervisning, skoleslag)

Hva de legger i begrepet matematisk modellering (begrepsavklaring)

Jeg har med ulike oppgaver og ber deltakerne diskutere hvilke av dem de mener er modelleringsoppgaver og hvorfor.

Hvilken erfaring har de med matematisk modellering?

Aldri hørt om det

Lest om det, men vet ikke helt hva det innebærer

Del av utdanningen

Jobbet med det i forbindelse med fagfornyelsen

Brukt lignende oppgaver uten å tenke over at det er modellering

Bevisst brukt modelleringsoppgaver i undervisningen

Hvis deltakerne har undervist i matematisk modellering:

Hvor ofte?

Hvorfor/målet?

Laget de oppgavene selv eller fant de dem andre steder? Hvor?

Hva var de fornøyde med?

Møtte de noen utfordringer?

Hvis deltakerne ikke har undervist i matematisk modellering:

Hvorfor ikke (utdanning, oppgaver, tid, miljø)?

Hva tror de skal til for at de vil komme til å bruke modelleringsoppgaver fremover?

Hvilke forventninger har de til prosjektet de nå skal være med på? Felles mål?

Avslutning

Jeg oppsummerer uttalelser og meninger og spør om de føler at jeg har oppfattet uttalelsene slik de har ment dem. De får anledning til å trekke tilbake, nyansere eller endre uttalelser.

Lydopptakeren stoppes.

Takker for deltakelsen og sier litt om hva som nå kommer til å skje.

Tidspunkt for kurs/veiledning i modellering

introduksjen av oppgaveheftet

veiledning om loggskrivning

Intervjuguide – Intervju 2, sluttintervjuet

Innledning

Forskning viser at det jobbes lite med matematisk modellering i skolen. Flere forskere i fagfeltet mener man bør satse på kursing av lærere som allerede underviser i skolen. Vi har nå gjennomført en måte å gjennomføre slik kursing på.

Oppsummere det som er gjort hittill: kurs og seks undervisningsøkter, loggskrivning og nå sluttintervju.

I dette intervjuet er målet å få data om:

- Hvilke erfaringer og tanker deltakerne har om opplegget som er gjennomført, både om kurset, egen undervisning og om oppgavesamlingen.
- Hvilke utfordringer de har møtt og hvordan de har utviklet seg underveis.
- Hva deltakerne tenker om matematisk modellering nå.
- Hvilke tanker deltakerne gjør seg om videre arbeid med modellering.
- Hvilke syn deltakerne har på matematikk

Innledning av intervjuet

I dag har jeg noen spørsmål jeg ønsker svar på underveis, men dere må gjerne diskutere og ta opp ting jeg ikke spør om.

Lydbåndopptakeren startes.

Selve intervjuet

Er det noen erfaringer dere har spesielt lyst til å fortelle om?

Kurset:

- Opplever dere at det innledende kurset/veiledningen var nyttig underveis?
- Jeg sendte ut PP, har dere brukt den noe?
- Vil dere anbefale noen endringer i kurset? Noe dere savner, ville hatt mer av eller mindre av?

Jeg ser at jeg kanskje burde presisert at modelleringssyklusen ikke burde introduseres for elevene før de hadde gjennomført noen økter.

Loggen/undervisningen:

Loggene har gitt oss mange tilbakemeldinger på oppgavene. Når vi ser tilbake på alle øktene:

- Er det noen av dem som peker seg ut som spesielt vellykkede? Hvorfor?
- Hva legger dere i begrepet «en vellykket økt»? Hva skal til for at du tenker at en økt har vært vellykket?
- Er det noe av dem som fungerte spesielt dårlig? Hvorfor? Innhold/fartøy/kritikk.
- Bryter denne måten å undervise på veldig med hvordan du vanligvis underviser? Hva er likt? Hva er forskjellig? Vurdering?
- Hva er matematikk for deg i ditt klasserom? (problemløsningsprosesser, anvendt – nyttig i smf og liv, skjemaorientert – samling av regler og formler, formalistisk – eksakt, formelt, logisk)

Dere måtte reflektere rundt egen praksis underveis. Kan dere fortelle litt om refleksjonen deres rundt egen praksis? Utvikling? Samarbeid dere imellom?

Er det noe som har vært spesielt utfordrende underveis?

At man føler seg usikker fordi oppgavene ikke har fasit

- Det er vanskelig og tidkrevende å forberede seg fordi oppgavene er så åpne. Forutsi spørsmålene elevene kan komme til å stille
- Elevene er utålmodige, gir opp eller ikke skjønner hva som forventes av dem
- Oppgavene er tidkrevende i klasserommet
- Læringsutbyttet oppleves som begrenset i forhold til tidsbruken
- Å vite hvordan man kan hjelpe elevene på best mulig måte uten å styre dem for mye
- Vurdere den enkelte elevs kompetanse underveis
- Bruk av hjelpemidler
- Elevene tenker ikke praktisk, reflekterer ikke over utregningene
- Elevene matematiserer ikke – løser oppgavene ved å søke på nettet el.l
- Oppgavene oppleves meningsløse av elevene
- Ikke skikkelig matematikk?

Matematisk modellering/endret syn?

- Hva tenker dere nå? Har dere samme oppfatning av hvilke oppgaver som er modelleringsoppgaver? Hvorfor/hvorfor ikke?
- Har dere fått ideer til nye oppgaver?
- Har dere lest noe faglitteratur om modellering siden vi startet prosjektet?
- Har dere søkt etter eller lagt merke til modelleringsoppgaver i lærebøker eller andre læremidler?
-

Modellering er et av kjerneelementene i LK20.

- Ønsker dere å jobbe mer med modellering? (Eller må dere pga eksamen...)
- Gjort endringer? Tentamen, årsplaner el.l?
- Hva er hovedgrunnen til at du vil jobbe med modellering fremover?
- Hva tror dere skal til for at lærere i ungdomsskolen jobber mer med matematisk modellering fremover?
- Har dere noen tanker om hvordan dere ønsker å jobbe med modellering videre?
- Noen siste kommentarer til oss etter å ha vært med på dette prosjektet?
- Forhold til utviklingsarbeid i faget? (mer el mindre opptatt enn kollegaer – tilfeldig at du meldte deg og ikke noen andre?)

Avslutning

Lydbåndopptakeren skrus av.

Kurs i matematisk modellering



MATEMATISK MODELLERING

EKSEMPELOPPGAVE EKSAMEN 2022

Oppgave 10

Anne er 15 år, og ønsker å ta førerkort for moped. Hun skal kjøpe moped når hun blir 16 år. Hun planlegger å selge den når hun blir 18 år.

Følgende er obligatorisk opplæring når du skal ta førerkort for moped:

Grunnkurs moped – 3 timer	1000,-
Trinnvurdering trinn 2	700,-
Sikkerhetskurs trafikk – 4 timer	2040,-
Trinnvurdering trinn 3	700,-
Sikkerhetskurs vei – 4 timer	2040,-

Samlet pris: All obligatorisk opplæring + 3 kjøretimer: kr. 8800,-

Gebyr førerkort moped:

Gebyr teoriprøve	660,-
Gebyr utstedelse av førerkort	310,-
Fakturagebyr	65,-



Peugeot Speedfight 4 Pure
Pris: 16.000 kr

Mopeden bruker ca. 1/2 l bensin per mil.

Anne bor 2 km fra skolen og fra fotballbanen.

Anne har liten erfaring med moped, så hun trenger trolig flere kjøretimer.

Verditapet til en ny moped er 25–30 % det første året, 20 % det andre året og så 10 % per år.

En liter bensin koster ca. 15 kr.

Forsikring for mopeden koster 125 kr per måned.

Bruk informasjonen ovenfor til å vise din kompetanse innen modellering og anvendelse.

Har dere sett denne eller lignende oppgaver? Det er slik udirekt for seg å teste elevenes kompetanse i modellering og anvendelse. Hva forteller det oss?

"VIS DIN KOMPETANSE INNEN MODELLERING OG ANVENDELSE"

Hva menes egentlig med modellering og anvendelse? Det skal vi forhåpentligvis være tryggere på etter denne økten.

VERDENS STØRSTE SKO

- I følge Guinness Rekordbok er verdens største sko utstilt på et kjøpesenter i Marikina på Filippinene. De er 5,29m lange og 2,37m brede.
- Hvor høy tenker dere at en person som disse skoene passer til, vil være?
- Du skal kunne presentere og begrunne løsningen din.
- (fra Gert Hana, 2013)



Deltakerne setter seg i grupper og ser på oppgaven sammen, ca 5 min. Papir, skrivesaker, kalkulator og målebånd ligger fremme på kateteret. Jeg går rundt og demonstrerer læringsstøttende undervisning. Hvilke utfordringer tror dere elevene vil ha? (Oppgavene deles ut på ark). Gjennomgang av antatte utfordringer.

ELEVENES UTFORDRINGER



De skjønner ikke hva de skal gjøre (uvant oppgave)



De er redde for å gjøre antakelser selv



De skriver ikke ned det de tenker



Enkle løsninger som de ikke vurderer (det skal vel læreren gjøre?)



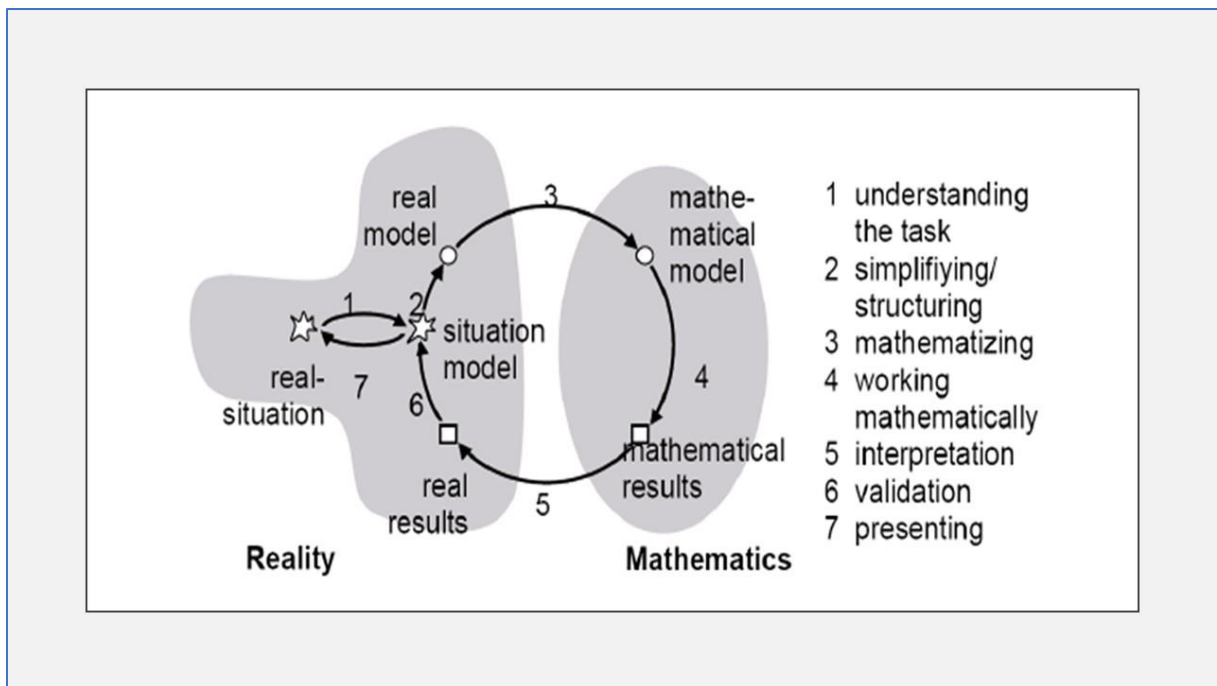
De synes det er vanskelig å presentere løsningen

Opgaven er uvant så elevene vet ikke hva som forventes av dem. Vi må lede dem gjennom prosessen. Da må vi vite hva modellering er og hva som er målet med å modellere. A few years gap problem må nevnes.

HVA MENES MED MATEMATISK MODELLERING?

- Man bruker matematikk til å løse **virkelige problem**. Utgangspunktet er en reell situasjon eller et problem fra den virkelige verden.
- Man må **finne matematikken** i situasjonen (matematisere)
- Det er ofte fremstilt som **en syklisk prosess** siden man hele tiden må vurdere om resultatene man kommer frem til kan stemme eller om man justere modellen man har laget.
- I forskningslitteraturen er **modelleringskompetanse** definert som å kunne modellere selv, men også å kunne vurdere modeller kritisk

Skoene finnes, vi kan forestille oss dem. Der står noen opplysninger, men ikke noe om hvilke prosedyrer vi må gjøre for å finne en løsning. Vi må gjøre noen antakelser eller forenklinger – Hvilke antakelser eller forenklinger gjorde dere? Runde. (Hvor høy er en gjennomsnittlig mann? Hvor lange er vanlige herresko? Er det noe forhold mellom høyden og skolengden?) Vi må måle eller regne på det. Vi må finne et resultat og så må vi vurdere resultatet og eventuelt forbedre modellen. Til slutt presenterer vi for de andre.

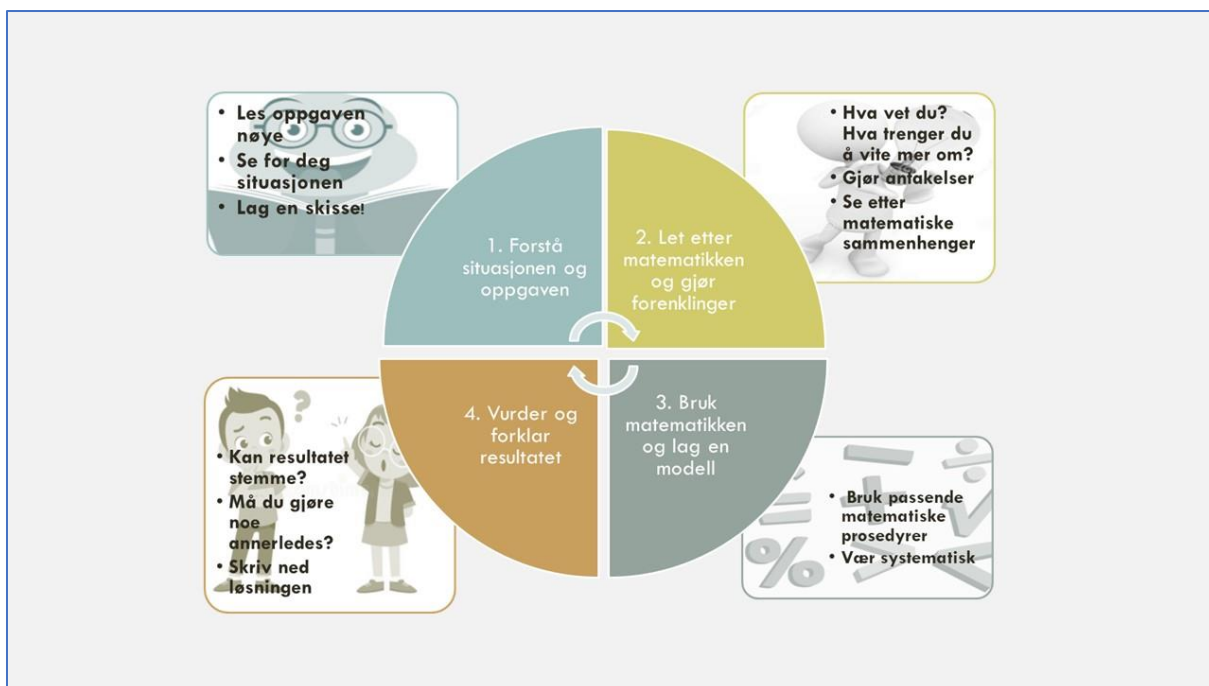


Hvordan illustrerer denne figuren det dere nettopp har gjort. Diskuter. Vi snakker oss gjennom syklusen. Her kommer ordet modell inn flere ganger. Vi må se på hva som menes med en modell: neste

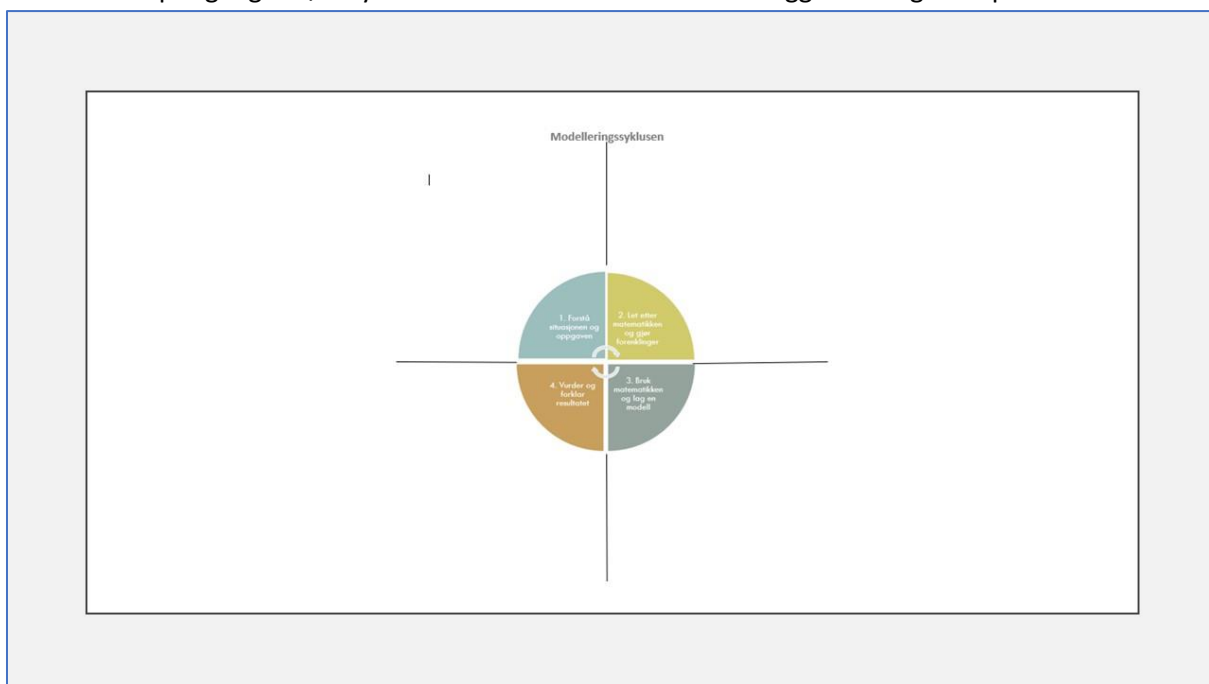
EKSEMPEL PÅ ELEV LØSNINGER

- 1) Måle høyden på den høyeste gutten på gruppa. Måle lengden på skoens hans. Dele høyden på skolengden og finne et forholdstall. Gange dette med lengden til skoens på bildet.
- **Modell 1** = høyde høy gutt / skolengde høy gutt * skolengden i oppgaven
- 2) Elevene tok av seg skoene og telte hvor mange ganger skoene gikk oppover kroppen. Så fant de gjennomsnittet til alle på gruppa. Dette ganget de med lengden til skoens på bildet.
- **Modell 2** = 5,5 * skolengde i oppgaven
- 3) Søke på nettet hva som er snitthøyde for menn og hva som er vanligste skostørrelse. Søke sammenheng skostørrelse og cm, deretter samme som 1)
- **Modell 3** = snitthøyde / snittlengde * skolengde i oppgaven

Bruke eksemplene fra deltakerne, men hvis de er veldig like, så vise bredde her. Målet her er å gi deltakerne eksempler på hva som menes med en matematisk modell. Overgang til neste: denne modelleringssyklusen er for deltakerne for elevene. De trenger noe enklere!



Forskning viser at en modell med fire steg er best for elevene. Det kan hjelpe dem til å forstå hva de skal gjøre og gi dem en forståelse av hva som menes med å modellere. De kan også brukes av læreren til å veilede elevene underveis og til sluttvurdering av oppgaven. VIKTIG: Elevene bør ha modellert et par ganger FØR syklusen introduseres. De må ha knagger å henge det på!



Her kan elevene skrive notater til hvert steg i prosessen. Det er viktig, for mange elever sliter med å vise skriftlig hvordan de tenker for å løse problemet.

Hvor mange skiver kan en agurk deles opp i?



Tips:

- 1 Bruk antagelser og forenklinger.
- 2 Struktur informasjonen.
- 3 Bruk matematikk og presenter resultatet.
- 4 Argumenter for og vurder modellen din.

Fra skolenmin.cdu.no

Hva gjør vi FØR eleven introduseres for syklusen? Vi kan stille hjelpespørsmål. Her ser vi også en firedeling av modelleringsprosessen. Spørsmål til hvert tips: 1) Hvilke antakelser og forenklinger må du gjøre før du kan løse denne oppgaven? 2) Sett opp en liste med informasjon som brukes til å løse oppgaven. 3) Vis utregningen og resultatet ditt. 4) Vurder resultatet og antakelsene dine.

FULL TANK!

- Benedikte bor 33 km fra nærmeste svenske bensinstasjon og 5 km fra nærmeste norske. Bensinprisen på den svenske bensinstasjonen er 19,79 SEK pr liter og på den norske 22,46 NOK pr liter.
- Hvor lønner det seg å fylle bensin for Benedikte?
- Du skal kunne presentere og begrunne løsningen din.



Nytt gruppearbeid. Se på oppgaven og på hjelpespørsmålene. Hvilke foretrekker dere? (Oppgaven deles ut på ark til gruppene). Hjelpespørsmål på neste side.

TO ELEVMODELLER

- 1) Forstå situasjonen og oppgaven (les nøye, se det for deg)
 - 2) Let etter matematikken og gjør forenklinger (Hva vet du? Må du vite mer?)
 - 3) Bruk matematikken og lag en modell (vær systematisk)
 - 4) Vurder og forklar resultatet (kan resultatet stemme? Er det svakheter med modellen?)
(Fra DISUM-prosjektet)
- 1) Hvilke antakelser og forenklinger må du gjøre før du kan løse denne oppgaven?
 - 2) Sett opp en liste med informasjon som brukes til å løse oppgaven.
 - 3) Vis utregningen og resultatet ditt.
 - 4) Vurder resultatet og antakelsene dine.
(Fra skolenmin.cdu.no)

Se for deg hvordan du vil gå frem for å løse oppgaven "Full tank!". Hvilke forhold må du vurdere? Størrelse på tank, bensinforbruk, avstand, miljøet, tidsbruk? Hva kan en modell være i denne oppgaven? (Kanskje du vil lage din egen firestegsmodell. Ulempen med disse er at skillet mellom den virkelige verden og matematikkens verden forsvinner). Hvilke utfordringer tror du at du møter som lærer? Kan oppgaven utvides?

LÆRERNES UTFORDRINGER


- Liten kontroll – det kan komme løsningsforslag du ikke har tenkt på og det kan gjøre deg usikker
- Liten kontroll – elevene sitter i grupper og det kan være vanskelig å vite hvor de er i prosessen
- Liten kontroll – du har ikke fasit selv
- Når skal du gripe inn og hvordan?
- Hvor mye skal du styre elevene?
- Hvordan vurdere kompetansen?

Modellering er uvant. Oppgavene og arbeidsmåten fører til mindre kontroll for læreren og struktur på timene. Det er lettere å modellere hvis elevene er vant til et læringsorientert klassemiljø. Hva kjennetegner det?



- Feil er bra! Det er en del av læringen
- Vekt på prosess – ikke resultat!
- Varierte arbeidsformer – gjerne gruppearbeid!
- Unngå at læreren har et fasitsvar – en favorittløsning.
- Oppfordre til flere ulike løsninger – så sammenligne og reflektere.
- Jobbe jevnt med modellering.
- Prøver og evalueringer må også teste målene med modellering.
- Læringsstøttende undervisning.

Siste punkt er læringsstøttende undervisning. Hva menes med det?



Forslag til innblanding:

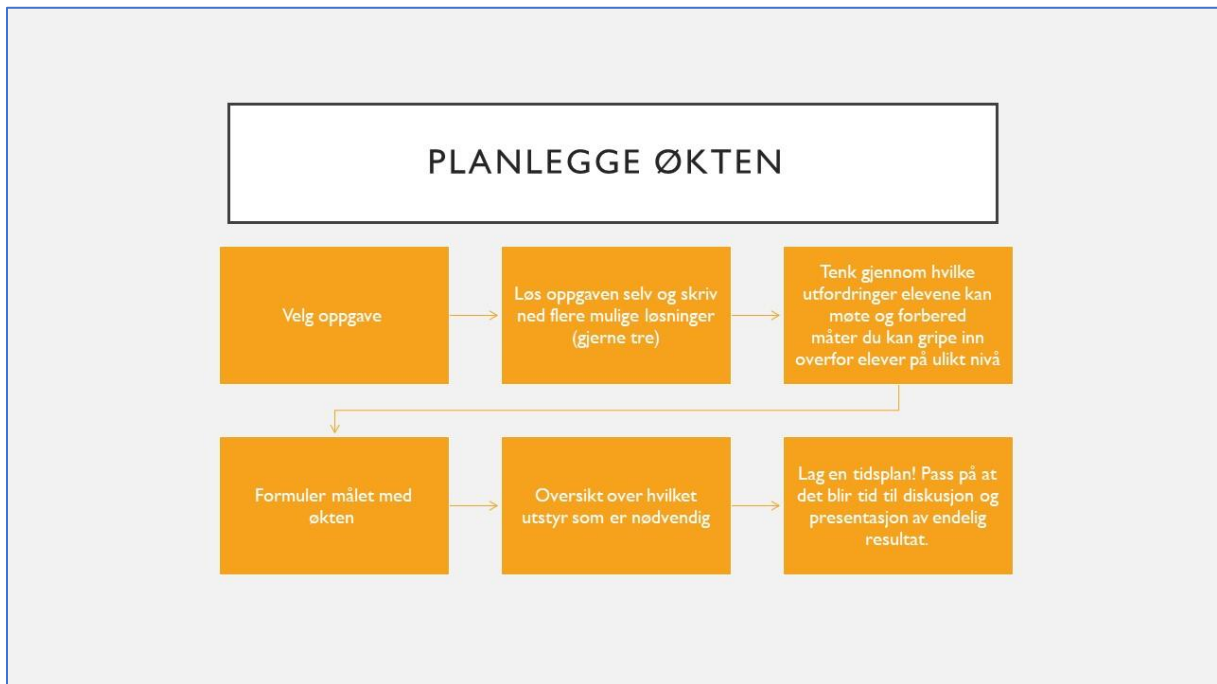
- «Les teksten nøye!»
- «Se for deg situasjonen»
- «Kan du tegne en skisse av situasjonen?»
- «Er det noe som mangler?»
- «Hvilke data trenger du?»
- «Gir svaret ditt mening utfra den opprinnelige situasjonen?»
- «Kanskje kan regelen omhjelp deg til å finne en løsning»
- «Hva er definisjonen på fart?»
- «Pytagoras setning er som følger...»

Her er forslag til innblanding fra kommentarer som går på strategi til kommentaret som går på innhold. Hvordan er det til vanlig i dine timer? Hvor fristende er det å kommentere innholdet?

DU ØNSKER Å GJENNOMFØRE EN UNDERVISNINGSØKT I MATEMATISK MODELLERING.

HVA MÅ DU GJØRE?

Snakk sammen. Hva må du forberede? Hvordan gjennomføre økten?



1) Hvor finner man oppgaver? 2) Har du tid til det?! Ta deg tid! Det gjør timen mye bedre! 3) Lage hjelpesporsmål? Kopiere opp modelleringssyklusen? 4) Er målet å lære å modellere, øve på bestemte matematiske begreper eller prosedyrer eller å øve på å jobbe i grupper? 5) Trenger elevene digitale hjelpemidler, målebånd, konkreter el.l.? 6) Er det nødvendig da? Ja! Særlig å bestemme seg for når man skal starte med presentasjon for å sikre tid til det! Ingen læring uten refleksjon!

GJENNOMFØRE ØKTEN

- Tydelig start – elevene må få tid til å skjønne oppgaven
- Del i grupper – gi klar beskjed om hvordan og når resultatet skal presenteres
- Legg merke til ulike modeller, velg to forskjellige til presentasjon (diskusjon)
- Minst mulig hjelp til elevene, bruk gjerne hjelpekort med tips og hint
- Reflekter over hva som var bra og hva som kan gjøres annerledes neste gang

OPPGAVER

- Lage selv eller bruke ferdige oppgaver?
- Vanskelig å lage oppgaver når man har lite erfaring med modellering.
- Lage selv: omforme gamle oppgaver, søke på nettet, sjekke læremidler, lese aviser o.l og hente inspirasjon.
- Hvordan vite om en oppgave er god eller dårlig?

Diskuter hva som kjennetegner en modelleringsoppgave.

HVA KJENNETEGNER GODE OPPGAVER?

- **Åpne** (matematiske regler følger ikke med)
- **Sammensatte** (elevene må forstå situasjonen og søke etter relevant data)
- **Realistiske** (alderstilpasset og fra elevenes verden)
- **Autentiske** (ekte verden spørsmål som må føles stimulerende, ikke finne-på-virkelige)
- **Problem** (ingen umiddelbar løsning, man må legge en strategi)
- **Løsbare** gjennom modelleringsprosessen (alle stegene bør med)
- **Selvdifferensierende** (utfordre og løfte)

Vi sammenligner med oppgavene vi har sett på. Verdens største sko og Full tank!

MODELLERING ELLER PROBLEMLØSNING

Tenk deg at du står på toppen av en bygning som er 100 meter høy. Du slipper en tennisball fra toppen.

Hvor mange ganger spretter ballen før den ligger på bakken?



Oppgave 3
Kan man plassere 5 kryss i et rute-mønster på 5 ganger 5 ruter uten at noen ligger på samme rad, kolonne eller skrålinje? Og hva med 6 kryss i et mønster på 6 ganger 6 ruter?

1) Modellering: finne matematikken i noe som i utgangspunktet ikke er matematisk (ekte verden). Tolke informasjon, forenkle, lage en modell, regne, vurdere. Man setter egne premisser og det kan gi flere ulike løsninger. Kan også være oppgaver der man kan snakke om en fasit – optimalisering/noen empiriske modeller.

2) Problemløsning: matematikkholdig problemstilling der man må lete etter rett måte å løse det på. En fasit.

MODELLERING?

- Kåre plukker jorbær. Han får 20 kroner for hvert brett han plukker og 50 kroner fast for å dekke reise.
- A) Hvor mye tjener Kåre på en dag hvis han plukker 10 brett?
- B) Lag en lineær graf som viser sammenhengen mellom antall brett (x) og lønn (y).
- C) Hva tjener han hvis han plukker 15 brett?
- Kåre har fått jobb som jordbærplukker. Han kan velge mellom to ulike lønnsmodeller:
- A) 20 kr pr brett og 50 kr fast pr dag.
- B) 25 kr pr brett.
- Hvilken lønnsmodell vil du råde Kåre til å velge?

1) Her lager man en modell, men man modellerer ikke. All informasjon er gitt og ferdig matematisert.

2) Her vil jeg få deltakerne til å reflektere rundt om det er modellering eller ikke. Argument FOR modellering: Ingen fast metode er gitt. Ikke alle nødvendige opplysninger heller. Man må anta hvor mange brett han plukker på en dag eller gi et svar som råder utfra hvor mange han plukker. Vi lærere tenker med en gang graf og skjæringspunkt, hva med elevene – er det et problem som kan løses på andre måter? Forsiktig med å begrense kreativiteten og fantasien hos elevene!

SÅ HVA
MED
DENNE?

Oppgave 10

Anne er 15 år, og ønsker å ta førerkort for moped. Hun skal kjøpe moped når hun blir 16 år. Hun planlegger å selge den når hun blir 18 år.

Følgende er obligatorisk opplæring når du skal ta førerkort for moped:

Grunnkurs moped – 3 timer	1000,-
Trinnvurdering trinn 2	700,-
Sikkerhetskurs trafikk – 4 timer	2040,-
Trinnvurdering trinn 3	700,-
Sikkerhetskurs vei – 4 timer	2040,-
Samlet pris: All obligatorisk opplæring + 3 kjøretimer: kr. 8800,-	

Gebyr førerkort moped:

Gebyr teoriprøve	660,-
Gebyr utstedelse av førerkort	310,-
Fakturagebyr	65,-



Peugeot Speedfight 4 Pure
Pris 16 000 kr

En lita bensin koster ca. 15 kr.

Mopeden bruker ca. 1/3 l bensin per mil.

Anne bor 2 km fra skolen og fra fotballbanen.

Anne har liten erfaring med moped, så hun trenger trolig flere kjøretimer.

Verditapet til en ny moped er 25-30% det første året, 20% det andre året og så 10% per år.

Forsikring for mopeden koster 125 kr per måned.

Bruk informasjonen ovenfor til å vise din kompetanse innen modellering og anvendelse.

Eksempeloppgaven fra udir igjen. Målet er å teste elevenes modelleringskompetanse. Hva er modelleringskompetanse? Hva sier læreplanen om det?

LÆREPLANEN

- **Modellering og anvendelse** = kjerneelement («det elevene må lære for å mestre og anvende faget»)
- **Modell** = «en beskrivelse av virkelighet i matematisk språk»
- «Elevene skal ha **innsikt** i hvordan modeller i matematikk brukes for å beskrive dagliglivet, arbeidslivet og samfunnet ellers. Modellering i matematikk handler om å **lage** slike modeller. Det handler også om å kritisk **vurdere** om modellene er gyldige, og hvilke begrensninger de har, vurdere modellene i lys av de opprinnelige situasjonene og vurdere om de kan brukes i andre situasjoner.» (Utdanningsdirektoratet, 2020)

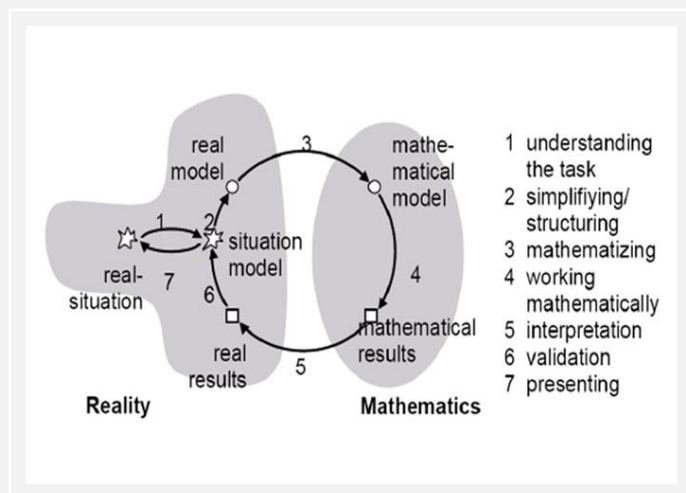
Modelleringskompetanse:

- 1) Innsikt i hvordan modeller brukes
- 2) Kunne lage modeller ved å gjennomføre modelleringscyklusen
- 3) Kunne vurdere modellene, er de gyldige, kan de brukes i andre situasjoner

Hvordan vurdere kompetansen?

VURDERING AV MODELLERINGS-KOMPETANSE

- 1) Forstår eleven problemet
- 2) Gjøres det forenklinger
- 3) Matematiseres det
- 4) Selve utregningen
- 5) Tolker eleven, sjekker om det kan stemme (kritiske refleksjoner)
- 6) Formidle svaret/løsningen (skriftlig eller muntlig)



Den delen av kompetansen som går på å selv modellere kan vurderes opp mot modelleringscyklusen. Elevene må ha klart for seg hva som vurderes! Skille mellom underveisvurdering og sluttvurdering.

Vellykket testing er kun mulig hvis elevene er vant til å jobbe med modellering over en lengre periode (minimum fire oppgaver).

Elevene må læres opp i å skrive modelleringsoppgavesvar!

Hvordan klare dette underveis?

SKJEMA TIL UNDERVEISVURDERING

Oppgave 1						
	Forstå problemet	Gjøre antakelser	Mate-matisere	Selve utregningen	Tolke, sjekke, kritisk reflektere	Presentasjon, skriftlig løsning
Kristian	+	*	-	*	*	*
Emma	+	+	+	+	+	+
Rolf	*	+	*	*	+	+
Siri	*	*	-	*	-	*

Her er de ulike modelleringskompetansene satt bak gruppedeltakernes navn. Læreren trenger et skjema pr gruppe og kan fylle inn enten symbol eller kommentarer mens elevene jobber og i etterkant.

ENKLERE SKJEMA

- 1) Hvilke antakelser og forenklinger må du gjøre før du kan løse denne oppgaven?
 - 2) Sett opp en liste med informasjon som brukes til å løse oppgaven.
 - 3) Vis utregningen og resultatet ditt.
 - 4) Vurder resultatet og antakelsene dine.
 - (Fra skolenmin.cdu.no)
- Vurderingsskjema:
 - 1)
 - 2)
 - 3)
 - 4)
 - Hvordan fordele poeng?

Kan du prøve å lage vurderingskriterier selv. Bruk hjelpespørsmålene som utgangspunkt. Hvordan gi poeng på en modelleringsoppgave? Hvor mye skal hver del telle? Er selv utregningen det viktigste?

HVORFOR MODELLERE?

Øke elevenes
motivasjon for faget!
De mestrer, de ser at
det er nyttig, det føles
relevant.

De lærer å løse ekte
problemer – ikke bare
oppstilte oppgaver.

Det knytter
matematikkfaget
sammen med den ekte
verden

De lærer å tenke
selvstendig og være
kritiske

De lærer å BRUKE
matematikk!

De lærer å reflektere
og argumentere både
skriftlig og muntlig

ULIKE MÅL EN
MODELLERINGSØKT
KAN HA:



Modellere for å lære å
modellere (innhold)



Modellere for å øve på
matematiske begreper og
prosedyrer



Modellere for å lære seg å være
kritisk

HVORDAN INKLUDERE MODELLERING I EN HEKTISK HVERDAG?



Hver uke?



Annenhver uke?



Etter hvert tema?



To ganger i året?



På slutten av året?



På slutten av 10.trinn?

Deltakerne reflekterer rundt temaet. Viktig: forskning anbefaler en gang i uka til en/to ganger pr måned. Unngå å knytte det tett til et tema (reduserer læringsutbytte, Few years gap-problem). Være tydelig på forventningene til øktene. Vise elevene at det er viktig å modellere ved å inkludere vurdering i arbeidet. Tids-problemet: kommer dette i tillegg eller istedenfor?

HVA ER
EGENTLIG
MATEMATISK
MODELLERING?

Vi oppsummerer sammen!

- Gjennomføre to modelleringsøkter i klassen (bruke hjelpespørsmål for å lede dem gjennom prosessen)
- Ta vare på eksempler på elevsvar
- Skrive et refleksjonsnotat til deg selv rett etter hver undervisningsøkt: Hva var bra? Hva kunne vært gjort annerledes? Hvordan? Hvorfor?
- Lykke til!



HVA SKAL
VI GJØRE
TIL NESTE
SAMLING

Neste samling er erfaringsdeling på skolen.

SAMLING NR 2

- Hvordan opplevde dere øktene med modellering? Fortell!
- Vis eksempler på elevsvar.
- Hva var bra? Hva skulle dere ønske var annerledes? Hvordan ville dere vurdert modelleringskompetansen?

- Repeter hva som menes med modelleringskompetanse (innsikt, lage selv, vurdere)
- Hvordan ser vi for oss å jobbe videre med modellering her på skolen?
- Klarer vi å lage oppgaver selv? Hvor kan vi finne oppgaver?

KILDELISTE

- [Perspektiv på matematisk modellering i Kunnskapsløftet og Fagfornyingsplanen | Nordisk tidsskrift for utdanning og praksis](#)
- Blum, W., & Leiß, D. (2007). How do students and teachers deal with modelling problems? . I C. Haines, W. Blum, P. Galbraith, & K. S. *Mathematical modelling (ICTMA 12): Education, engineering and economics* (ss. 222-231). Chichester: Horwood Publishing.
- Borromeo Ferri, R. (2018). *Learning how to teach mathematical modeling in school and teacher education*. Cham, Sveits: Springer International Publishing AG .
- Borromeo Ferri, R., & Blum, W. (2010). Mathematical Modelling in Teacher Education - Experiences from a Modelling Seminar. (V. Durand-Guerrier, S. Soury-Lavergne, & F. Arzarello, Red.) CERME-6 - *Proceedings of the Sixth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, ss. 2046-2055.
- Hana, G. M. (2013). *Matematiske byggesteiner*. Oslo: Caspar Forlag A/S.
- Jensen, T. H. (2009). Modellering versus problemløsning - om kompetencebeskrivelser som kommunikasjonsverktøy. *Monat. Matematik- og naturfagsdidaktik - tidsskrift for undervisere, forskere og formidlere*(2), ss. 37-54.
- Niss, M., & Blum, W. (2020). *The Learning and Teaching of Mathematical Modelling*. Oxon og New York: Routledge.
- Utdanningsdirektoratet. (2020). *Læreplan i matematikk 1.-10.trinn (MAT01-05)*. Hentet 7.november 2020 fra Utdanningsdirektoratet: <https://www.udir.no/lk20/mat01-05>
- Illustrasjoner fra free clip art

Modelleringsoppgaver og lærerveiledning

OPPGAVESAMLING MODELLERING

En kort innføring i emnet

HUSK:

- Feil er bra! Det er bedre at elevene gjør feil og reflekterer rundt det enn at de har en riktig modell som ikke er deres egen!
- Oppfordre elevene til individuelle løsninger, deretter sammenligne og diskutere disse
- Aktiv deltakelse av elevene, læreren skal gi minimal støtte «Modellering er ingen tilskueridrett»
- Refleksjon er nødvendig: «Man lærer av erfaring og refleksjon»
- Modelleringssyklusen skal introduseres 3.økten! Bruk den aktivt videre.
- Vær læringsstøttende – veiled i strategi først, innhold kun hvis nødvendig.

LÆRINGSSTØTTENDE UNDERVISNING

Unngå fasitsvar, unngå hint! Still heller spørsmål til elevene slik at de selv kommer videre uten å miste selvstendigheten. Lavest mulig nivå av innblanding. Gjerne bare oppmuntre/motivere.

Forslag til innblanding:

«Les teksten nøye!»

«Se for deg situasjonen»

«Kan du tegne en skisse av situasjonen?»

«Er det noe som mangler?»

«Hvilke data trenger du?»

«Gir svaret ditt mening utfra den opprinnelige situasjonen?»

«Kanskje kan regelen omhjelp deg til å finne en løsning»

«Hva er definisjonen på fart?»

«Pytagoras setning er som følger...»



Kommentarer på strategi



Innhold

PLANLEGGING AV ØKT

Velg oppgave

Løs oppgaven selv og skriv ned flere mulige løsninger (minimum tre)

Tenk gjennom hvilke utfordringer elevene kan møte og forbered måter du kan gripe inn overfor svakt presterende og sterke elever

Formuler målet med økten (det matematiske innholdet, modelleringskompetansen og eventuelle sosiale mål)

Oversikt over hvilket utstyr som er nødvendig (bruk av digitale hjelpemidler – lete opp fakta og informasjon + utregning og visualisering + simulering)

Lag en tidsplan! Pass på at det blir tid til diskusjon og presentasjon av endelig resultat.

GJENNOMFØRING AV ØKT

Tydlig start – elevene trenger tid til å skjønne oppgaven, de må organiseres i grupper og få klar beskjed om hvordan løsningene skal presenteres

Modelleringssyklusen må med fra **3.økt**. De to første kan du bruke hjelpespørsmål.

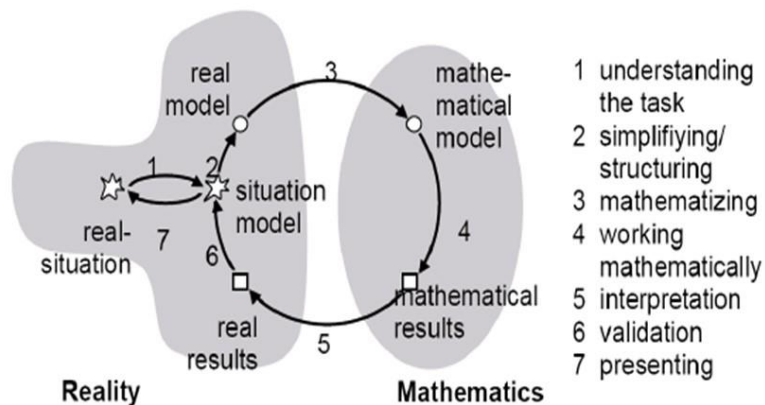
Legg merke til hvilke modeller de ulike gruppene lager og velg grupper med ulike modeller til presentasjonen. Det kan gi et godt utgangspunkt for diskusjon.

Reflekter rundt hva som var bra, hva som var dårlig og hvordan du kan forbedre undervisningen eller oppgaven til neste gang.

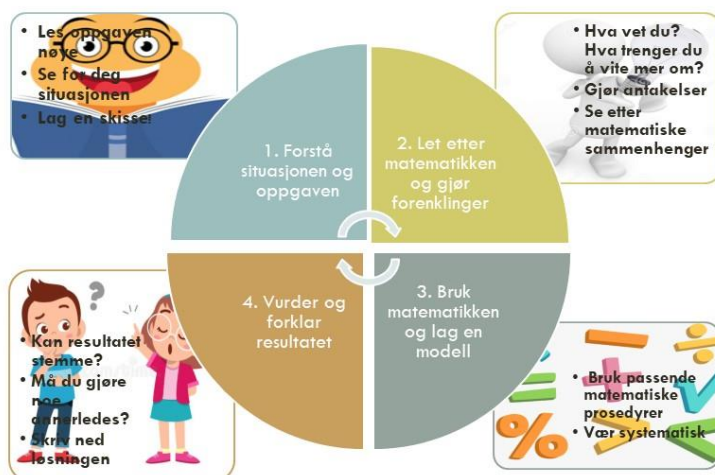
Hjelp til elevene: hjelpkort kan lages på forhånd. Der kan man skrive ned tips og hint.

Minn elevene på at de må skrive ned hva de gjør underveis (hjelpespørsmål)

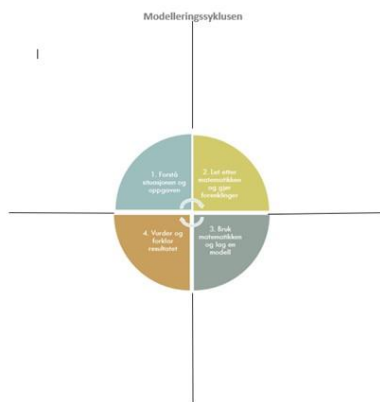
MODELLERINGSSYKLUSEN (FOR LÆREREN)



MODELLERINGSSYKLUSEN (FOR ELEVENE)



LA ELEVENE SKRIVE UNDERVEIS



VURDERING AV MODELLERINGSKOMPETANSE

Elevene må ha klart for seg hva som vurderes!

Vi skal vurdere elevenes modelleringskompetanse. Altså de ulike stegene i modelleringsprosessen.

- 1) Forstår eleven problemet
- 2) Gjøres det forenklinger
- 3) Matematisering (finner eleven matematikken i situasjonen)
- 4) Selve utregningen
- 5) Tolker eleven, sjekker om det kan stemme (kritiske refleksjoner)
- 6) Formidle svaret/løsningen (skriftlig eller muntlig)

Elevene må læres opp i å skrive modelleringsoppgavesvar!

1. VERDENS STØRSTE SKO

I følge Guinness Rekordbok er verdens største sko utstilt på et kjøpesenter i Marikina på Filippinene. De er 5,29m lange og 2,37m brede.

Hvor høy tenker dere at en person som disse skoene passer til, vil være?

Du skal kunne presentere og begrunne løsningen din.

(fra Gert Hana, 2013)



TIL LÆRER OM «VERDENS STØRSTE SKO»

Del elevene inn i grupper på 3-4 stk.

Alle gruppene bør ha tilgang til et bilde av skoen:

<https://www.atlasobscura.com/places/world-s-largest-shoes>

Hint: hvilke opplysninger har dere? Er det dame eller herresko? Er det best å se på lengden eller bredden tror dere? Hvor lange føtter tror dere voksne menn har omtrent? Hvor mange ganger større tror du denne skoen er enn en vanlig sko? Hvor høy er en gjennomsnittlig mann da?

Mål: kunne bestemme seg for hvordan opplysningene skal brukes. Gjøre forenklinger og antakelser. Velge en modell som er gyldig for de fleste situasjoner. Kunne presentere denne for medelevene og reflektere rundt svaret. Forholdstall.

2. HVIS BARBIE VAR EKTE!

Valgfag «Design og redesign» skal lage en Barbie-dokke i full størrelse.

Hvordan vil hun se ut?

Skriv ned målene hennes (skuldre, bryst, midje, hofter og ryglengde).

Tror dere hun kan bruke vanlige klær?



TIL LÆRER OM «HVIS BARBIE VAR EKTE»

Del elevene inn i grupper på 3-4 stk.

Alle gruppene bør ha tilgang til en Barbiedukke

Hint: Prøv å unngå å bruke hint om innhold. Begynn med «Har dere skjønt oppgaven?» Omtrent hvor høy er en voksen dame? Så, hvor mange gange høyere er en voksen dame i forhold til Barbiedukken? Så alt kan ganges med?

Mål: elevene skal gå gjennom hele modelleringssyklusen. De skal finne en målestokk og bruke den på både høyde og omkrets, slik at de finner hoftebredde, midje, byste, rygg lengde osv på dukken. Det vil gi ulikt resultat om de tar utgangspunkt i dukkens høyde eller omkrets. Forhåpentligvis vil elevene få noen AHA-opplevelser rundt dukkens unaturlige proporsjoner.

Tema: målestokk, utregning og notasjon

3. FULL TANK!

Benedikte bor 33 km fra nærmeste svenske bensinstasjon og 5 km fra nærmeste norske. Bensinprisen på den svenske bensinstasjonen er 13,79 SEK pr liter og på den norske 15,46 NOK pr liter.

Hvor lønner det seg å fylle bensin for Benedikte?

Du skal kunne presentere og begrunne løsningen din.



TIL LÆRER OM «FULL TANK!»

Del elevene inn i grupper på 3-4 stk

Hint: lag en tegning! Hvilke ting tar dere med i regnskapet? Har størrelsen på tanken noe å si? Er tanken helt tom når hun kommer frem? Bensinforbruk? Er det gratis å komme seg dit? Hva med miljøet da? Kjøper hun kun bensin?

For de faglig sterke: kan du finne en regel for når det lønner seg å fylle i Sverige (avstand, innsparing)? Forslag til utviding: hvor mye billigere bør bensinen være før det lønner seg å fylle i Sverige? Hvor nært grensen bør Benedicte bo for at det skal lønne seg å fylle i Sverige?

Dette er 3.økt med modellering og dere bør introdusere modelleringsyklusen (vedlagt) for å gjøre elevene bevisste at de må gjennom ulike steg på veien mot en løsning av oppgaven. Vis gjerne til hvor de befinner seg i prosessen underveis i arbeidet.

Mål: bli kjent med modelleringsyklusen og være bevisst sin egen arbeidsprosess. NB! Valuta.

4. NY MOPED



Anne er 15 år, og ønsker å ta førerkort for moped. Hun planlegger å kjøpe moped når hun blir 16 år og selge den når hun blir 18 år.

Bruk opplysningene til å vise din kompetanse i modellering og anvendelse.



Følgende er obligatorisk opplæring når du skal ta førerkort for moped:

Grunnkurs moped – 3 timer	1000,-
Trinnvurdering trinn 2	700,-
Sikkerhetskurs trafikk – 4 timer	2040,-
Trinnvurdering trinn 3	700,-
Sikkerhetskurs vei – 4 timer	2040,-
Samlet pris: All obligatorisk opplæring + 3 kjøretimer: kr. 8800,-	

Gebyr førerkort moped:

Gebyr teoriprøve	660,-
Gebyr utstedelse av førerkort	310,-
Fakturaagebyr	65,-

Forsikring:

	Kasko 125kr/md	Delkasko 94kr/md	Ansvar 71kr/md
Ansvar	X	X	X
Ulykke	X	X	X
Brann	X	X	
Tyveri	X	X	
Utstyr og bagasje	X	X	
Vei hjelp	X	X	
Utforkjøring, kollisjon og velt	X		



[Legg til favoritt](#)

Peugeot Speedfight 4 Pure

Pris
16 000 kr
Km.stand: 0 678 km
Årsmodell: 2017
Tilstand: Brukt
Effekt: 4 hk
Slagvolum: 49 ccm

TIL LÆRER OM «NY MOPED»

Jeg tenkte kanskje dere ville synes det var interessant å prøve ut oppgaven fra Udir!

Til diskusjon: hva menes med kompetanse i modellering og anvendelse. Snakke om vurdering av modellering.

Denne oppgaven er tenkt brukt uten kommunikative hjelpemidler fordi den er laget til eksamen. Man skal kun bruke de opplysningene som er gitt.

Husk å bruke modelleringssyklusen i øktene!

5. NEDBRYTING I HAVET

Sammenlign nedbrytningstiden til ulike produkter når de havner i havet.

Finn ut hvor mange plastposer nordmenn bruker hvert år. Vær en kritisk leser og vurder om det ville vært bedre med papirposer eller bærenett i bomull. Er det bare nedbrytningstid som er viktig? Hva mener du er mest bærekraftig?

Argumenter for meningen din og presenter tankene dine for de andre.

(Fra Maximum 8, Gyldendal)



TIL LÆRER OM «NEDBRYTING I HAVET»

Denne oppgaven har jeg hentet fra Maximum 8. Jeg tenker den er aktuell og relevant for elevene. Den krever nok en del søking på ytterligere informasjon.

Hint: er det bare nedbrytningstid i havet vi må ta hensyn til? Hva med produksjonen? Gjenbruk? Transport? Havner all søppel i havet?

Oppgaven forener naturfag og matematikk og er et eksempel på hvordan modellering kan brukes i naturfag.

Her bør læreren lage flere løsningsforslag og tenke gjennom hva som menes med en modell i denne oppgaven.

6. BASSENGTABBE

En elev var uheldig og kastet opp i bassenget. Vaktmesteren måtte tømme hele og fylle opp på nytt.

Rekker han å fylle det igjen før 8.trinn skal ha svømming?

Du skal kunne presentere og begrunne svaret!



TIL LÆRER OM «BASSENGTABBE»

Oppgaven egner seg til å jobbe med volum (liter)

Målet på bassenget skal elevene kunne beregne seg fram til utfra bildet. E

Vanlig lengde på basseng er 25 meter, bredde: 12,5 meter. Dybde: 1 meter på det grunneste, ca 2 meter på det dypeste.

Dette er sannsynligvis mindre, enten lengde $16\frac{2}{3}$ meter og bredde 10 meter, dybde: 1 m til 1,6 meter eller lengde 12,5 meter og bredde 8 meter, dybde: 0,6 til 1,6 meter

Dere velger om dere lar elevene estimere eller om dere gir mål. Husk at bunnen er jevnt skrå.

Forslag til tømme- og fylltid: slangen spylar ut 1,2 liter i sekundet (forenkles til 1 L/s)

Når har 8.trinn svømming? Her bør dere velge at elevene ikke vet det og må gi et generelt svar «Det er helt fullt om dager, så hvis svømminga er tidligere, så går det ikke.»

Eventuelt gi et konkret antall dager.

Hint: Hvordan ser bassenget ut fra siden? Er det like dypt hele veien? Hvor mange liter tror dere det er i bassenget? Hva er sammenhengen mellom kubikk og liter?»

